
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

GIUSEPPE GEYMONAT

Commemorazione di Enrico Magenes (1923-2010)

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 6 (2013), n.3 (Fascicolo tesi di Dottorato), p. 475-500.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2013_1_6_3_475_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Commemorazione di Enrico Magenes (1923-2010)

GIUSEPPE GEYMONAT

1. – La formazione iniziale

Nato a Milano il 15 aprile 1923, Enrico Magenes è morto il 2 novembre 2010 a Pavia. Aveva ricevuto dalla famiglia una educazione cattolica ed antifascista. Durante il Liceo faceva parte della gioventù di Azione Cattolica di Pavia i cui consiglieri spirituali avevano un atteggiamento antifascista. Nel periodo fra il 25 luglio e l'8 settembre 1943 nella provincia di Pavia erano usciti dalla clandestinità i principali partiti politici (Partito Comunista, Partito d'Azione, Partito Popolare, ...). Dopo l'8 settembre si è subito costituito il Comitato di Liberazione Nazionale (CLN) di Pavia. Esso era formato da Lorenzo Alberti (in rappresentanza del Partito Socialista), Angelo Balconi (nominato addetto militare e morto a Gusen sottocampo di Mauthausen), Ferruccio Belli (in rappresentanza del Partito Comunista), Luigi Brusaioli (in rappresentanza del Partito Repubblicano e morto a Flossenbug), Enrico Magenes, che allora frequentava il secondo anno della Scuola Normale di Pisa (in rappresentanza del Partito Popolare). Tutti i membri di tale primo CLN vennero arrestati l'8 gennaio 1944, imprigionati dapprima a Pavia, poi ai primi di luglio trasferiti dalle SS a Milano a San Vittore nel quinto e sesto raggio per essere poi deportati in Germania. Magenes viene dapprima internato a Bolzano e quindi a Flossenbug ed infine a Kottern, sottocampo di Dachau dove i deportati lavoravano per Messerschmitt. Magenes sarà di ritorno a Pavia insieme a Ferruccio Belli solo il 25 luglio 1945 [1].

Di ritorno dai campi di concentramento nazisti, Enrico Magenes si interroga sul suo futuro, in particolare se riprendere gli studi di matematica in Normale [2]. Leonida Tonelli e Landolino Giuliano gli tolgono ogni dubbio e quindi Enrico ritorna per due anni alla

Normale ove si laurea nel 1947 e poi vi rimane ancora un anno come perfezionando. Viene quindi nominato nel 1948 assistente di Scorza Dragoni a Padova. L'attività scientifica di Magenes è subito molto intensa: i primi lavori si occupano della semicontinuità degli integrali di Fubini-Tonelli, di esistenza di punti uniti, di problemi di valori al contorno per equazioni differenziali non lineari, [3], [4],.... Il meritato riconoscimento di tale attività avviene nel 1952 con la nomina a straordinario di Analisi matematica all'Università di Modena.

2. – I primi lavori sulle equazioni alle derivate parziali

Al 1952 risalgono anche i primi lavori di Magenes dedicati alle equazioni alle derivate parziali lineari [5], [6]. Il metodo d'integrazione di Picone di cui parla il titolo di tali lavori era stato introdotto da M. Picone verso il 1935 ed in seguito utilizzato e notevolmente generalizzato in particolare da L. Amerio, G. Fichera,... nel caso delle equazioni ellittiche. Per avere una idea del metodo, del suo interesse e delle sue difficoltà è sufficiente qui considerare il caso semplice del problema di Dirichlet non omogeneo in un dominio limitato ed a frontiera regolare: $\Omega \subset \mathbb{R}^N$:

$$(1) \quad A(u) = f \quad \text{in } \Omega, \quad \gamma_0 u = g \quad \text{su } \Gamma := \partial\Omega$$

ove $A(u) = \sum_{i,j=1}^N \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right)$ è un operatore lineare ellittico del secondo ordine a coefficienti regolari e $\gamma_0 u$ indica la traccia di u su Γ ; per evitare difficoltà inessenziali si può supporre che tale problema ammetta unicità della soluzione. Si denoti quindi con A^* l'aggiunto formale di A e con $\frac{\partial}{\partial \nu_A} = \sum_{i,j=1}^N a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} n_i$ la cosiddetta derivata conormale (quando $A = \Delta$ allora $A^* = \Delta$ e $\nu_A = \nu_{A^*} = \mathbf{n}$, la normale uscente a Γ). In tali ipotesi la formula di Green diventa :

$$(2) \quad \int_{\Omega} A(u)w dx - \int_{\Omega} uA^*(w) dx = \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial u}{\partial \nu_A} \gamma_0 w - (\gamma_0 u) \frac{\partial w}{\partial \nu_{A^*}} \right) d\Gamma$$

e quindi tenendo conto della (1) si ottiene:

$$(3) \quad \int_{\Omega} uA^*(w)dx + \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial v_A} \gamma_0 w = \int_{\Omega} f w dx + g \frac{\partial w}{\partial v_{A^*}} d\Gamma$$

Tale formula di Green (3) permette di ottenere una condizione di compatibilità tra u e $\frac{\partial u(x)}{\partial v_A}$. Ne consegue che se si conosce una successione di funzioni w_n sufficientemente regolari e tali che le successioni $A^*(w_n)$ e $\gamma_0(w_n)$ siano convergenti allora grazie alla (3), determinare la coppia $(u, \frac{\partial u}{\partial v_A})$ con u soluzione di (1) si riconduce alla soluzione di un sistema di equazioni del tipo di Fischer-Riesz. La difficoltà consiste ovviamente nel determinare tale successione e nel provarne la completezza in un opportuno spazio di Hilbert.

Una via per superare tale difficoltà è la seguente suggerita da Amerio [7]. Si prolunghino i coefficienti di A in modo regolare ad un dominio $\widehat{\Omega} \supset \Omega$ e per ogni $R \in \widehat{\Omega}$ fissato si denoti con $F(P, R)$, la soluzione fondamentale (come funzione di P) di $A^*(w) = 0$ (si può scegliere una soluzione fondamentale tale che, come funzione di R , verifichi inoltre $A(u) = 0$). Allora (1) e (2) implicano che per ogni $Q \in \widehat{\Omega} \setminus \Omega$ vale la seguente condizione di compatibilità fra $\gamma_0 u$ e $\frac{\partial u(x)}{\partial v_A}$:

$$(4) \quad 0 = \int_{\Gamma} \left(g(x) \frac{\partial F(x, Q)}{\partial v_{A^*}} - \frac{\partial u(x)}{\partial v_A} F(x, Q) \right) d\Gamma - \int_{\Omega} f(x) F(x, Q) dx$$

Inoltre un risultato “classico” della teoria del potenziale dice anche che per ogni $P \in \Omega$ vale:

$$(5) \quad \frac{2\pi^{N/2}}{\Gamma(N/2)} u(P) = \int_{\Gamma} \left(g(x) \frac{\partial F(x, Q)}{\partial v_{A^*}} - \frac{\partial u(x)}{\partial v_A} F(x, Q) \right) d\Gamma - \int_{\Omega} f(x) F(x, Q) dx$$

ne consegue che se φ_n è una successione di funzioni *ragionevoli* definita in $\widehat{\Omega} \setminus \Omega$ allora è naturale scegliere $w_n(P) = \int_{\widehat{\Omega} \setminus \Omega} \varphi_n(x) F(P, x) dx$. Poichè

gli integrali che intervengono in (5); (4) sono integrali singolari quali sono le *buone classi* per i dati f, g, Ω e per la soluzione u nelle quali le espressioni ottenute hanno un senso? Per rispondere a tali domande si devono studiare le proprietà fini dei potenziali di semplice e doppio strato che sono presenti in (4) and (5). Si veda per esempio il lavoro di Fichera [8] dove tali proprietà sono studiate e dei teoremi di completezza sono dimostrati.

Magenes appunto in [5], [6] applica tale metodo all'operatore del calore $E(u) = \Delta u - \frac{\partial u}{\partial t}$ in $\Omega \times (0, T)$ il cui aggiunto formale è $E^*(u) = \Delta u + \frac{\partial u}{\partial t}$ mentre la formula di Green (2) diventa

$$(6) \quad \int_0^T \int_{\Omega} E(u)w dx dt - \int_0^T \int_{\Omega} uE^*(w) dx dt = \\ \int_0^T \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} w - u \frac{\partial w}{\partial \mathbf{n}} \right) d\Gamma dt + \int_{\Omega} u(T)w(T) dx - \int_{\Omega} u(0)w(0) dx$$

Seguendo appunto l'approccio sopra indicato di Amerio e Fichera, Magenes utilizza la soluzione fondamentale dell'equazione del calore $(F(x, t; x', t') = \frac{1}{t' - t} \exp(-\frac{\|x' - x\|}{4(t' - t)})$ for $t' > t$ e $F(x, t; x', t') = 0$ per $t' \leq t$) e definisce una classe di soluzioni dell'equazione $E(u) = f$ che assumono in un senso opportuno i valori al contorno utilizzando una rappresentazione con potenziali di semplice strato e di doppio strato per i quali si incontrano difficoltà analoghe a quelle sopra indicate per le equazioni ellittiche del secondo ordine.

Le difficoltà sopra indicate sono ancora più forti per i problemi di derivata obliqua e per i cosiddetti problemi misti. Nel caso delle equazioni ellittiche per esempio nei problemi di derivata obliqua sul bordo è assegnata la derivata secondo una direzione variabile da punto a punto mentre nei problemi misti il bordo Γ è diviso in due parti su una delle quali, Γ_0 , la traccia è supposta per semplicità nulla mentre sulla parte complementare Γ_1 è assegnata la derivata conormale h . Negli anni 1952-1957 Magenes in una serie di ricerche

affronta tale problematica sia per i problemi di derivata obliqua che per i problemi misti. Si vedano ad es. [9], [10], [11], [12],[13], [14] .

Dal punto di vista storico è interessante osservare che le ricerche condotte nei primi anni Cinquanta da Fichera, Magenes, Miranda, Stampacchia,...condussero da un lato ad utilizzare i teoremi generali di analisi funzionale (v. per es. [15]) e d'altro lato a riflettere sul concetto stesso di traccia (vedi ad es.[16]). Inoltre si svilupparono sempre di più le cosiddette *impostazioni generalizzate* nelle quali si cerca di risolvere le equazioni (4) e (5) nella classe più generale possibile di funzioni. Naturalmente queste impostazioni suggeriscono anche di generalizzare al massimo tutti i dati del problema: il dominio, i coefficienti dell'operatore, il dato al secondo membro ed i dati al bordo. Una volta trovata la soluzione in questo ambito generale si cercherà poi di vedere quali ulteriori proprietà di regolarità ha la soluzione in funzione della regolarità dei dati. Esula da questa commemorazione la presentazione dettagliata dello sviluppo di tali problematiche di grande importanza. Qui interessa ricordare la conferenza di carattere generale svolta da Magenes a Milano il 21 febbraio 1956 [17]. Il carattere particolarmente didattico e programmatico di tale conferenza appare chiaramente dal sunto: *Breve esposizione e raffronto dei più recenti sviluppi della teoria dei problemi al contorno misti per le equazioni alle derivate parziali lineari ellittiche del secondo ordine, soprattutto dal punto di vista di impostazioni "generalizzate" degli stessi.*

3. – Gli anni di Genova e la collaborazione con G. Stampacchia

Nel 1955 Enrico Magenes si trasferisce all'Università di Genova ove già insegna G. Stampacchia al quale lo lega una grande amicizia iniziata alla Scuola Normale di Pisa ove condividevano i sentimenti antifascisti. Entrambi hanno ben capito l'importanza del concetto introdotto nel 1921 da J. Hadamard di *problema ben posto* sottolineato poi da Courant ed Hilbert nel loro famoso trattato (si veda ad es. R. Courant e D. Hilbert [18], p. 227) come requisito per un problema matematico che voglia descrivere in modo adeguato la realtà fisica. Ciò significa essenzialmente che deve ammettere una soluzione unica (eventualmente modulo sottospazi di dimensione finita) e la soluzione deve dipendere

con continuità dai dati. Tali condizioni possono avere senso solo quando si siano individuati degli spazi funzionali opportuni. Questo è particolarmente evidente per i problemi misti il cui studio può essere affrontato non solo con i metodi della teoria del potenziale sopra brevemente accennati ma anche con altri strumenti. A tal fine si può partire dalla seguente formula di Green *intermedia* rispetto alla (2) :

$$(7) \quad \int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^N a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial w}{\partial x_j} dx = - \int_{\Gamma_1} h \gamma_0 w d\Gamma - \int_{\Omega} f w dx$$

valida per *ogni* funzione w sufficientemente regolare e nulla su Γ_0 . Questa formula suggerisce di generalizzare la definizione di soluzione introducendo la nozione di *soluzione debole* che applica a questa situazione la definizione di derivata nel senso delle distribuzioni. Essa è alla base dei metodi variazionali sviluppati usando in maniera essenziale la nozione di soluzione debole e più in generale la teoria delle distribuzioni di Laurent Schwartz. Magenes e Stampacchia comprendono rapidamente l'importanza e l'efficacia di tale teoria e degli spazi di Sobolev per lo studio dei problemi ai limiti, in particolare grazie ai lavori di J. L. Lions. che incontrano nel settembre 1957 in occasione della prima *Réunion des mathématiciens d'expression latine*. È l'inizio di una profonda amicizia e di una intensa serie di scambi scientifici che durerà per tutti gli anni seguenti. Fin dall'anno successivo J. L. Lions tiene una serie di conferenze a Genova sui problemi misti [19] e Magenes e Stampacchia in una serie di seminari all'Istituto matematico dell'Università di Genova presentano i principali risultati (dovuti a N. Aronszajn, F. E. Browder, G. Fichera, K. O. Friedrichs, L. Gårding, O. Ladyzenskaja, J.-L. Lions, S. G. Mikhlin, C. B. Morrey jr., L. Nirenberg, M. I. Visik, ...) relativi allo studio dei problemi al contorno per gli operatori differenziali ellittici. Tali seminari sono raccolti e ulteriormente sviluppati in [20], memoria che ha una enorme importanza per lo sviluppo dello studio moderno di tali questioni in Italia. Per rendersi conto dell'ampiezza degli argomenti affrontati sarebbe sufficiente percorrerne l'indice. La collaborazione di J. L. Lions con Magenes e Stampacchia verrà ulteriormente rafforzata poichè molti loro allievi verranno in-



Enrico Magenes

viati da Lions, a cominciare da E. Gagliardo, allora assistente di Stampacchia, nell'anno 1958-59. Nel 1959 Magenes si trasferisce all'Università di Pavia dapprima sulla cattedra di Matematiche Complementari e poi a quella di Istituzioni di Analisi Superiore.

4. – I problemi ai limiti non omogenei e la collaborazione con J.-L. Lions

I risultati presentati in [20] riguardano essenzialmente i problemi ai limiti ellittici *omogenei* e cioè quelli con dati nulli al bordo. Rimane tuttavia aperto lo studio dei problemi *non-omogenei*. Per tali problemi ai limiti non-omogenei E. Gagliardo, J.-L. Lions, P.I. Lizorkin, G. Prodi e altri dimostrano che per ogni $s > 1/2$ l'operatore di traccia $u \rightarrow \gamma_0 u$ è lineare, continuo e suriettivo da $H^s(\Omega)$ in $H^{s-1/2}(\Gamma)$ ed ammette un rilevamento lineare e continuo. Tali teoremi permettono di chiarire completamente la situazione quando $s > 1/2$.

Tuttavia il caso di interesse non solo teorico ma anche applicativo dei problemi ai limiti non omogenei con dati al bordo irregolari, anche solo in $L^2(\Gamma)$, rimaneva ancora aperto. Per parlare di soluzione debole di un problema ai limiti non-omogeneo bisogna definire la sua traccia in un senso debole. È questa una situazione analoga a quella incontrata nella teoria delle distribuzioni, ad esempio per definire la derivazione in senso debole. Come nella teoria delle distribuzioni il problema viene affrontato da Lions e Magenes *per dualità*. Illustriamo il procedimento nel caso semplice del problema (1). Più precisamente consideriamo l'operatore $u \rightarrow \mathcal{A}^*u := \{A^*u, \gamma_0 u\}$; grazie ai risultati di regolarità ed ai teoremi di tracce si dimostra che $\mathcal{A}^* : H^{2+m}(\Omega) \rightarrow H^m(\Omega) \times H^{3/2+m}(\Gamma)$ è un isomorfismo per $m \geq 0$. Per restrizione al caso delle condizioni ai limiti omogenee ed allo spazio $H_0^m(\Omega)$, chiusura di $\mathcal{D}(\Omega)$ in $H^m(\Omega)$, si deduce che \mathcal{A}^* è un isomorfismo di $X^m(\Omega) := \{v \in H^{2+m}(\Omega); \gamma_0 v = 0, A^*v \in H_0^m(\Omega)\}$ su $H_0^m(\Omega)$. Di conseguenza applicando la dualità per ogni forma lineare e continua $v \rightarrow L(v)$ su $X^m(\Omega)$ esiste un unico $u \in (H_0^m(\Omega))' \equiv H^{-m}(\Omega)$ tale che

$$(8) \quad \langle u, A^*v \rangle = L(v) \quad \text{per ogni } v \in X^m(\Omega)$$

dove $\langle \cdot, \cdot \rangle$ indica la dualità fra $H^{-m}(\Omega)$ e $H_0^m(\Omega)$. Si tratta quindi di scegliere una forma lineare opportuna. A tal fine Lions e Magenes decompongono innanzitutto la forma lineare $L = L_1 + L_2$ e poi utilizzano la formula di Green (2) in modo che almeno formalmente si abbia $L_1(v) = \int_{\Omega} A(u)v dx$ ed $L_2(v) = \int_{\Gamma} (\gamma_0 u) \frac{\partial w}{\partial \nu_{A^*}} d\Gamma$. Naturalmente gli integrali vanno interpretati piuttosto come dualità fra opportuni spazi di Sobolev. Il contributo forse più interessante di Lions e Magenes è proprio nella scelta di $L_2(v)$ perchè permette di dare un senso in $H^{-m-1/2}(\Gamma)$ alla traccia $\gamma_0 u$ per ogni $u \in H^{-m}(\Omega)$ tale che $Au \in \mathcal{E}^m(\Omega)$ opportuno sottospazio di $(X^m(\Omega))'$. Come appare da questa rapida descrizione, il metodo in generale è complicato e venne esposto fra il 1960 ed il 1963 in una serie di articoli redatti alternativamente in italiano ed in francese. I risultati ottenuti per i problemi ai limiti lineari ellittici vennero estesi al caso di problemi lineari di evoluzione di tipo parabolico ed iperbolico ed al caso delle ultradistribuzioni ed infine presentati in maniera omogenea in tre volumi pubblicati in francese fra il 1968 ed il 1970 [21], [22], [23] e successivamente tradotti in inglese, russo e cinese.

5. – Magenes e le applicazioni della matematica

Una delle caratteristiche dei problemi ben posti secondo Hadamard è la dipendenza continua dai dati; si tratta di una proprietà molto importante per le applicazioni ove i dati sono spesso conosciuti solo in modo approssimato. Come Lions in Francia, Magenes è cosciente che i metodi ed i risultati basati sulla teoria delle distribuzioni e sull'analisi funzionale possono dare nuovo slancio alla matematica applicata. Tuttavia affinché questi risultati siano apprezzati nel loro giusto valore devono tradursi in metodi numerici efficienti e rigorosamente giustificati. Per questo motivo nel 1961-62 egli inaugura il corso di Calcolo numerico presso l'Università di Pavia ed inoltre si fa promotore del Centro di Calcolo dell'Università di Pavia, del quale è stato Direttore dal 1961 al 1965 e dal 1970 al 1973. (Ricordo che il 1961 è un anno particolarmente importante per lo sviluppo dell'analisi numerica in Italia poichè è l'anno di fondazione dell'Associazione Italiana per il Calcolo Automatico, divenuta nel 1983 Associazione Italiana per l'informatica e per il Calcolo Automatico). Magenes fa acquistare al Centro di calcolo un calcolatore scientifico allora molto all'avanguardia: l'ELEA 6001 sviluppato dalla Olivetti sotto la brillante guida dell'ingegnere Mario Tchou (1924-1961). Si trattava di un calcolatore in virgola mobile fra i più rapidi del tempo (da 8000 a 10000flops) e forse addirittura il primo ad essere interamente costruito con transistor. Al corso di Calcolo numerico Magenes fece aggiungere un corso di informatica e programmazione inizialmente tenuto da M. Italiani.

Il progetto culturale che sottendeva alla creazione del Centro di calcolo da parte di Magenes era quello di favorire la collaborazione dei matematici con gli ingegneri, i medici, gli economisti,...Magenes era infatti ben cosciente che proprio la collaborazione con altre discipline avrebbe potuto dare origine a nuovi interessanti problemi anche di matematica pura. Molto rapidamente B. Taccardi utilizza proprio la versatilità dell'ELEA 6001 per analizzare il potenziale elettrico cardiaco. Più precisamente uno strumento automatico eseguiva l'amplificazione e la conversione numerica di un certo numero di elettrocardiogrammi rilevati da altrettanti punti della superficie toracica durante un battito cardiaco; tali dati venivano elaborati dall'ELEA

6001 e trasformati in una serie di mappe istantanee separate da intervalli di alcuni millisecondi. Si ottengono così più informazioni cliniche di quelle ottenute con le tecniche elettrocardiografiche convenzionali (vedi per es. [24], [25],...).

Sotto l'impulso di Carlo Pucci e grazie all'impegno di Magenes, il CNR crea a Pavia nel 1970 il Laboratorio di Analisi Numerica (LAN) diventato successivamente Istituto, di Analisi Numerica (IAN) del Consiglio Nazionale delle Ricerche che ha diretto fino a tutto il 1991, favorendo proficue collaborazioni fra i ricercatori dell'Istituto stesso e quelli del mondo esterno, in Italia e all'estero. Tale istituto è poi diventato Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche (IMATI). Come ho già ricordato Magenes aveva la profonda convinzione che una *buona matematica applicata* ad un problema doveva non solo permetterne una trattazione numerica efficace, ma doveva anche essere accompagnata da un rigoroso studio teorico. Per questo motivo le ricerche condotte all'IAN in generale coinvolgevano sia analisti *numerici* che analisti *puri* che *modellizzatori*. Non è questo il luogo ove presentare tutti i numerosissimi aspetti delle ricerche svolte all'IAN. Mi limiterò a presentare rapidamente quelle alle quali Magenes ha attivamente partecipato.

1. *I problemi di frontiera libera originati da questioni di idraulica*. Alla fine del 1970 U. Maione, da poco nominato professore di idraulica all'Università di Pavia, propone un problema particolarmente interessante legato al moto di filtrazione di un liquido in un mezzo poroso. Un esempio tipico e particolarmente semplice per il modello matematico consiste nel considerare due bacini idrici di livelli diversi che sono separati da una diga di materiale poroso, Nel caso bidimensionale più semplice (diga a pareti verticali con base orizzontale ed impermeabile, di sezione costante e trascurando la capillarità) si tratta di determinare la superficie libera che delimita la zona bagnata (cosiddetta curva di pelo libero). C. Baiocchi nel 1971 [26] risolve il problema riconducendolo ad una disuguaglianza variazionale. Tale lavoro è il primo di una serie di lavori di carattere teorico e numerico dovuti a diversi ricercatori del LAN (V. Comincioli, L. Guerri, A. Pozzi,) v. per es. [27], [28].

2. *I problemi di frontiera libera del tipo di Stefan.* Il problema di Stefan costituisce una formulazione semplificata dei problemi di transizione di fase per i quali esiste una vastissima e sempre crescente letteratura. Qui mi limiterò a presentare la formulazione in termini di entalpia u definita in un dominio limitato ed a frontiera regolare: $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ e verificante l'equazione parabolica nonlineare:

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta \beta(u) = 0 & \text{in } \Omega \times (0, T) \\ \beta(u) = 0 & \text{in } \partial\Omega \times (0, T) \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{in } \Omega \end{cases}$$

dove $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ e $\beta(s) = (s - 1)^+ - s^-$ è la relazione costitutiva che lega l'entalpia u alla temperatura $\beta(u)$. L'interesse di Magenes era di ottenere un metodo numerico efficiente per approssimare la soluzione sia in questo caso che nel caso più complicato di condizioni al bordo di flusso non lineare. A tal fine lo strumento essenziale si rivelò l'utilizzo di un approccio in termini di semi-gruppi in $L^1(\Omega)$, cf. [29], che permise a Magenes, in collaborazione con C. Verdi ed A. Visintin, di ottenere l'esistenza e l'unicità della soluzione in un opportuno senso debole. In seguito Magenes, R.H. Nochetto e C. Verdi in [30] ottennero delle maggiorazioni ottimali sull'errore di discretizzazione della soluzione di (9) con uno schema implicito

$$U^n - U^{n-1} = \tau \Delta \beta(U^n)$$

ove τ indica il passo temporale. Tali risultati vennero estesi da Magenes ad altre equazioni paraboliche non lineari. Nel caso in cui il fenomeno di diffusione del calore con cambio di fase coinvolga due corpi di cui uno possa essere assimilato alla frontiera dell'altro si ottiene il cosiddetto problema di Stefan con *capacità concentrata* [31] il cui studio teorico interessò Magenes per diversi anni. Egli però come sempre aveva a cuore non solo lo studio degli aspetti teorici dell'approssimazione numerica di tale problema per i quali stimolò diverse ricerche, ma anche la ef-

fettiva implementazione dei metodi di approssimazione studiati teoricamente, v. per es. [32].

3. *I problemi inversi legati all'elettrocardiologia* Le ricerche di Taccardi di cui ho parlato precedentemente cercavano di identificare la distribuzione del potenziale elettrico cardiaco attraverso la conoscenza nel tempo del potenziale elettrico toracico. Si tratta di un tipico esempio di problema inverso. Per illustrarlo conviene dapprima descrivere il *problema diretto*. Si tratta di un problema ai limiti di tipo misto per l'operatore $\Delta u(x, t) = 0$ ove la condizione di Dirichlet $\gamma_0 u(x, t) = v(x, t)$ è assegnata sulla superficie del cuore Γ_h e la derivata normale $\frac{\partial U(x, t)}{\partial n} = 0$ sulla superficie del torace Γ_t . Il dominio Ω è costituito dal volume compreso fra il cuore ed il torace ed ha quindi le due frontiere Γ_t e Γ_h fra di loro disgiunte. Tale problema diretto ha quindi esistenza ed unicità della soluzione per ogni t e di conseguenza anche la traccia di $U(x, t)$ è ben definita su Γ_t e l'operatore Neumann-Dirichlet corrispondente può essere bene approssimato con gli elementi frontiera di Nedelec, cf. [33]. Le elettromappe forniscono il potenziale elettrico misurato su una parte Σ della superficie toracica; a partire da tali informazioni si vuole ricostruire il potenziale sulla superficie del cuore. Questo corrisponde a risolvere un problema di Cauchy per l'operatore ellittico $\Delta u(x, t)$. Si tratta di un problema mal-posto e quindi a priori non si può determinare il potenziale cardiaco anche se le elettromappe cardiache sono determinate per una sequenza di istanti temporali e questo fornisce una informazione supplementare. Tuttavia i metodi di discretizzazione sia agli elementi finiti che con gli elementi di frontiera alla Nedelec conducono a matrici molto mal condizionate. È quindi necessario ricorrere ad opportune tecniche di regolarizzazione per la cui efficacia le conoscenze precedenti sono essenziali. Magenes insieme a P. Colli Franzone e L. Guerri si interessò anche ad un problema connesso con la rappresentazione macroscopica delle sorgenti elettriche cardiache; durante la fase di eccitazione del miocardio ventricolare. Nel 1976 misure speri-

mentali misero in evidenza l'importanza dell'anisotropia delle fibre cardiache della parete ventricolare sul comportamento del potenziale. Fu questo risultato uno stimolo per una ulteriore collaborazione dei ricercatori dell'IAN con il gruppo di Taccardi [34]. Magenes in collaborazione con Colli Franzone e Guerri affrontò il problema teorico riprendendo alcuni dei suoi risultati ottenuti negli anni Cinquanta sul problema di derivata obliqua regolare (ad es. [9], [11]) che completò con una analisi approfondita dell'unicità del problema inverso nel caso bidimensionale in [35].

6. – I problemi dell'insegnamento della matematica

Nel 1959 Enrico Magenes si trasferisce all'Università di Pavia come professore ordinario di Matematiche complementari. Non essendo ancora esperto della materia Magenes affronta l'insegnamento con umiltà ed al tempo stesso con il suo consueto entusiasmo. Egli utilizza quindi nei primi anni essenzialmente le dispense in uso di R. Serini che però completa con il libro di M. Postnikov [36] e con quello di F. Cecioni [37] nel quale si sottolinea l'influenza dei *Fondamenti della Geometria* di D. Hilbert. Nel corso degli anni Egli arricchì l'insegnamento in particolare con le idee di G. Choquet. Magenes fu promotore dell'indirizzo didattico al momento della riforma dell'insegnamento della matematica nell'Università e delle tesi di laurea in Didattica della Matematica, che nei primi anni consistevano essenzialmente nell'analisi critica dei manuali e dei diversi approcci per l'insegnamento della matematica nelle Scuole medie inferiori e nelle scuole superiori. Per questo motivo Egli partecipò regolarmente alle attività della sezione pavese della Mathesis (Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche) ed ai Convegni della CIIM (Commissione permanente dell'Unione Matematica Italiana per l'insegnamento della matematica).

Questa attenzione all'insegnamento della matematica era stata sottolineata durante la sua presidenza come una delle azioni importanti per l'UMI ed aveva condotto alla creazione dei Nuclei di Ricerca Didattica finanziati dal Comitato per la Matematica del CNR allora presieduto da C. Pucci, anche lui profondamente con-

vinto dell'importanza dell'insegnamento della matematica nella scuola. A Pavia Magenes fu promotore nel 1975 di uno dei primi nuclei di Ricerca che iniziò una collaborazione stretta con i nuclei di Pisa e di Trieste per sviluppare e sperimentare per quanto possibile il progetto *Matematica come Scoperta* iniziato da Giovanni Prodi. Come è ben noto si tratta forse del più compiuto ed organico progetto didattico per l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria superiore. I primi due volumi furono scritti da G. Prodi mentre al terzo contribuì, nella parte dedicata al calcolo integrale, Magenes [38]. I tre volumi erano accompagnati dalle guide per gli insegnanti elaborate da diversi insegnanti universitari e delle scuole secondarie superiori partecipanti al progetto. Questo ambizioso progetto ha continuato ad evolversi nel corso degli anni per diventare *Scoprire la matematica* il cui volume sul calcolo integrale e differenziale venne pubblicato nel 2006 ancora con un contributo di E. Magenes [39].

7. – L'impegno civile di Magenes

L'impegno civile di Magenes non si limitò alla sua partecipazione alla Resistenza, ma fu sempre presente durante tutta la sua vita sotto diversi aspetti. Mi permetterò qui di ricordarne solo due. Innanzitutto *l'impegno all'interno della comunità matematica italiana*. Come Egli stesso ricorda, [40] nel corso del Congresso del 1951 fece conoscenza di un gruppo di giovani matematici desiderosi di rinnovare l'organizzazione della ricerca. Nel settembre 1959 Enrico Magenes, a nome di un gruppo di 43 soci, presentò al VI Congresso dell'UMI (Napoli) una mozione su *La ricerca scientifica matematica e suo finanziamento*. Riprendo dalle Notizie del Bollettino dell'UMI, vol. 14, (1959) fasc. 3: *Egli osserva che l'aumento nella richiesta di matematici nei tre campi della ricerca, dell'insegnamento e delle applicazioni tecniche, provocato dalla evoluzione della scienza, dall'espansione della Scuola e dalla crescente industrializzazione, contrasta, in Italia, con una diminuzione progressiva del numero degli studenti e dei laureati in matematica,(..) Le cause di tale contrasto sono sostanzialmente di ordine finanziario. (...) Si impongono quindi provvedimenti perchè la*

ricerca scientifica e l'insegnamento nell'ambito universitario vengano incrementati(....). Dopo una ampia discussione, la mozione fu nella sostanza approvata e produsse effetti importanti, quali ad esempio la nascita del Consiglio Nazionale per la Ricerca Matematica (CoNaRM) il cui primo presidente fu Carlo Pucci. Nel 1961 il CoNaRM indusse il CNR a finanziare diversi contratti e così ebbe origine un sistema per il finanziamento generale della matematica italiana che contribuì in modo essenziale al suo sviluppo. L'impegno di Magenes all'interno della matematica italiana lo condusse ad essere membro attivo della Commissione Scientifica dell'U.M.I. dal 1967 al 1979 e Presidente dell'Unione Matematica Italiana stessa dal 1973 al 1975. Sempre tale impegno lo fece essere membro attivo di diverse Commissioni sia del CNR che dell'UMI.

Un secondo importante aspetto del suo impegno civile fu quello che lo condusse fin dagli anni Settanta ad impegnarsi a fondo per la creazione del *Collegio universitario Santa Caterina da Siena*, che ha per scopo di contribuire al progresso sociale attraverso la formazione culturale e spirituale di studentesse di qualunque nazionalità che, iscritte all'Università di Pavia e con spiccate attitudini, intendono dedicarsi agli studi col massimo impegno. Mi sembra importante sottolineare il fatto che si tratta di un Collegio di merito (come, ad esempio a Pavia, i collegi Borromeo e Ghislieri) destinato a studentesse perchè Enrico, nel corso degli anni, si era profondamente convinto dell'importanza del ruolo che doveva essere riconosciuto alle donne per lo sviluppo della società.

8. – Il riconoscimento dell'attività scientifica

Moltissimi sono stati i riconoscimenti nazionali ed internazionali dell'opera scientifica di Enrico Magenes, quali l'appartenenza a diverse prestigiose Accademie: Accademia Nazionale dei Lincei, Istituto Lombardo, Accademia delle Scienze di Torino, la Société Royale des Sciences di Liegi, la Academia Europaea, ... Uno dei più prestigiosi riconoscimenti è anche stato il Premio Lagrange che gli venne conferito nel 2003 al Quinto ICIAM (International Congress for Industrial and Applied Mathematics) tenutosi a Sidney. Vale la pena di ri-



Enrico Magenes commemora l'amico Jacques-Louis Lions

prenderne tutta la motivazione: *In a remarkable series of papers, followed and made complete in a three-volume book in cooperation with J.L. Lions (Nonhomogeneous Boundary Value Problems and Applications), he set the foundations for the modern treatment of partial differential equations, and in particular the ones mostly used in applications. This includes the systematic treatment of variational formulations, as well as the paradigm “regularity-results-transposition-interpolation,” and allows a fully detailed use of the properties of trace spaces. The book has been the reference book for more than thirty years, for the completeness of the results reported there, but even more for the strategy of approach to problems. After that, the scientific activity of Magenes moved even further in the direction of application. In the early seventies he founded the Institute of Numerical Analysis in Pavia, which he directed for more than twenty years, keeping it in close contact with the top level scientific institutions all over the world, and making it the source of a number of highly successful scientists and of several pioneering results. Apart*

from his continuous inspirational influence, he contributed personally to the development of a totally new technique for treating free boundary problems by means of variational inequalities, with remarkable applications to several important problems such as the flow of fluids through porous media or the phase-change phenomena. But even if his own results have been of paramount importance, his major merit is surely in the impulse he gave, and the influence he had in starting, encouraging and sustaining a way of doing mathematics that joined the rigour, the elegance and the deepness of so-called pure mathematics with the real-life problems that have to be faced in applications. If the combination of pure mathematics and applications is what Applied Mathematics is nowadays, Magenes is surely among the ones that deserve most credit. Per concludere conviene ricordare che l'IMATI è ora diventato Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche *Enrico Magenes*.

9. – L'uomo

Enrico Magenes aveva un carisma naturale ed un modo diretto di parlare che era evidente per ogni persona che passasse un po' di tempo con lui, anche solo in una commissione. Questo carisma non gli toglieva nulla di una grande umanità e di una grande generosità: innumerevoli sono stati i visitatori dell'Istituto Matematico e dell'IAN accolti con grande calore e con un grande senso dell'ospitalità sia da Enrico che dalla moglie Mariangela.

Enrico aveva un fortissimo ascendente su tutti noi suoi allievi perchè sapeva ascoltarci ed aiutarci nei momenti difficili sia nella ricerca che nella vita personale. Ma sapeva anche farci capire senza perifrasi quando non era contento: tutti noi sapevamo quale sarebbe stato il seguito di una frase che iniziava con *Benedetto ... !*

Io credo che la volontà che Magenes ha sempre avuto di impegnarsi nella vita sono anche una sua risposta alla terribile esperienza dei campi di concentramento; non è certo l'unico ad avere in questo modo cercato di rispondere alla disumanità che aveva visto, si vedano per esempio le memorie [41] del premio Nobel di fisica del 1992 G. Charpak, anche lui internato a Dachau. Rispondere alla disumanità

impegnandosi nella vita civile, nella ricerca matematica, nella famiglia (dapprima con i tre figli Giovanni, Maria Rosa e Guido e poi con i numerosi nipoti sempre aiutato da Mariangela) e nella fede cattolica, che aveva profondissima, non significavano affatto dimenticare i campi; basti pensare che sulla sua bara vi era il triangolo rosso simbolo nei campi di deportato politico.

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. MAGENES. *Lager e deportazione*. <http://www.lageredeportazione.org/testimonianze>, 2003.
- [2] E. MAGENES. *Una testimonianza sul III congresso dell'U.M.I.* Pisa, 23-26 settembre 1948. *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult.* (8), 1(1):1-6, 1998.
- [3] E. MAGENES. *Sui teoremi di Tonelli per la semicontinuità nei problemi di Mayer e di Lagrange*. *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa* (2), 15:113-125 (1950), 1946.
- [4] E. MAGENES. *Proprietà topologiche di certi insiemi di punti e teoremi di esistenza di punti uniti in trasformazioni plurivalenti di una r -cella in sé*. *Giorn. Mat. Battaglini* (4), 2(78):168-181, 1949.
- [5] E. MAGENES. *Sull'equazione del calore: teoremi di unicità e teoremi di completezza connessi col metodo di integrazione di M. Picone. I*. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 21:99-123, 1952.
- [6] E. MAGENES. *Sull'equazione del calore: teoremi di unicità e teoremi di completezza connessi col metodo d'integrazione di M. Picone. II*. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 21:136-170, 1952.
- [7] L. AMERIO. *Sul Calcolo Delle Soluzioni dei Problemi Al Contorno Per le Equazioni Linear del Secondo Ordine di Tipo Ellittico*, *American Journal of Mathematics*, 69 (1947), p. 447-489.
- [8] G. FICHERA. *Teoremi di completezza sulla frontiera di un dominio per taluni sistemi di funzioni*, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 27 (1948), p. 1-28.
- [9] E. MAGENES. *Sui problemi di derivata obliqua regolare per le equazioni lineari del secondo ordine di tipo ellittico*, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4), 40, (1955), p. 143-160.
- [10] E. MAGENES. *Osservazioni su alcuni teoremi di completezza connessi con i problemi misti per le equazioni lineari ellittiche*, *Boll. Un. Mat. Ital.* (3), 10, (1955), p.452-459.
- [11] E. MAGENES. *Il problema della derivata obliqua regolare per le equazioni lineari ellittico-paraboliche del secondo ordine in m variabili*, *Rend. Mat. e Appl.* (5), 16, (1957) p. 363-414.
- [12] E. MAGENES. *Problema generalizzato di Dirichlet e teoria del potenziale*, *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 24, (1955), p. 220-229.
- [13] E. MAGENES. *Problemi al contorno misti per l'equazione del calore*, *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 24, (1955), p. 1-28.
- [14] E. MAGENES. *Sui problemi al contorno misti per le equazioni lineari del secondo ordine di tipo ellittico*, *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa* (3), 8 (1954), p. 93-120.
- [15] G. FICHERA. *Methods of functional linear analysis in mathematical physics: a priori estimates for the solutions of boundary value problems*. *Proceedings of the International*

- Congress of Mathematicians, 1954, Amsterdam, vol. III, pp. 216-228. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1956.
- [16] G. CIMMINO. *Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di tipo ellittico*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 23 (1952), p. 1-23.
- [17] E. MAGENES. *Recenti sviluppi nella teoria dei problemi misti per le equazioni lineari ellittiche*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 27, (1957), p. 75-95.
- [18] R. COURANT and D. HILBERT. *Methods of Mathematical Physics*, vol. II, Interscience, 1962.
- [19] LIONS J.-L. *Problemi misti nel senso di Hadamard classici e generalizzati*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 28 (1958), p. 149-188, 29 (1959), p. 235-239.
- [20] E. MAGENES, G. STAMPACCHIA. *I problemi al contorno per le equazioni differenziali di tipo ellittico*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (3), 12, (1958), p. 247-358.
- [21] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications*. Vol. 1, Dunod, Paris, 1968.
- [22] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications*. Vol. 2, Dunod, Paris, 1968.
- [23] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications*. Vol. 3, Dunod, Paris, 1970.
- [24] B. TACCARDI - D. RIVA - L. DE AMBROGGI. *Distribuzione dei potenziali cardiaci sulla superficie toracica in alcuni casi di insufficienza coronarica con elettrocardiogramma normale*. Boll Soc Ital Cardiol 11 (1966) p. 1692-3.
- [25] B. TACCARDI. *Body surface distribution of equipotential lines during atrial depolarization and ventricular repolarization*. Circ Res 19 (1966) p. 865-78.
- [26] C. BAIOCCHI. *Su un problema di frontiera libera connesso a questioni di idraulica*. Ann. Mat. Pura Appl. (4), 92, (1972), p. 107-127.
- [27] C. BAIOCCHI, V. COMINCIOLI, E. MAGENES and G. A. POZZI. *Free boundary problems in the theory of fluid flow through porous media: existence and uniqueness theorems*, Ann. Mat. Pura Appl. (4), 97, (1973), p. 1-82.
- [28] C. BAIOCCHI, L. GUERRI, G. VOLPI. *Free boundary problems in the theory of fluid flow through porous media: numerical approach*, Calcolo, 10 (1973), p. 1-85.
- [29] E. MAGENES, C. VERDI and A. VISINTIN. *Semigroup approach to the Stefan problem with nonlinear flux*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8), 75, (1983), p. 24-33.
- [30] E. MAGENES, R. H. NOCHETTO and C. VERDI. *Energy error estimates for a linear scheme to approximate nonlinear parabolic problems*, RAIRO Modél. Math. Anal. Numér., 21, (1987), p. 655-678.
- [31] A. FASANO, M. PRIMICERIO, L. RUBINSTEIN, *A model problem for heat conduction with a free boundary in a concentrated capacity*, J. Inst. Math. Appl., 26, (1980), p. 327-347.
- [32] R.H. NOCHETTO, M. PAOLINI, C. VERDI, *An adaptative finite element method for two-phase Stefan problem in two space dimensions. Part II: implementation and numerical experiments*, SIAM J. Sci. Sta. Comput., 12, (1991) p. 1207-1244.
- [33] P. COLLI FRANZONE and E. MAGENES. *On the inverse potential problem of electrocardiology*, Calcolo, 16, (1979), p. 459-538.
- [34] P. COLLI FRANZONE, L. GUERRI, C. VIGANOTTI, E. MACCHI, S. BARUFFI, S. SPAGGIARI and B. TACCARDI. *Potential fields generated by oblique dipole layers modeling excitation wavefronts in the anisotropic myocardium. Comparison with potential fields elicited by paced dog heart in a volume conductor*, Circ. Res. , 51, (1982) p. 330-346.
- [35] E. MAGENES. *An inverse problem in the theory of logarithmic potentials*, Calcolo, 22, (1985), p. 31-46.

- [36] M. M. POSTNIKOV. *Foundations of Galois Theory*, Dover 2004.
- [37] F. CECIONI. *Lezioni di Matematiche Complementari: Geometria*, Vallerini, Pisa.
- [38] G. PRODI e E. MAGENES. *Elementi di Analisi Matematica per il Triennio delle Scuole Secondarie Superiori*, D'Anna, Messina-Firenze, (1982).
- [39] G. PRODI, E. MAGENES, M. R. MAGENES, A. PESCI e M. REGGIANI. *Calcolo Differenziale e Calcolo Integrale*, Ghisetti e Corvi, Milano (2006).
- [40] E. MAGENES. *L'UMI nel primo dopo-guerra (1945-1951)*, Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult. (8) 2-A, (1998) 145-152.
- [41] G. CHARPAK, D. SAUDINOS. *La vie à fil tendu* Ed. Odile Jacob, 1993.

Publicazioni di Enrico Magenes

- [1] E. MAGENES. Sui teoremi di Tonelli per la semicontinuità nei problemi di Mayer e di Lagrange. *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa (2)*, 15:113-125 (1950), 1946.
- [2] E. MAGENES. Sopra un problema di T. Satô per l'equazione differenziale $y'' = f(x, y, y')$. I. *Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8)*, 2:130-136, 1947.
- [3] E. MAGENES. Sopra un problema di T. Satô per l'equazione differenziale $y'' = f(x, y, y')$. II. *Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8)*, 2:258-261, 1947.
- [4] E. MAGENES. Intorno agli integrali di Fubini-Tonelli. I. Condizioni sufficienti per la semicontinuità. *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa (3)*, 2:1-38 (1950), 1948.
- [5] E. MAGENES. Problemi di valori al contorno per l'equazione differenziale $y^{(n)} = \lambda f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$. *Ann. Mat. Pura Appl. (4)*, 27:39-74, 1948.
- [6] E. MAGENES. Una questione di stabilità relativa ad un problema di moto centrale a massa variabile. *Pont. Acad. Sci. Comment.*, 12:229-259, 1948.
- [7] E. MAGENES. Intorno agli integrali di Fubini-Tonelli. II. Teoremi di esistenza dell'estremo. *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa (3)*, 3:95-131 (1950), 1949.
- [8] E. MAGENES. Proprietà topologiche di certi insiemi di punti e teoremi di esistenza di punti uniti in trasformazioni plurivalenti di una r -cella in sè. *Giorn. Mat. Battaglini (4)*, 2(78):168-181, 1949.
- [9] E. MAGENES. Un criterio di esistenza di punti uniti in trasformazioni topologiche piane. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 18:68-114, 1949.
- [10] E. MAGENES. Sul minimo relativo degli integrali di Fubini-Tonelli. *Giorn. Mat. Battaglini (4)*, 3(79):144-168, 1950.
- [11] E. MAGENES. Sulle equazioni di Eulero relative ai problemi di calcolo delle variazioni degli integrali di Fubini-Tonelli. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 19:62-102, 1950.
- [12] E. MAGENES. Un'osservazione sui teoremi di esistenza di punti uniti in trasformazioni plurivalenti di una N -cella. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 19:108-113, 1950.
- [13] E. MAGENES. Un'osservazione sulle condizioni necessarie per la semicontinuità degli integrali di Fubini-Tonelli. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 19:44-53, 1950.
- [14] E. MAGENES. Condizioni sufficienti per il minimo relativo in certi problemi di Mayer. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 20:78-98, 1951.
- [15] E. MAGENES. Intorno ad un nuovo tipo di funzionali del calcolo delle variazioni. In *Atti III. Congr. Un. Mat. Ital., Pisa 23-26 Settembre 1948*, pages 102-104. 1951.
- [16] E. MAGENES. Sul minimo semi-forte degli integrali di Fubini-Tonelli. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 20:401-424, 1951.
- [17] E. MAGENES. Sulle estremanti dei polinomiali nella sfera di Hilbert. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 20:24-47, 1951.

- [18] E. MAGENES. Una questione di stabilità relativa ad un problema di moto centrale a massa variabile. In *Atti III. Congr. Un. Mat. Ital., Pisa 23-26 Settembre 1948*, pages 105-106. 1951.
- [19] E. MAGENES. Sul minimo relativo nei problemi di calcolo delle variazioni d'ordine n . *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 21:1-24, 1952.
- [20] E. MAGENES. Sull'equazione del calore: teoremi di unicità e teoremi di completezza connessi col metodo di integrazione di M. Picone. I. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 21:99-123, 1952.
- [21] E. MAGENES. Sull'equazione del calore: teoremi di unicità e teoremi di completezza connessi col metodo d'integrazione di M. Picone. II. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 21:136-170, 1952.
- [22] E. MAGENES. Sui problemi al contorno misti per le equazioni lineari del secondo ordine di tipo ellittico. *Ann. Scuola Norm. Super. Pisa* (3), 8:93-120, 1954.
- [23] E. MAGENES. Osservazioni su alcuni teoremi di completezza connessi con i problemi misti per le equazioni lineari ellittiche. *Boll. Un. Mat. Ital.* (3), 10:452-459, 1955.
- [24] E. MAGENES. Problema generalizzato di Dirichlet e teoria del potenziale. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 24:220-229, 1955.
- [25] E. MAGENES. Problemi al contorno misti per l'equazione del calore. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 24:1-28, 1955.
- [26] E. MAGENES. Sui problemi di derivata obliqua regolare per le equazioni lineari del secondo ordine di tipo ellittico. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4), 40:143-160, 1955.
- [27] E. MAGENES. Sul teorema dell'alternativa nei problemi misti per le equazioni lineari ellittiche del secondo ordine. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 9:161-200 (1956), 1955.
- [28] E. MAGENES. Sulla teoria del potenziale. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 24:510-522, 1955.
- [29] E. MAGENES. Su alcune recenti impostazioni dei problemi al contorno, in particolare misti, per le equazioni lineari ellittiche del secondo ordine. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 10:75-84, 1956.
- [30] E. MAGENES. Il problema della derivata obliqua regolare per le equazioni lineari ellittico-paraboliche del secondo ordine in m variabili. *Rend. Mat. e Appl.* (5), 16:363-414, 1957.
- [31] E. MAGENES. Recenti sviluppi nella teoria dei problemi misti per le equazioni lineari ellittiche. *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano*, 27:75-95, 1957.
- [32] E. MAGENES. Sui problemi al contorno per i sistemi di equazioni differenziali lineari ellittici di ordine qualunque. *Univ. e Politec. Torino. Rend. Sem. Mat.*, 17:25-45, 1957/1958.
- [33] E. MAGENES and G. STAMPACCHIA. I problemi al contorno per le equazioni differenziali di tipo ellittico. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 12:247-358, 1958.
- [34] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problemi ai limiti non omogenei. I. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 14:269-308, 1960.
- [35] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Remarque sur les problèmes aux limites pour opérateurs paraboliques. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 251:2118-2120, 1960.
- [36] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problèmes aux limites non homogènes. II. *Ann. Inst. Fourier Grenoble*, 11:137-178, 1961.
- [37] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problèmes aux limites non homogènes. IV. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 15:311-326, 1961.
- [38] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problemi ai limiti non omogenei. III. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 15:41-103, 1961.
- [39] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problemi ai limiti non omogenei. V. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa* (3), 16:1-44, 1962.
- [40] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Remarques sur les problèmes aux limites linéaires elliptiques. Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.* (8), 32:873-883, 1962.

- [41] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Problèmes aux limites non homogènes. VI. *J. Analyse Math.*, 11:165-188, 1963.
- [42] J. L. LIONS and E. MAGENES. Problèmes aux limites non homogènes. VII. *Ann. Mat. Pura Appl. (4)*, 63:201-224, 1963.
- [43] E. MAGENES. Sur les problèmes aux limites pour les équations linéaires elliptiques. In *Les Équations aux Dérivées Partielles (Paris, 1962)*, pages 95-111. Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1963.
- [44] J. L. LIONS and E. MAGENES. Sur certains aspects des problèmes aux limites non homogènes pour des opérateurs paraboliques. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (3)*, 18:303-344, 1964.
- [45] E. MAGENES. Problèmes de traces et problèmes aux limites pour équations linéaires elliptiques et paraboliques. In *Deuxième Colloq. l'Anal. Fonct.*, pages 83-95. Centre Belge Recherches Math., Librairie Universitaire, Louvain, 1964.
- [46] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Espaces de fonctions et distributions du type de Gevrey et problèmes aux limites paraboliques. *Ann. Mat. Pura Appl. (4)*, 68:341-417, 1965.
- [47] E. MAGENES. Spazi d'interpolazione ed equazioni a derivate parziali. In *Atti del Settimo Congresso dell'Unione Matematica Italiana (Genova, 1963)*, pages 134-197. Edizioni Cremonese, Rome, 1965.
- [48] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Espaces du type de Gevrey et problèmes aux limites pour diverses classes d'équations d'évolution. *Ann. Mat. Pura Appl. (4)*, 72:343-394, 1966.
- [49] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Résultats de régularité problèmes aux limites non homogènes pour opérateurs paraboliques. In *Atti del Convegno su le Equazioni alle Derivate Parziali (Nervi, 1965)*, pages 75-80. Edizioni Cremonese, Rome, 1966.
- [50] È. MADŽENES. Interpolational spaces and partial differential equations. *Uspehi Mat. Nauk*, 21(2):169-218, 1966.
- [51] E. MAGENES. Espaces de fonctions et de distributions vectorielles du type de gevrey et équations différentielles. In *Séminaire sur les Équations aux Dérivées Partielles (1965-1966)*. I, pages 1-34. Collège de France, Paris, 1966.
- [52] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Quelques remarques sur les problèmes aux limites linéaires elliptiques et paraboliques dans des classes d'ultra-distributions. I, II. *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 43 (1967)*, 43:469- 476, 1967.
- [53] G. GEYMONAT and E. MAGENES. La teoria delle distribuzioni. In *S&T 68*, Annuario della EST, pages 413-419. Mondadori, 1968.
- [54] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Contrôle optimal et espaces du type de Gevrey. *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8)*, 44:34-39, 1968.
- [55] J.-L. LIONS and E. MAGENES. Contrôle optimal et espaces du type de Gevrey. II. *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8)*, 44:151-157, 1968.
- [56] E. MAGENES. Alcuni aspetti della teoria delle ultradistribuzioni e delle equazioni a derivate parziali. In *Symposia Mathematica, Vol. II (INDAM, Rome, 1968)*, pages 235-254. Academic Press, London, 1969.
- [57] MAURICE GEVREY. Œuvres de Maurice Gevrey (with a preface by E. MAGENES and C. PUCCI). pages xvi+573 pp. (1 plate). Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1970.
- [58] E. MAGENES. Sui problemi ai limiti per le equazioni di evoluzione, lineari alle derivate parziali, del secondo ordine nel tempo. In *Symposia Mathematica, Vol. VII (Convegno sulle Problemi di Evoluzione, INDAM, Rome, 1970)*, pages 165- 184. Academic Press, London, 1971.
- [59] E. MAGENES. Su alcuni problemi ellittici di frontiera libera connessi con il comportamento dei fluidi nei mezzi porosi. In *Symposia Mathematica, Vol. X (Convegno di Analisi Numerica, INDAM, Rome, 1972)*, pages 265-279. Academic Press, London, 1972.

- [60] C. BAIOCCHI, V. COMINCIOLI, E. MAGENES and G. A. POZZI. Free boundary problems in the theory of fluid flow through porous media: existence and uniqueness theorems. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4), 97:1-82, 1973.
- [61] E. MAGENES. Problèmes de frontière libre liés à certaines questions d'hydraulique. In *Proceedings of Equadiff III (Third Czechoslovak Conf. Differential Equations and their Applications, Brno, 1972)*, pages 51-58. Folia Fac. Sci. Natur. Univ. Purkynianae Brunensis, Ser. Monograph., Tomus 1. Purkyně Univ., Brno, 1973.
- [62] K. BAIÖKKI and È. MADŽENES. Free boundary value problems connected with fluid flow through porous materials. *Uspehi Mat. Nauk*, 29(2 (176)):50-69, 1974. Translated from the Italian by T. D. Ventcel', Collection of articles dedicated to the memory of Ivan Georgievic Petrovskii (1901-1973), I.
- [63] E. MAGENES. Problemi Attuali dell'Insegnamento della Matematica. *Not. Un. Mat. Ital.*, Suppl. 6:122-133, 1976.
- [64] Mathematical aspects of finite element methods, 1977. Proceedings of the Conference held at the Consiglio Nazionale delle Ricerche (C.N.R.) in Rome, December 10-12, 1975.
- [65] E. MAGENES. Topics in parabolic equations: some typical free boundary problems. In *Boundary value problems for linear evolution: partial differential equations (Proc. NATO Advanced Study Inst., Liège, 1976)*, pages 239-312. NATO Advanced Study Inst. Ser., Ser. C: Math. and Phys. Sci., Vol. 29. Reidel, Dordrecht, 1977.
- [66] E. MAGENES and J.-L. LIONS. Guido Stampacchia (1922-1978). *Boll. Un. Mat. Ital. A* (5), 15(3):715-756, 1978.
- [67] P. COLLI FRANZONE and E. MAGENES. On the inverse potential problem of electrocardiology. *Calcolo*, 16(4):459-538 (1980), 1979.
- [68] E. MAGENES. Mauro Pagni (1922-1979). *Boll. Un. Mat. Ital. A* (5), 17(2):357- 363, 1980.
- [69] E. MAGENES. Two-phase Stefan problems in several space variables. *Matematiche (Catania)*, 36(1):65-108 (1983), 1981.
- [70] L. GUERRI and E. MAZHENES. An inverse problem of electrocardiology. In *Current problems in numerical and applied mathematics (Novosibirsk, 1981)*, pages 59-72. "Nauka" Sibirsk. Otdel., Novosibirsk, 1983.
- [71] E. MAGENES. Carlo Miranda. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4), 135:i-iii (1984), 1983.
- [72] E. MAGENES. Mathematical problems in electrocardiologic potential theory. In *Methods of functional analysis and theory of elliptic equations (Naples, 1982)*, pages 199-216. Liguori, Naples, 1983.
- [73] E. MAGENES, C. VERDI and A. VISINTIN. Semigroup approach to the Stefan problem with nonlinear flux. *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.* (8), 75(1-2):24-33 (1984), 1983.
- [74] Numerical solutions of nonlinear problems, 1984. Lectures presented at the 6th France-Italy-USSR joint symposium of applied mathematics held at the Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Rocquencourt, December 19-21, 1983.
- [75] P. COLLI FRANZONE, L. GUERRI and E. MAGENES. Oblique double layer potentials for the direct and inverse problems of electrocardiology. *Math. Biosci.*, 68(1):23-55, 1984.
- [76] A. MAGENES and C. VERDI. The semigroup approach to the two-phase Stefan problem with nonlinear flux conditions. In *Free boundary problems: applications and theory, Vol. III (Maubuisson, 1984)*, volume 120 of *Res. Notes in Math.*, pages 28-39. Pitman, Boston, MA, 1985.
- [77] E. MAGENES. An inverse problem in the theory of logarithmic potentials. *Calcolo*, 22(1):31-46, 1985.
- [78] E. MAGENES. Le Basi Matematiche per Tutti. *Not. Un. Mat. Ital.*, Suppl. 7:7-33, 1986.

- [79] E. MAGENES, R. H. NOCHETTO and C. VERDI. Energy error estimates for a linear scheme to approximate nonlinear parabolic problems. *RAIRO Modél. Math. Anal. Numér.*, 21(4):655-678, 1987.
- [80] E. MAGENES. Remarques sur l'approximation des problèmes paraboliques non linéaires. In *Analyse mathématique et applications*, pages 297-318. Gauthier-Villars, Montrouge, 1988.
- [81] È. MAZHENES. Linear schemes for the approximation of parabolic problems of Stefan type. In *Numerical analysis and mathematical modeling (Russian)*, pages 144-165. Akad. Nauk SSSR Otdel Vychisl. Mat., Moscow, 1988.
- [82] E. MAGENES. A time-discretization scheme approximating the nonlinear evolution equation $u_t + ABu = 0$. In *Partial differential equations and the calculus of variations, Vol. II*, volume 2 of *Progr. Nonlinear Differential Equations Appl.*, pages 743-765. Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1989.
- [83] E. MAGENES, C. VERDI and A. VISINTIN. Theoretical and numerical results on the two-phase Stefan problem. *SIAM J. Numer. Anal.*, 26(6):1425-1438, 1989.
- [84] E. MAGENES. On the regular oblique derivative problem for harmonic functions. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl.*, 1(3):195-202, 1990.
- [85] E. MAGENES. Numerical approximation of nonlinear evolution problems. In *Frontiers in pure and applied mathematics*, pages 193-207. North-Holland, Amsterdam, 1991.
- [86] E. MAGENES. On a Stefan problem in a concentrated capacity. In *Nonlinear analysis, Sc. Norm. Super. di Pisa Quaderni*, pages 217-229. Scuola Norm. Sup., Pisa, 1991.
- [87] E. MAGENES. On the approximation of some non-linear evolution equations. *Ricerche Mat.*, 40(suppl.):215-240, 1991. International Symposium in honor of Renato Caccioppoli (Naples, 1989).
- [88] E. MAGENES. On a Stefan problem on the boundary of a domain. In *Partial differential equations and related subjects (Trento, 1990)*, volume 269 of *Pitman Res. Notes Math. Ser.*, pages 209-226. Longman Sci. Tech., Harlow, 1992.
- [89] E. MAGENES. Some new results on a Stefan problem in a concentrated capacity. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl.*, 3(1):23-34, 1992.
- [90] E. MAGENES. The Stefan problem in a concentrated capacity. In *Current problems of analysis and mathematical physics (Italian) (Taormina, 1992)*, pages 155-182. Univ. Roma "La Sapienza", Rome, 1993.
- [91] E. MAGENES and C. VERDI. Time discretization schemes for the Stefan problem in a concentrated capacity. *Meccanica*, 28:121-128, 1993.
- [92] E. MAGENES. Maria Cibrario Cinquini. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Suppl.*, 5:35-47 (1995), 1994.
- [93] E. MAGENES. Stefan problems in a concentrated capacity. In *Advanced mathematics: computations and applications (Novosibirsk, 1995)*, pages 82-90. NCC Publ., Novosibirsk, 1995.
- [94] E. MAGENES. Giuseppe Scorza-Dragoni. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Suppl.*, 7:69-87 (1997), 1996.
- [95] E. MAGENES. On a Stefan problem in a concentrated capacity. In *Partial differential equations and applications*, volume 177 of *Lecture Notes in Pure and Appl. Math.*, pages 237-253. Dekker, New York, 1996.
- [96] E. MAGENES. On the scientific work of Olga Oleinik. *Rend. Mat. Appl. (7)*, 16(3):347-373, 1996.
- [97] E. MAGENES. Giuseppe Scorza. *Boll. Un. Mat. Ital. A (7)*, 11(1):207-216, 1997.
- [98] E. MAGENES. Giuseppe Scorza-Dragoni [1908-1996]. *Ann. Mat. Pura Appl. (4)*, 172:1-3, 1997.
- [99] E. MAGENES. An account of the Third Congress of the UMI, Pisa, Sept. 23-26, 1948. *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult. (8)*, 1(1):1-6, 1998.

- [100] E. MAGENES. Stefan problems with a concentrated capacity. *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. B Artic. Ric. Mat. (8)*, 1(1):71-81, 1998.
- [101] E. MAGENES. Sur l'opérateur du type Dirichlet-Neumann pour certaines équations paraboliques non linéaires. In *Équations aux dérivées partielles et applications*, pages 655-665. Gauthier-Villars, Éd. Sci. Méd. Elsevier, Paris, 1998.
- [102] E. MAGENES. The UMI in the first post-war period (1945-1951). *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult. (8)*, 1(2):145-152 (1999), 1998.
- [103] E. MAGENES. In memory of Lamberto Cattabriga. *Ann. Univ. Ferrara Sez. VII (N.S.)*, 45(suppl.):1-4 (2000), 1999. Workshop on Partial Differential Equations (Ferrara, 1999).
- [104] P.D. LAX, E. MAGENES and R. TEMAM. Jacques-Louis Lions (1928-2001). *Notices Amer. Math. Soc.*, 48(11):1315-1321, 2001.
- [105] E. MAGENES. Remembering Jacques-Louis Lions. *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult. (8)*, 4(2):185-198, 2001.
- [106] E. MAGENES. In memoriam Jacques-Louis Lions. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Suppl.*, 13:19-23 (2004), 2002.
- [107] E. MAGENES. In memoriam Olga Oleinik. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Suppl.*, 13:25-27 (2004), 2002.
- [108] E. MAGENES. Opening address of the International Conference on Nonlinear Evolution Problems. *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl.*, 15(3-4):149-159, 2004. Held at L'Accademia Nazionale dei Lincei and L'Università di Roma "La Sapienza", Rome, January 28-31, 2003.
- [109] E. MAGENES. The collaboration between Guido Stampacchia and Jacques-Louis Lions on variational inequalities. In *Variational analysis and applications*, volume 79 of Nonconvex Optim. Appl., pages 33-38. Springer, New York, 2005.
- [110] E. MAGENES. Memories of Renato Caccioppoli. *Ricerche Mat.*, 54(2):333-338 (2006), 2005.
- [111] E. MAGENES. Regularity of the solution to a boundary value problem for a parabolic integrodifferential equation. *Rend. Accad. Naz. Sci. XL Mem. Mat. Appl. (5)*, 29(1):271-279, 2005.
- [112] Integrali singolari e questioni connesse, 2011. Lectures from the Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.) Summer School held in Varenna, June 10-19, 1957, Reprint of the 1958 original.
- [113] Teoria delle distribuzioni, 2011. Lectures from the Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.) Summer School held in Saltino, September 1-9, 1961, Reprint of the 1961 original.
- [114] E. DE GIORGI, E. MAGENES and U. MOSCO, editors. *Proceedings of the International Meeting on Recent Methods in Nonlinear Analysis*, Bologna, 1979. Pitagora Editrice.
- [115] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Neodnorodnye granichnye zadachi i ikh prilozheniya. Tom 1 [Nonhomogeneous boundary value problems and their applications. Vol. 1]*. Izdat. "Mir", Moscow, 1971. Translated from the French by L. S. Frank. Edited by V. V. Grušin.
- [116] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Non-homogeneous boundary value problems and applications. Vol. I*. Springer-Verlag, New York, 1972. Translated from the French by P. Kenneth, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 181.
- [117] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Non-homogeneous boundary value problems and applications. Vol. II*. Springer-Verlag, New York, 1972. Translated from the French by P. Kenneth, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 182.
- [118] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Non-homogeneous boundary value problems and applications. Vol. III*. Springer-Verlag, New York, 1973. Translated from the French by P. Kenneth, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 183.

- [119] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications. Vol. 1.* Travaux et Recherches Mathématiques, No. 17. Dunod, Paris, 1968.
- [120] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications. Vol. 2.* Travaux et Recherches Mathématiques, No. 18. Dunod, Paris, 1968.
- [121] J.-L. LIONS and E. MAGENES. *Problèmes aux limites non homogènes et applications. Vol. 3.* Dunod, Paris, 1970. Travaux et Recherches Mathématiques, No. 20.
- [122] E. MAGENES, editor. *Free boundary problems. Vol. I,* Rome, 1980. Istituto Nazionale di Alta Matematica Francesco Severi.
- [123] E. MAGENES, editor. *Free boundary problems. Vol. II,* Rome, 1980. Istituto Nazionale di Alta Matematica Francesco Severi.
- [124] E. MAGENES, editor. *Seminari su la risoluzione numerica delle equazioni differenziali ordinarie di tipo "stiff".* Segreteria del Laboratorio di Analisi Numerical del C. N. R., Pavia, 1972. Con una prefazione di Enrico MAGENES, Laboratorio di Anal. Numer. Consiglio Naz. Ricerche Pubbl. No. 36 (1972).
- [125] G. PRODI and E. MAGENES. *Elementi di Analisi Matematica per il Triennio delle Scuole Secondarie Superiori.* Casa Editrice G. D'Anna, Messina-Firenze, 1982.
- [126] G. PRODI, E. MAGENES, M.R. MAGENES, A. PESCI and M. REGGIANI. *Calcolo Differenziale e Calcolo Integrale.* Ghisetti Corvi, Milano, 2006.
- [127] E. MAGENES. *Lager e deportazione.* <http://www.lageredeportazione.org/testimonianze>, 2003.

Giuseppe Geymonat
LMS, UMR-CNRS 7649, Ecole Polytechnique,
Route de Saclay 91128 Palaiseau Cedex, France
e-mail: giuseppe.geymonat@lms.polytechnique.fr