
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PAOLA GARIO

Le radici del pensiero didattico di Emma

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 6 (2013), n.1 (Fascicolo dedicato ad Emma Castelnuovo), p. 7–33.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2013_1_6_1_7_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2013.

Le radici del pensiero didattico di Emma

PAOLA GARIO

Vorrei, in questa breve relazione, presentare un lato della figura di mio padre che è forse meno noto ai matematici. Vorrei dire qualcosa sul suo rapporto con la scuola e con la società, cioè ricordarlo come cittadino.

Per cogliere meglio le sue idee e la sua posizione nella vita sociale devo iniziare da molto lontano [...].

Emma Castelnuovo, 29 maggio 2003¹

Con le parole, sopra riportate, si apre lo scritto di Emma dedicato a suo padre, Guido Castelnuovo (1865-1952). Nel suo novantesimo anno di età, Emma ne ricostruisce attraverso i ricordi l'impegno civile e, parlando di lui, parla di sé e delle sue radici. Emma è figlia d'arte. Il padre Guido e lo zio Federigo Enriques (1871-1946) sono matematici di fama internazionale. Entrambi impegnati sui problemi dell'insegnamento matematico e sul tema della formazione degli insegnanti², contribuiranno alla formazione della sua filosofia didattica.

1. – Il contesto familiare e gli anni della formazione

Ultima di cinque figli, due fratelli e due sorelle, nati con una perfetta alternanza di genere sottolineata dai nomi Mario (n. 1897), Maria (n. 1899), Gino (n. 1903), Gina (n. 1908), scelti per il gusto della regolarità, o

¹ Cfr. Castelnuovo, A 2003a, p.1; anche Castelnuovo, 2006. Alcuni degli articoli che cito nel presente articolo sono stati digitalizzati da Claudio Fontanari: cfr. Fontanari, 2012a.

² Per quanto riguarda l'impegno di Castelnuovo e di Enriques sulla formazione degli insegnanti rinviamo a Gario 2004 e Giacardi 2012, rispettivamente.

piuttosto per “scarsa fantasia”³, Emma nasce a Roma il 12 dicembre 1913, quando entrambi i genitori avevano superato la soglia dei 40 anni. Per lei viene scelto il nome della nonna paterna, Emma, la cui impossibilità di declinazione al maschile forse sottolineava che si chiudeva la serie della nidiata.

Il padre era nato a Venezia da Enrico, scrittore e professore di letteratura italiana alla Scuola Superiore di Commercio, e da Emma Levi (Gario, 2008). Al Liceo Foscarini di Venezia ha come professore di matematica Aureliano Faifofer (1843-1909), autore di un pregevole manuale scolastico di geometria, il quale aveva “tanta stima di questo suo allievo che aveva affidato a lui, ragazzo, la revisione degli esercizi”⁴. L’affetto per il suo allievo perdurò nel tempo e anni dopo Faifofer accompagnerà l’invio di una copia di una riedizione del suo libro con la dedica “al più bravo de’ suoi allievi dona l’affezionato antico mentore”⁵. In effetti Guido si era maturato nel 1882 con la Licenza d’onore, grado riservato agli allievi migliori, e a soli ventun anni conseguì la Laurea in Matematica all’Università di Padova con una tesi in cui applicava i metodi di geometria proiettiva iperspaziale del suo maestro, Giuseppe Veronese (1854-1917). Dopo un anno di perfezionamento a Roma, Corrado Segre (1863-1924) riuscì a fargli avere un posto di assistente a Torino instradandolo verso la geometria algebrica alla quale dedicherà le ricerche dei successivi vent’anni. Nel 1891 vinse il concorso a cattedra che lo portò ad insegnare Geometria analitica e proiettiva all’Università di Roma. L’anno seguente, giunse a Roma per l’anno di perfezionamento Federico Enriques che si era laureato alla Scuola Normale di Pisa: “cominciarono allora quelle interminabili passeggiate per le vie di Roma, durante le quali la geometria algebrica fu il tema preferito dei nostri discorsi – e ricorderà Guido – in quelle conversazioni fu costruita la teoria delle superficie algebriche secondo l’indirizzo italiano” (Castelnuovo G., 1947, p. 3). In effetti, il rapporto tra

³ Da una mia conversazione con Emma.

⁴ Cfr. Castelnuovo, A 2003a, p. 1. La prima edizione del libro di Faifofer è del 1878.

⁵ La copia con la dedica è conservata da Emma: cfr. Gario, 2008 (<http://archivimatematici.lincci.it/Castelnuovo/Biografia/castelnuovo11.htm>)).

maestro e allievo in pochi mesi tramutò in un'intensa collaborazione scientifica i cui risultati li renderanno celebri in tutto il mondo e per i quali sono ancor oggi ricordati. Il sodalizio scientifico non si interruppe dunque con il trasferimento di Enriques a Bologna per l'incarico dell'insegnamento di geometria proiettiva nell'autunno del 1893. Si scriveranno a lungo⁶ e si frequenteranno nei periodi di vacanza. Nel 1896, Guido ne sposerà la sorella maggiore, Elbina, e presto nascerà il primo dei loro figli. Enriques divenne per tutti lo "zio Ghigo".

Nel decennio 1895-1905 Castelnuovo e Enriques portarono a compimento un'opera monumentale. I loro successi sulla teoria delle superfici algebriche stimolarono i matematici francesi Georges Humbert (1859-1921) e Emile Picard (1856-1941) ad affrontare il tema con rinnovata energia e con gli strumenti che erano loro più consoni. Castelnuovo e Enriques riuscirono con una serie di lavori pubblicati tra la fine dell'Ottocento e i primi anni del Novecento a stabilire la relazione tra i due punti di vista: l'algebrico-geometrico, degli italiani, e il trascendente, dei francesi. In questi anni così impegnativi, Enriques trovò modo di coltivare altri interessi. *L'infezione filosofica*, che aveva contratto dai tempi del liceo trovò spazio nel corso libero di cui ci è rimasta traccia nelle *Conferenze di Geometria superiore* (Enriques, 1894-95) che, al suo arrivo a Bologna, rivolse agli studenti del secondo biennio della Laurea in matematica e nei corsi liberi di *Filosofia matematica* per la Laurea in filosofia⁷. Al volgere del secolo, nacque nella sua mente il progetto delle *Questioni riguardanti la Geometria Elementare* (Enriques, 1900) che si ispirava alle *Conferenze* (Klein, 1895) per gli insegnanti delle scuole tedesche di Felix Klein (1849-1925), con cui era nel frattempo entrato in rapporti diretti. Enriques si proponeva "non di farlo ma di farlo fare a giovani laureati e ad insegnanti delle scuole secondarie – riservando a sé – o a qualche matematico che volesse occuparsene, la trattazione di qualche argomento più delicato"⁸ e riuscì a coinvolgere Castelnuovo che scrisse un articolo

⁶ La corrispondenza è pubblicata in Bottazzini, Conte & Gario, 1996.

⁷ Si veda in proposito Ciliberto & Gario, 2012.

⁸ Lettera di Enriques a G. Castelnuovo, maggio-giugno 1899: cfr. Bottazzini, Conte & Gario, 1996, p. 419.

sul contributo dell'algebra moderna al problema classico delle costruzioni con riga e compasso⁹, a dimostrazione di come essa potesse essere trattata in modo accessibile anche a chi non aveva una cultura matematica avanzata. Ma se per Enriques l'interesse e l'impegno nei confronti dell'insegnamento della matematica si manifestano con iniziative essenzialmente di tipo culturale, il coinvolgimento di Castelnuovo sembra essere radicato nella sua esperienza di insegnante e le sue riflessioni sull'insegnamento della matematica si allargheranno, da lì a pochi anni, al più generale tema della scuola e della sua funzione sociale tramite un impegno sul piano delle riforme istituzionali¹⁰. Nel ricostruire quei primi anni del Novecento, che videro un repentino mutamento degli interessi scientifici del padre, Emma sostiene che due fossero state le ragioni che lo avevano spinto a interessarsi del mondo della scuola. Una, era dovuta "al contatto diretto nel suo corso di geometria analitica" con gli studenti dell'Università di Roma che, "per la maggioranza, sarebbero diventati ingegneri"; l'altra, secondo Emma "ancora più forte", era "di carattere sociale" e legata all'evoluzione economica dell'Italia e al suo sviluppo industriale che richiedeva giovani preparati alle necessità della vita moderna. Castelnuovo sentì di non potersi esimere da questo impegno e ciò lo portò "a lottare per una scuola più aperta, più giusta, convinto che era proprio l'insegnamento della matematica che poteva aiutare gli allievi a inserirsi nella futura vita di lavoro" (Castelnuovo, A 2003a, p. 2-3).

⁹ Castelnuovo G. 1900.

¹⁰ Castelnuovo subentrò a Giovanni Vailati (1863-1909), estensore di una prima proposta per i programmi di matematica per i tre tipi di liceo previsti dal progetto di riforma della *Commissione Reale* istituita nel 1905. Nel *Liceo classico* la matematica avrebbe dovuto dare spazio ai procedimenti dimostrativi propri della geometria greca, anche con la lettura di testi classici. Nel *Liceo moderno*, orientato verso le discipline che riguardavano «più da vicino lo svolgersi della vita moderna e il movimento industriale e commerciale contemporaneo», i programmi di matematica prevedevano l'introduzione di insegnamenti quali la probabilità, la statistica e le applicazioni alle scienze attuariali. Il *Liceo scientifico* avrebbe dovuto sostituire la Sezione fisico-matematica degli Istituti tecnici ed era dunque più orientato verso la matematica per le applicazioni di carattere fisico e tecnologico. Fra i tanti aspetti innovativi vi era l'introduzione dell'insegnamento del calcolo infinitesimale nella scuola secondaria, in particolare nel Liceo scientifico, con qualche elemento anche nel Liceo moderno. Si rimanda a Giacardi, 2006.

Nel 1903 esce il manuale ad uso scolastico *Elementi di geometria* che Enriques scrisse con Ugo Amaldi (1875-1957), inizio di un impegno e di un percorso intellettuale sul tema dell'insegnamento secondario che avrà un epilogo nel famoso articolo *Insegnamento dinamico* del 1921 (Enriques, 1921). L'*Enriques-Amaldi* avrà nel corso del Novecento innumerevoli edizioni e adattamenti che ne testimoniano il successo. In esso si colgono i tratti salienti del pensiero didattico di Enriques che possono essere messi in relazione con le sue ricerche sui fondamenti della geometria, con riguardo all'origine psicologica e sensoriale dei postulati, e di filosofia della scienza. In particolare, si coglie l'approccio "razionale induttivo" alla materia, il ruolo che la storia riveste nell'insegnamento, che le deriva dalla considerazione che "in qualche modo" durante il breve periodo della nostra vita scolastica "ripercorriamo quello stesso cammino che nei riguardi della Geometria il pensiero umano ha compiuto lungo secoli di storia" (Enriques & Amaldi, 1903, p. 41), e l'importanza di soffermarsi sui problemi e le necessità concrete da cui le idee e i procedimenti astratti hanno tratto origine¹¹.

Emma è dunque *figlia d'arte*. Compiuti gli studi liceali, si iscrive al Corso di Laurea in Matematica e Fisica dell'Università di Roma. Qui segue i corsi di Enriques di Geometria algebrica e di Storia della matematica e nel 1936 si laurea con una tesi di geometria algebrica¹². Nei due anni successivi lavora presso la nuova Biblioteca dell'Istituto di Matematica e si prepara al concorso per l'insegnamento secondario. A causa delle leggi razziali, promulgate dal regime fascista, Emma non otterrà la cattedra per la quale, nell'agosto del 1938, aveva vinto il concorso. Le leggi razziali portarono all'immediata espulsione dagli incarichi pubblici dei cittadini ebrei. Agli insegnanti e agli studenti fu precluso l'accesso alla scuola e all'università pubblica. A Emma e a suo padre non fu neppure consentito l'accesso alla Biblioteca di Matematica. Dal 1939 all'estate del 1943 Emma insegna nella scuola

¹¹ Per approfondimenti e referenze bibliografiche, cfr. Giacardi L. 2012.

¹² Castelnuovo, A 1936.

israelitica e sarà testimone dell'esperienza dell'università clandestina fondata da suo padre nel dicembre del 1941¹³.

Nell'autunno del 1943 con l'occupazione tedesca la famiglia Castelnuovo si separa e si nasconde sotto falsa identità. I Castelnuovo sfuggono fortunatamente alla retata dell'ottobre 1943 grazie a un commissario di polizia. Si rifugiano prima da amici e poi presso ospedali, istituti religiosi, piccole pensioni. Il 4 giugno 1944, con la liberazione di Roma anche per loro è la fine dell'incubo: Emma è reintegrata nella scuola. Le viene assegnata la cattedra di matematica per il ciclo inferiore della secondaria presso la scuola statale "Torquato Tasso" di Roma dove insegnerà sino al 1979, anno del suo pensionamento. Per sua scelta, Emma ha infatti sempre insegnato agli alunni tra gli 11 e i 14 anni.

Nella Roma appena liberata, Emma insieme a Tullio Viola, allora assistente all'università, e a Liliana Ragusa Gilli, insegnante di qualche anno più giovane di Emma, creano l'*Istituto Romano di Cultura Matematica* allo scopo di avere "dalla cultura un'idea di come insegnare matematica"¹⁴. Furono organizzati cicli di conferenze invitando matematici, pedagogisti, fisici, filosofi, ecc. Le conferenze si tenevano di sabato pomeriggio nella sala di fisica del "Tasso". Emma, in bicicletta, consegnava gli avvisi alle scuole romane e gli insegnanti vi parteciparono numerosi, un centinaio dopo le prime conferenze. Si può forse vedere in questa iniziativa l'embrione del *Gruppo di didattica*¹⁵ che si costituirà nel 1946 intorno a Emma, Liliana e Lina Mancini Proia. Dall'esposizione alla cultura in senso ampio nascono alcune riflessioni sull'insegnamento delle scienze naturali che Emma esprime in un breve articolo¹⁶ pubblicato sulla *Voce della scuola*, organo della *Federazione italiana della scuola*. L'Italia del nord è ancora sotto

¹³ Si veda in proposito Castelnuovo, A 2001.

¹⁴ Castelnuovo, A 2007. Ulteriori dettagli sulla costituzione e le attività dell'*Istituto Romano*, sono trattati nell'articolo di M. Menghini di questo volume.

¹⁵ Le origini e gli sviluppi del Gruppo di didattica, qui solo accennati, sono ampiamente descritti nell'articolo di M. Menghini di questo volume, a cui quindi si rimanda.

¹⁶ Castelnuovo, A 1945.

l'occupazione tedesca: siamo al 1° gennaio 1945. Il giornale è al suo secondo anno. In esso, il nuovo Comitato direttivo dell'*Associazione Sindacale degl'Insegnanti Medi* di Roma rivolgeva “un pensiero commosso alla memoria dei colleghi caduti durante la lotta clandestina per la libertà e a quelli che nell'Italia del Nord lottano ancora per la liberazione della Patria”. Nella rivista si segnalano essenzialmente problemi di ordine pratico: “si può fare scuola nelle aule senza vetri?” o nei locali che avevano accolto gli sfollati e che non erano stati disinfestati, si denuncia il palleggiamento di responsabilità e l'incapacità dell'amministrazione comunale a far fronte alla disastrosa situazione edilizia degli istituti scolastici, anche per mancanza di risorse finanziarie. Si leggono i problemi denunciati dallo “scioperetto” degli studenti: la difficoltà degli spostamenti per la precarietà dei servizi di trasporto, l'impossibilità a “resistere ad un orario prolungato oltre le quattro ore nel presente stato di denutrizione”, la difficoltà a svolgere i compiti a casa “al lume di candela”. In questo quadro disastroso, lo sguardo di Emma si proietta verso il futuro e si focalizza sull'insegnamento-apprendimento. Appoggiandosi su studi di psicologia dello sviluppo, nel suo articolo Emma entra nel merito dell'insegnamento delle scienze naturali e in particolare di quella parte che “è l'incubo dei giovani negli anni liceali «la sistematica»”; avanza la proposta innovativa di anticipare lo studio di questa parte alla fase dello sviluppo del fanciullo in cui è forte la passione collezionistica e quella catalogatoria, che poi in genere si affievoliscono intorno ai 13-14 anni, poiché la scuola non deve “essere fatta né per l'uomo collezionista né per l'uomo di spiritualità superiore”: “la scuola deve essere per tutti” e deve “nei suoi gradi conformarsi quanto più è possibile, al momento intellettuale dell'allievo normale”. Nel nuovo ordine scolastico che Emma prospetta si dovrà dunque “conformare l'insegnamento al periodo che il ragazzo attraversa, valorizzando ed esaltando il più possibile le potenzialità intellettuali ed affettive che la natura dà all'uomo nei vari periodi della vita” (Castelnuovo, A 1945, p. 2). Nelle parole di Emma leggiamo alcuni dei tratti salienti su cui costruirà la propria azione didattica per una scuola che include. In quel periodo a sollecitare le sue riflessioni sugli aspetti relazionali ed emotivi nei processi educativi potrebbe essere stato l'incontro con il pedagogista americano Carleton Washburne

(1889-1969), allora a Roma al seguito del comando delle truppe americane sbarcate in Italia, che fu invitato a tenere una conferenza all'*Istituto Romano di Cultura Matematica*¹⁷. Washburne dal 1939 al 1943 era stato il presidente della *Progressive Education Association*, movimento che proponeva un approccio educativo più centrato sull'allievo rispetto a quello convenzionale, secondo il principio che è la scuola a doversi adattare all'allievo e non il viceversa, e valorizzava l'apprendimento attivo tramite laboratori finalizzati allo sviluppo dell'intelligenza operativa. Negli Stati Uniti durante i primi decenni del '900 erano sorte numerose scuole che seguivano il metodo progressivo e Washburne fu per vari decenni direttore di una di queste¹⁸. Significativamente il primo intervento pubblico di Emma non riguardava l'insegnamento della matematica bensì quello delle scienze naturali rispetto alle quali gli assunti epistemologici delle pedagogie innovative le sembrano trovare una facile applicazione.

2. – Il valore sociale della scuola e della matematica

Nell'agosto 1944, quando per la figlia si stava prospettando il reintegro nella scuola pubblica dove non aveva mai insegnato, Castelnuovo redige per il *Partito d'Azione* una proposta di riforma complessiva della scuola secondaria (scuola media, secondo la terminologia dell'epoca). "Il fascismo ha accresciuto il malessere di un organismo già malato"¹⁹, così scriveva Castelnuovo, che denunciava fra i vari guasti

¹⁷ Emma lo ricorda, ad esempio, nella sua *Lectio Magistralis*, già citata. Un resoconto dettagliato delle attività dell'*Istituto* si trova nell'articolo di Alfredo Perna (1863-1965), da cui riprendiamo queste parole a proposito delle conferenze dedicate ai programmi e ai metodi di insegnamento: "vogliamo ricordare che una delle più belle iniziative dell'«Istituto» è stata quella di invitare professori di altre nazioni: l'americano Washburne [...] a parlare degli ordinamenti scolastici e dei metodi di insegnamento dei loro paesi." (Perna, 1950, p. 40)

¹⁸ Si tratta della Scuola di Winnetka (Illinois- USA). Alcuni degli scritti di Washburne sull'esperienza della scuola sperimentale di Winnetka e sul movimento di educazione progressiva furono tradotti e pubblicati nei primi anni '50 dalla casa editrice La Nuova Italia.

¹⁹ G. Castelnuovo 1944, p. 410-411.

causati dal regime totalitario, il “ritardo di parecchi decenni rispetto alle esigenze culturali e sociali” e l’asservimento “agli interessi di una classe, la borghesia agiata” che aveva escluso dalle “scuole medie culturali”, salvo rare eccezioni, “i figli di operai e contadini”. Contro la vecchia scuola che aveva “contribuito a conservare la separazione tra la borghesia e il proletariato” Castelnuovo presentava un progetto che prevedeva l’istituzione della scuola media unica che, come noto, verrà istituita solo nel 1962. “Ogni giovane, qualunque sia la classe sociale a cui appartiene, quali siano le condizioni economiche della sua famiglia, deve essere posto in grado di seguire i corsi della scuola media fin dove consente la sua intelligenza”. A tale scopo occorre “che nelle stesse aule e sugli stessi banchi scolastici seggano accanto il figlio dell’industriale e il figlio dell’operaio” e ciò porta inevitabilmente “alla necessità di iniziare la scuola media con una scuola unica (o scuola media inferiore)”. In questa prospettiva, egli entra nel merito delle materie che si dovranno insegnare²⁰. “Noi proponiamo che il latino non venga insegnato” e che “al suo posto venga insegnata una lingua moderna”. Oltre all’italiano, alla storia, alla geografia e alla matematica, propone l’insegnamento di qualche nozione di scienze naturali e di igiene e “al 3° anno nozioni giuridiche e sociali”. Ma non solo, in questa scuola dove siedono gli uni accanto agli altri figli di borghesi e figli di proletari “il lavoro manuale con disegno” deve essere “molto curato, per nobilitare il lavoro e mostrarne l’interesse a tutti gli allievi”, anche ai primi che potranno così meglio apprezzarne il valore. La scuola media unica dovrà inoltre saper valorizzare “le aspirazioni culturali degli allievi più intelligenti e dotati di maggior autonomia di pensiero” perché “essa non sarà veramente efficace se non quando riuscirà a interessare i giovani di ingegno più vivo e originale, mentre oggi essa accontenta principalmente gli allievi più docili e diligenti”. Nell’eventualità che questioni di ordine pratico o politico ne impedissero la realizzazione, prospettava una soluzione transitoria che pur conservando la distinzione tra scuola media inferiore e scuola di avviamento al lavoro ne avvicinasse i programmi in modo da facilitare il conseguimento della

²⁰ G. Castelnuovo 1944, p. 412-413.

licenza media a chi aveva frequentato la scuola di avviamento. Analogamente, l'articolazione delle scuole medie superiori era ispirata al principio di rendere agevole il passaggio dalle scuole professionali alle "scuole culturali" e, affinché a tutti fosse data la possibilità di proseguire gli studi secondo le proprie capacità, lo Stato avrebbe dovuto istituire un sistema di borse di studio.

Il sentimento della funzione della scuola nel processo di democratizzazione della società Emma lo matura attraverso le parole e le azioni di suo padre e ne sarà influenzata. Ma a mostrarle il cammino nei mesi dell'immediato dopo guerra contribuì anche un altro "Maestro", Gustavo Colonnetti (1886-1968), che era appena rientrato in Italia dalla Svizzera dove si era rifugiato per motivi politici durante la *Repubblica Sociale*. Molti anni dopo, nel 1969, Emma ricorda che "con la competenza di un pedagogista" Colonnetti le aveva parlato dei lavori di Maria Montessori (1870-1952) e riconosce che quella conversazione le aveva "insegnato tanto sulla scuola dei bambini" e le aveva "chiarito tante idee sulla funzione della scuola secondaria di 1° ciclo" e di una scuola unica "a carattere formativo, esente da ogni finalità utilitaria, capace di accendere la brama del sapere in tutti i ragazzi"²¹.

3. – Verso la *Geometria intuitiva*

L'*Istituto Romano di Cultura Matematica* è per Emma una scuola di apprendistato. Nei "sabati romani" si studiava e si discuteva. Secondo il suo ricordo, a suggerirle il modo di trasferire all'insegnamento della matematica i principi della pedagogia innovativa, fu un libro di geometria, vecchio di due secoli che le capitò per le mani²². Si tratta degli *Eléments de géométrie* di Alexis Claude Clairaut (1731-

²¹ Castelnuovo, A 1969e, p. 39. Colonnetti, laureatosi in Ingegneria civile (1908) e poi in Matematica (1911) con C. Segre, fu docente universitario di meccanica applicata, meccanica tecnica e di scienze delle costruzioni a Genova, a Pisa e infine al Politecnico di Torino. Nel secondo dopoguerra, fu membro della Consulta in rappresentanza della Democrazia cristiana e fu deputato all'Assemblea costituente. Nel 1945 fu nominato Presidente del Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR).

²² Per altri dettagli si veda l'articolo di Menghini di questo volume.

1765) pubblicati a Parigi nel 1741. Cosa aveva attratto l'attenzione di Emma da farne una presentazione ad uno degli incontri del seminario in cui i partecipanti espongono le proprie letture? L'originalità dell'approccio di Clairaut traspare immediatamente dalle prime parole della prefazione:

*Benché la geometria sia per se medesima astratta, conviene nondimeno confessare, che la difficoltà, la quale provano coloro, che cominciano ad applicarvisi, proviene il più delle volte dalla maniera con cui quella si insegna negli ordinarij Elementi. Si suol cominciare con un gran numero di definizioni, di postulati, di assiomi e di principj preliminari, i quali mostrano di non promettere altro al lettore, che cose molto secche e nojose. (Clairaut, 1871, p. 2)*²³

Le proposizioni “non fissano la mente” del principiante sopra cose interessanti che pertanto, trovando quelle cose “difficili da concepire”, ne abbandona lo studio. A rimediare a questa aridità della geometria non basta il “ripiego di mettere dopo ogni principale proposizione l'uso, che si può fare di quelle nella pratica” perché in tal modo si mostra l'utilità della geometria senza però intervenire sui modi dell'apprendimento: “essendo ciascuna proposizione posta prima del suo uso, la mente non perviene alle idee sensibili, che dopo aver avuto la fatica di apprendere le idee astratte”.²⁴ Il libro di Clairaut sovverte l'ordine euclideo degli *Elementi*: la questione “De' mezzi, che si devono naturalmente impiegare per avere la misura dei terreni” dà il titolo alla parte I del libro e ne condensa emblematicamente la sua filosofia.

Nelle parole di Clairaut Emma legge idee che le sono familiari; la sua lettura è profonda, finalizzata e con esiti originali. Il libro l'appassiona, inizia a sperimentarne la metodologia nelle sue classi e nel

²³ Il libro di Clairaut ebbe in Francia numerose edizioni e adattamenti. Fu ripubblicato nel 1920 dall'editore Gauthier-Villars nella collana *Les maîtres de la pensée scientifique*. In Italia ebbe una prima edizione nel 1751. Dalla seconda edizione del 1771, che è disponibile sul web, riprendiamo il brano che citiamo. Seguirono adattamenti o riduzioni ad uso scolastico. Nella seconda metà dell'Ottocento il testo ebbe una nuova traduzione ed edizione per le “scuole secondarie e speciali” approvata dal Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione.

²⁴ Ibid. p. 3.

contempo, per meglio comprenderla, sente la necessità di ricostruirne la storia, attraverso le sue edizioni e i vari adattamenti. “Dopo aver sperimentato per un anno questo metodo didattico” e ritenendo che esso “possa dare nel primo triennio medio brillanti risultati, facendo nascere nelle giovani menti il desiderio della ricerca e della scoperta”, il 30 marzo del 1946 in una conferenza all’*Istituto Romano*, Emma espone il *metodo attivo per l’insegnamento della geometria intuitiva* chiarendone i presupposti epistemologici e la fonte di ispirazione. Al libro di Clairaut dedica parole importanti da cui percepiamo la sua emozione:

C’è un libro del 1741 che mi ha suggerito l’idea di questo indirizzo [...] è un vero gioiello di esposizione: è una continua scoperta delle proprietà delle figure a partire dall’osservazione e della misura [...] è una veduta del mondo che ci circonda con le lenti della geometria. (Castelnuovo, A 1946, p. 137)

Si sofferma quindi sulla storia della sua diffusione in Italia e di come non ne fosse stato colto e salvaguardato lo spirito autentico:

il Clairaut deve aver fatto testo in molte scuole tecniche italiane durante il secolo scorso; ma è anche certo [...] perché ricco di begli esempi e di interessanti applicazioni pratiche, ma non per quello che è veramente lo spirito del libro, cioè il metodo costruttivo. (Castelnuovo, A 1946, p. 139)

Ricorda infine che Clairaut doveva aver ben presente il rischio che la sua opera venisse travisata e a conferma ne riporta le sue stesse parole:

Dato che ho scelto la misura dei terreni per interessare i principianti, non dovrò forse temere che si confondano questi Elementi con gli ordinari trattati di rilievo? Questa interpretazione non può essere data che da coloro che non capiranno che la misura dei terreni non è affatto il vero scopo di questo libro ma che tale argomento mi serve solo come spunto per far scoprire le principali verità geometriche. (Tratto da: Castelnuovo, A 1946, p. 140)

A parere di Emma “è fondamentale per lo sviluppo della mente e della personalità di allievi dai 10 ai 14 anni un insegnamento delle proprietà geometriche delle figure condotto in modo da saper suscitare

l'entusiasmo del ragazzo", un insegnamento che, secondo le parole di Enriques da lei riprese, si proponga di «svegliare l'intelligenza dell'alunno, facendola partecipare al lavoro creativo per cui le regole e i concetti hanno una loro ragion d'essere, e si scoprono, quasi naturalmente, al pensiero di coloro che vi riflettono»²⁵. Due anni dopo, nel 1948, uscirà la prima di varie edizioni del libro *Geometria intuitiva*. Anche Emma, come Clairaut, apre con una situazione stimolo:

Avete mai immaginato quale paese preferireste visitare se vi si offrisse la possibilità di un viaggio all'estero? (Castelnuovo, LT 1948; II ed., p. 7)²⁶

La domanda è stupefacente e il racconto che segue proietta il lettore in un viaggio immaginario, lo conduce nel paese a cui si deve l'invenzione della carta, la Cina, si sofferma sulle eccezionali abilità manuali dei cinesi a costruire oggetti di carta mediante la sua piegatura, stimola la curiosità che troverà risposte nello studio della geometria. Inizia in tal modo il corso di geometria intuitiva per la scuola media: il primo capitolo è interamente dedicato al tema delle costruzioni geometriche di cui quelle eseguibili con la piegatura della carta²⁷ ne co-

²⁵ Enriques, 1933: il brano è tratto da Castelnuovo, A (1946), p. 130.

²⁶ Questo brano e quelli che riporteremo, e i relativi riferimenti di pagina, sono tratti dall'edizione del 1949.

²⁷ Emma, in nota, rinvia per ulteriori approfondimenti all'articolo "Della piegatura della carta applicata alla geometria" (Vacca, 1930), pubblicato sul *Periodico di Matematiche*. In questo articolo, Giovanni Vacca (1872-1953), storico della scienza nonché noto sinologo all'epoca in servizio all'Università di Roma, fa risalire l'origine di questa tecnica alla costruzione delle scacchiere, portando come testimonianza la poesia di un antico poeta cinese vissuto durante l'ottavo secolo d.C. Vacca osserva anche che questa tecnica, arrivata in occidente dapprima con scopi dilettevoli, fu poi proposta nei giochi educativi per i bambini dei *Giardini d'infanzia* di Friedrich Fröbel (1782-1852) e nei corsi di lavoro manuale delle scuole professionali, per attrarre infine l'attenzione dei matematici, tra i quali Klein che vi accenna nelle sue *Conferenze* già citate (Klein, 1895; ed. it., p. 35). Vacca cita Pietro Pasquali (1847-1893) come l'autore del primo manuale scolastico di geometria elementare pubblicato nel nostro paese in cui si usa la piegatura della carta in modo sistematico. L'articolo di Vacca, pubblicato nella sezione "Varietà e questioni" del *Periodico*, richiamava l'attenzione degli insegnanti di matematica sull'interesse didattico di questa tecnica costruttiva, cui per inciso non si fa cenno nelle *Questioni* di Enriques. Lo spunto fu raccolto nel corso degli anni '30 da Margherita Piazzolla Beloch (1879-1976)

stituiscono l'introduzione. Nel rivolgersi agli insegnanti che utilizzeranno il suo libro²⁸, Emma riconosce al “disegno geometrico” molteplici funzioni: esso ha “lo scopo di abituare il ragazzo alla precisione di costruzione, e quindi di linguaggio, e di riportarlo nel mondo delle più note figure geometriche piane, che egli ha già incontrato nel corso elementare”. Non solo, esso “ha anche lo scopo di portare, qua e là, l'osservazione del ragazzo a fermarsi su opere di carattere artistico-decorativo, che non mancano certo in ogni regione d'Italia” e a tale scopo il testo include “alcune – per esattezza 19 – fotografie artistiche particolarmente espressive”. I manufatti artistici di cui il nostro paese è ricco offrono uno spunto naturale di aggancio alla realtà e la sua proposta didattica ne sarà pervasa.

Per chi Emma aveva scritto la *Geometria intuitiva*? Il suo intento è chiaramente dichiarato in apertura della conferenza del '46:

In un nuovo ordinamento delle scuole secondarie sarà opportuno riesaminare, oltre alla scelta delle materie nei vari anni, anche i metodi d'insegnamento delle singole discipline, allo scopo di suscitare veramente l'interesse per lo studio e di adeguare la didattica a quella che sarà la nuova scolarità. Una revisione di metodi si presenta particolarmente necessaria, mi sembra, per i primi anni della scuola media, per quel triennio successivo alle elementari, che molti si augurano unico e obbligatorio per tutti. Bisogna per questo triennio tener conto di vari fattori: allievi di diverse classi sociali, scuole di città e scuole di campagna, esigenze di coloro che proseguono negli studi e di coloro che terminano. (Castelnuovo, A 1946, p. 129)

Emma precorre i tempi, forte di un carattere positivo e concreto che ci ricorda quello del padre, con l'ottimismo di chi è giovane e crede di

che ne fece argomento per il suo corso di Matematiche complementari all'Università di Ferrara: cfr. ad esempio, Piazzolla Beloch, 1936. Successivamente, l'interesse sembra nuovamente scemare, come osserva Luigi Tenca (1877-1960), insegnante di matematica e cultore di storia della matematica, nel suo articolo del 1949 in cui, a conclusione, poneva la domanda “perché non si potrebbe utilizzare il metodo stesso anche nelle scuole secondarie e superiori, sempre, intendiamoci, con giusta misura?” (Tenca, 1949, p. 298) senza tuttavia fare cenno al libro di Emma che in quello stesso anno ebbe la sua seconda edizione. Oggi gli *Origami* entrano a pieno titolo nell'insegnamento della geometria.

²⁸ La prefazione a (Castelnuovo, LT 1948) è datata “giugno 1948”.

poter incidere sulla realtà, mira a “un metodo d’insegnamento della geometria intuitiva, che si distacca notevolmente da quello tradizionale” e che ritiene “potrebbe essere indotto con giovamento nella scuola media per tutti” (Castelnuovo, A 1946, p. 130). Non importa se la scuola media per tutti è ancora allo stato di progetto: la sua azione, confortata da una prima sperimentazione in cui i suoi allievi pur non sapendo di essere «cavie da esperimento»²⁹ si offrirono con entusiasmo a procurarle esercizi, esempi e idee, dimostrava che una *scuola per tutti* era possibile.

Ciò che meno la persuadeva nel corso tradizionale di geometria intuitiva era che nel suo svolgimento si trascuravano le conoscenze pregresse dei ragazzi e che il metodo non si discostava un gran ché da quello seguito nel ciclo precedente perché mancava di “un carattere proprio e quindi di un fine ben preciso”. I vari stadi dei corsi ciclici “hanno importanza purché si dia loro un bel preciso significato e purché si adeguino allo stato psicologico che il ragazzo attraversa in quel momento” (Castelnuovo, A 1946, p. 130). È questa caratterizzazione che, secondo Emma, mancava all’insegnamento della geometria nel ciclo inferiore della scuola media. I ragazzi che arrivano dalle scuole elementari “sanno cosa è un quadrato, un rettangolo, un triangolo, ecc. e conoscono anche le regole di misura di queste superficie, regole che sono state loro giustificate alla stessa maniera con cui noi le giustifichiamo nel ginnasio inferiore”. Ricominciando da capo e seguendo sostanzialmente lo stesso metodo “diamo la sensazione che tutto ciò che hanno studiato nel corso primario sia inutile” (Castelnuovo, A 1946, p. 131).

Nell’autunno del 1949 Emma fu invitata a Sèvres a presentare il suo metodo. L’occasione fu propizia per stringere rapporti con gli allievi di Paul Libois dell’Università libera di Bruxelles, che aveva conosciuto a Roma prima della guerra quando vi si era recato per studiare geometria algebrica, e stabilire una fruttuosa collaborazione con l’*Ecole Decroly*:

²⁹ L’espressione, compreso il virgolettato, è ripresa dalla prefazione a Castelnuovo, LT. 1948, II ed. 1949, p. 5.

Je voudrais aussi que les lecteurs des Cahiers sachent que c'est avec un véritable émotion que j'écris cet article pour leur revue; la même émotion que j'ai éprouvée lors de ces inoubliables journées de Sèvres, travaillant avec eux et la délégation des professeurs belges au problème de l'Ecole. (Castelnuovo, A 1950, p. 161)

In realtà, l'intervento di Emma ebbe un'accoglienza piuttosto contrastata: nel 2001, ripensando alle reazioni del pubblico di allora e nei ricordi che con gli anni si colorano di note ironiche, dice che rischiò di “essere linciata”³⁰. Ciò nonostante la fama di Emma si diffonde a livello internazionale. La recensione di Caleb Gattegno (1911-1988)³¹, segretario della CIEAEM (Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques), alla seconda edizione della *Geometria intuitiva*, pubblicata su *The Mathematical Gazette*, così concludeva:

Written by an enthusiast for active methods in geometry, the daughter of an eminent mathematician, accustomed to meeting mathematicians and to hearing about mathematics from her earliest years, the book is mathematically reliable and pedagogically sound. Miss Castelnuovo has learnt from her classes what can be done with safety and with ease and pleasure. Adapted to the British situation, the book could serve a useful purpose not only in libraries but as an aid to more realistic teaching. (Gattegno, 1953)

³⁰ Così, nelle parole di Emma, il ricordo di quell'incontro. “Nel settembre del 1949 sono stata invitata a Sèvres (Parigi) dove si teneva un Convegno su *Les classes nouvelles*, una luce didattica attiva dopo gli anni di guerra; si discuteva sull'insegnamento attivo riguardante varie discipline. [...] Rischio, al primo intervento (che è stato anche l'ultimo), di essere linciata; si dichiara che io facevo un insegnamento *par les mains sales* (con le mani sporche). Sono stata salvata da un gruppo di giovani insegnanti belgi: erano allievi e amici di Paul Libois.” (Castelnuovo, A 2003b; in rete in: <http://www.bruno.definetti.it/Link/Centro.htm>). L'episodio viene ripreso nell'articolo di Menghini di questo volume (§ 3). L'incontro di Emma con Paul Libois e la collaborazione con L'Ecole Decroly sono ampiamente descritti nel detto articolo, § 4, cui pertanto si rimanda.

³¹ Fu Gattegno a proporre a Emma, nel 1951, di entrare a far parte della CIEAEM; si veda la testimonianza riportata in http://www.cieaem.org/?q=system/files/Emma_she_herself.pdf. Il contributo di Emma nella CIEAEM è ampiamente descritto nell'articolo di Menghini di questo volume.

4. – Il metodo costruttivo

Ritorniano alla conferenza all'*Istituto Romano*. Emma aveva riconosciuto nel testo di Clairaut un metodo innovativo che poteva offrire la risposta alla questione, a cui i suoi studi e l'esperienza di insegnamento al "Tasso" l'avevano condotta, di come distinguere dal punto di vista metodologico l'insegnamento della geometria tra il ciclo primario e il ciclo che lo segue. Riprendiamo le parole di Emma:

È possibile [...], creare per la geometria intuitiva un metodo attivo continuo? La risposta si dà subito: lo sviluppo storico è, evidentemente, un lavoro attivo di secoli. Sorge quindi spontanea l'idea di seguire un metodo storico, ripassando, naturalmente senza esagerare, per lo stesso travaglio di ricerche e di errori.

Io intendo insomma sostituire a un metodo descrittivo un metodo costruttivo. (Castelnuovo, A 1946, p. 133)

La sua *Geometria Intuitiva*, realizza questo progetto i cui contorni si erano nel frattempo precisati:

Il libro segue dunque un indirizzo storico, quindi costruttivo, non descrittivo. Si è voluto far partecipi gli allievi degli sforzi compiuti dall'umanità nella ricerca matematica, della gioia della scoperta, e si è pensato che nessun modo fosse più espressivo ed efficace di quello percorso dall'umanità. (Castelnuovo, LT 1948; II ed., p. 4)

Il metodo costruttivo che Emma propone ha radici nella storia: è il *metodo genetico* che dà fondamento al *metodo costruttivo*. Negli scritti di Enriques la storia della matematica entra in modo pervasivo, non come erudizione ma come elemento funzionale alla conoscenza. Non poteva esserle certo sfuggito il ruolo che suo zio attribuiva alla storia della matematica e la sua lunga azione di promozione della cultura storica con numerose iniziative editoriali rivolte anche agli insegnanti. Ma come queste idee potessero trasferirsi organicamente nella pratica di insegnamento ai ragazzi tra gli 11 e i 14 anni le sfuggiva: il libro di Clairaut è per lei illuminante perché le mostra come si può, facendosi guidare dalla storia, realizzare un *metodo attivo continuo* e perciò *costruttivo*. La sua *Geometria intuitiva* altro non è che un adattamento "alle necessità della

vita moderna” che nulla toglie “allo spirito di quell’opera” e riprende le parole di Clairaut per condividerle con gli insegnanti:

Ho pensato che questa scienza, come tutte le altre, dovesse essersi formata per gradi; che fu verosimilmente qualche bisogno pratico a far fare i primi passi, e che questi primi passi non potevano non essere alla portata dei principianti, perché erano proprio dei principianti che li avevano fatti. Prevenuto da questa idea mi sono proposto di risalire a ciò che poteva aver dato nascita alla geometria, ed ho cercato di sviluppare i principi con un metodo abbastanza naturale perché si possa supporre che sia lo stesso dei primi inventori, avendo cura soltanto di evitare tutti i falsi tentativi che essi necessariamente dovettero fare. (tratto da: Castelnuovo, LT 1948; II ed., p. 2)

Il debito intellettuale, che Emma in questo momento riconosce, è essenzialmente rivolto al matematico francese vissuto quasi due secoli prima. Ma, se il testo di Clairaut diede quei frutti fu perché il terreno era stato preparato. Quindici anni più tardi, nella riflessione sui propri assunti epistemologici contenuta nel libro *Didattica della Matematica*, Emma esplicherà le fonti, le metterà a confronto e ne chiarirà l’influenza sulla propria azione didattica. Riprenderà il pensiero di Enriques, del padre e di matematici di cui ebbe conoscenza diretta, quali Vito Volterra (1860-1940) e Gaetano Scorza (1876-1939). Di suo zio, ad esempio, ricorderà le parole pronunciate nel lontano 1906 durante una conferenza rivolta agli insegnanti di scienze:

Se le matematiche vengono così spesso riguardate come inutile peso dagli allievi, dipende in parte almeno dal carattere troppo formale che tende a prendere quell’insegnamento, da un falso concetto del rigore tutto intento a soddisfare certe minute esigenze di parole, da una critica analitica eccessiva e fuori posto, della quale invero basterebbe ritenere il risultato sintetico che pone nell’esperimento la base della geometria. Ma queste tendenze si riattecchano ad una causa più generale; cioè al fatto che le matematiche siano state studiate come organismo a sé, riguardandone piuttosto la sistemazione astratta conseguita dopo uno sviluppo secolare, che non l’intima ragione storica. Si dimenticano in tal modo i problemi che conferiscono interesse alle teorie, e sotto la formula o lo sviluppo del ragionamento non si vedono più i fatti ormai da lungo tempo acquisiti, ma soltanto la concatenazione in cui noi artificialmente li abbiamo stretti. (Enriques, 1907; tratto da Castelnuovo, L 1963, p. 4-5).

Di quel periodo di formazione nell'immediato dopoguerra le rimarranno impresse anche le parole di Colonnetti sulla storia della matematica che riporterà nel 1969, nel ricordo a lui dedicato (Castelnuovo, A 1969e), come se fossero state appena pronunciate e non dette vent'anni prima: “i giovani sono sensibili al valore umano delle conquiste scientifiche”, “non vi sarà un ragazzo che rimarrà freddo”, “la storia del pensiero matematico attraverso i secoli si compenetra, assai più intimamente di quel che di solito non si creda, con la storia dell'umanità” e “solo nella scuola, solo ai giovani che la frequentano le due cose appaiono stranamente lontane”. E così esprimerà, in quell'occasione, la sintesi tra la propria formazione culturale e l'esperienza di insegnamento:

Sono stata «formata» nella storia della matematica, e sempre ne ho avvertito l'importanza didattica. Ma immedesimarsi nella storia della matematica è certamente più difficile, per un bambino, che cogliere il valore di una scoperta tecnica. E anche questo ho appreso dal Prof. Colonnetti. (Castelnuovo, A 1969e, p. 39)

5. – Dal concreto all'astratto

Il metodo costruttivo si informa ai “principi” che, nella conferenza del '46, Emma condensa in questa breve frase:

passaggio dal concreto all'astratto, dal complesso al semplice, e quindi ordinamento del corso secondo lo sviluppo storico. (Castelnuovo, A 1946, p. 137)

Si tratta di principi programmatici che le “pare di ritrovare” in questo passo dedicato all'insegnamento scientifico delle *Lezioni di didattica* del pedagogista Giuseppe Lombardo Radice (1879-1938):

Dobbiamo lasciare che il piccolo matematico, che c'è in ogni spirito infantile, si svolga quanto più liberamente sia possibile con sforzi e ricerche personali... Ha valore per il bambino solo quel tanto che raggiunge colla propria esperienza, o che, colla guida d'un maestro (il quale sappia da dove si muova e dove voglia arrivare), può diventare propria esperienza, colla completa illusione d'aver raggiunto il risultato da sé. (Lombardo Radice G., 1913; tratto da Castelnuovo, A 1946, p. 137)

La geometria è nata come scienza sperimentale dalla misura dei terreni, “noi lo sappiamo, lo diciamo anche ai ragazzi al principio del corso, ma poi – Emma osserva – presentiamo la materia alla rovescia, trattando l’equivalenza all’ultimo anno del corso”. “Dedichiamo invece il primo capitolo, quale introduzione del corso, allo studio dei segmenti e degli angoli, dandone subito la definizione” e proponendo esercizi su queste prime nozioni nell’errata convinzione che essi possano facilitare l’apprendimento di queste nozioni. E ciò non è: “dato che le definizioni precedono la pratica il ragazzo deve prima fare lo sforzo di concepire idee astratte, e dopo che *non* le ha capite farne le applicazioni” (Castelnuovo, A 1946, p. 131). Nella mente di Emma il metodo di insegnamento della geometria si avvicina a quello delle scienze sperimentali. A Sèvres dove, come ricordato, aveva presentato il suo metodo innovativo, i numerosi sostenitori della tradizione presenti al convegno l’accuseranno di fare geometria con metodi poco ortodossi e empirici. Al suo ritorno a Roma immaginiamo che a confortarla nelle proprie scelte avesse trovato suo padre. Nel lontano 1907 Castelnuovo, riferendosi alla scuola secondaria di secondo grado, proponeva di spogliare l’insegnamento della geometria elementare da una “serie di acrobatismi intellettuali che a nulla giovano” per dedicare invece le maggiori cure “allo sviluppo della fantasia creatrice, che risulta da un felice accordo dell’intuizione con lo spirito di osservazione” e ciò al fine di educare insieme “le varie facoltà della mente, anziché sacrificarle tutte ad una sola”, ovvero alla facoltà logico-deduttiva. A tal fine proponeva un insegnamento della geometria elementare con un’interazione costante tra realtà e astrazione, un insegnamento che non si riduce a operare “sui simboli mediante procedimenti logici, per dedurre dai postulati nuove proposizioni più riposte”, venendo a configurare la geometria “come scienza sperimentale”, e soggiungeva:

Mancherà poi il tempo per estendere la cultura? E che importa?

Le sole nozioni che la mente sappia conservare sono quelle che essa è adatta a ricevere, o quelle (oserei dire) che essa è in grado di procurarsi da sé.
(Castelnuovo G., 1907, p. 12-13)

6. – I casi limite³²

Emma raccoglie l'eredità di Guido anche a un livello più profondo, che tocca il cuore della ricerca matematica del padre. In un lavoro pubblicato nel 1889, Castelnuovo aveva ricavato nuove formule di geometria enumerativa delle curve algebriche “applicando il *principio di conservazione del numero* di Schubert a curve degeneri”³³. L'idea, semplice ma feconda, consiste nel considerare una curva non come un ente geometrico isolato, ma come membro di una famiglia ottenuta variando con continuità i suoi parametri (o moduli). Da questo punto di vista, se una proprietà invariante per deformazioni è verificata da una curva speciale (eventualmente degenera) di una famiglia, allora tale proprietà vale anche per la curva generica della stessa famiglia. In una cartolina postale datata 20 settembre 1888, Segre dimostra di aver compreso perfettamente l'importanza di questo innovativo approccio *per degenerazione* alla geometria delle curve: “Carissimo Castelnuovo, alcuni dei teoremi che mi comunichi mi paiono veramente importanti. Importante l'idea di servirsi di curve di genere p degeneri. [...] Credo che questo concetto di usare curve di genere p degeneri debba servire molto utilmente nelle questioni di cui ti occupi”³⁴. Anche per Castelnuovo, l'interesse della sua scoperta sta nel risultato ma, soprattutto, nel *metodo*. Nello stesso anno infatti egli lo mette a profitto nell'ambito della geometria sulle curve algebriche ammettendo però che tale metodo si reggeva su un *principio* che era basato “più sulla intuizione (e su varie verificazioni), che sopra un vero ragionamento matematico”; “alla dimostrazione si potrà forse arrivare” quando la teoria sarà stata adeguatamente sviluppata e concludeva:

³² Di questa parte sono debitrice a Claudio Fontanari: questa parte è essenzialmente sua! Lo ringrazio per avermi generosamente messo a disposizione il suo intervento al Convegno CIIM dell'Ottobre 2012 (cfr. Fontanari, 2012b) stimolandomi a cercare le tracce del padre nel lavoro della figlia. Lo ringrazio per le conversazioni, il confronto, le letture delle versioni preliminari e per avermi sostenuto con il suo entusiasmo.

³³ G. Castelnuovo, 1889a, *Opere*, p. 195.

³⁴ Cfr. in Castelnuovo G. Lettere: C. Segre, 1888, http://archivematematici.lincci.it/Castelnuovo/Lezioni_E_Quaderni/menuL2b.htm.

ci permettiamo però di approfittare di un principio non ancora dimostrato per risolvere un difficile problema, perché crediamo che anche con simili tentativi si possa giovare alla scienza, quando si dichiara esplicitamente ciò che si ammette e ciò che si dimostra. (Castelnuovo G, 1889b, *Opere*, p. 254)

Molti anni più tardi, nel volume delle *Memorie Scelte*, pubblicate in occasione del suo giubileo scientifico, aggiungeva una nota di commento a queste memorie:

L'idea che mi ha permesso di raggiungere rapidamente questo e altri risultati consiste nel sostituire ad una curva irriducibile d'ordine n e genere p di un iperspazio, una curva composta di una curva d'ordine $n - 1$ e di una retta unisecante o bisecante, secondo che quest'ultima curva ha genere p o $p - 1$. Questo principio di degenerazione [...] è semplicemente ammesso; la prima dimostrazione che lo spezzamento non altera i numeri richiesti fu data per via topologica (ricorrendo alle superficie di Riemann) da F. Klein in un suo corso del secondo semestre 1892 [...]. Per via algebrica occorre far vedere che la curva spezzata può esser riguardata come limite di una curva irriducibile variante entro un sistema continuo, ciò che, sotto ipotesi assai larghe, ha dimostrato F. Severi [... nel 1921]. (Castelnuovo G, 1889b, *Opere*, p. 258)

Questo *principio di degenerazione* viene mutuato da Emma che lo applicherà alla geometria elementare con la stessa disinvoltura paterna il quale, come visto, non si era fatto scrupolo a utilizzare un metodo che funzionava posticipando la verifica rigorosa a quando ce ne sarebbero stati i mezzi. Così nel saggio del 1958, *L'object et l'action dans l'enseignement de la géométrie intuitive*, pubblicato nel volume collettivo, *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques*, a cura della CIEAEM, Emma descrive la seguente esperienza didattica:

Vogliamo che gli allievi fissino l'attenzione sugli angoli di un triangolo, osservino i tre angoli, e che questa osservazione nasca spontaneamente. Ora, gli angoli, come i lati, come qualunque elemento di una figura, non vengono osservati se la figura è statica; l'osservazione nasce non appena c'è una variazione. Il confronto di due triangoli o di alcuni triangoli potrà far dire che questo angolo è maggiore di quello o che alcuni angoli sono uguali, ma è un'osservazione che non dice nulla, che non porta a nulla. Per far sì che l'osservazione sia costruttiva nel senso matematico del termine occorre considerare infiniti casi, occorre vedere un caso insieme ai precedenti e a quelli

che lo seguono; in breve, occorre far muovere la figura per gradi insensibili. [...] Dite ai bambini di osservare tutti questi triangoli e di scrivere le loro impressioni. [...]

Vi diranno che quando un angolo diminuisce, gli altri aumentano e che – si è sempre portati, anche con una certa leggerezza, a vedere un qualche cosa di costante – quello che si perde in un angolo viene compensato da quello che si guadagna negli altri. Non è forse questa un'intuizione della proprietà sulla somma degli angoli del triangolo? La somma degli angoli è dunque costante; ma, qual è questo valore costante? I casi limite conducono a intuire questo valore. (Dall'edizione italiana: Castelnuovo, A 1965, p. 50-51)

Le riflessioni degli alunni sono supportate dal *materiale*, da un “dispositivo che conduce all'intuizione della proprietà della somma degli angoli di un triangolo” e “sono i casi limite che «smaterializzando» il materiale, lo fanno idealizzare e conducono alla verità”, ovvero da una base concreta si arriva all'astrazione. E così conclude:

È certo che questa esperienza, come del resto tutte quelle realizzate con procedimenti di continuità, ha un pericolo, il pericolo del caso limite, quello cioè di generalizzare la proprietà che si legge nel caso limite. Sarà sempre vero che la somma degli angoli è un angolo piatto, dato che nel caso limite è un angolo piatto? Ma perché dobbiamo chiamarla pericolosa questa intuizione del caso limite? Se condurrà a un errore (e non mancano esempi anche elementari dove si mette in evidenza come la continuità conduca a un errore), sia benedetto questo errore! Sarà fonte di osservazioni, di nuovi problemi, di nuove prese di coscienza. (Dall'edizione italiana: Castelnuovo, A 1965, p. 50-51)

7. – Conclusione

Dalla pubblicazione della *Geometria intuitiva* al saggio scritto per il volume della CIEAEM nel 1958 trascorrono dieci anni. La considerazione dei casi limite, e in particolare l'esperienza che abbiamo riportato nel precedente paragrafo, è già presente nel libro, nella parte degli “Esercizi e complementi”³⁵. Nel corpo del testo, invece, la proprietà d'invarianza della somma degli angoli interni dei triangoli viene fatta scoprire attraverso la misura diretta degli angoli, che gli allievi ese-

³⁵ Cfr. Castelnuovo, LT 1948, es. n. 77, p. 240-242.

guono sui loro disegni, da cui dovrebbe scaturire l'osservazione che, "pur variando a piacere la forma del triangolo e di conseguenza l'ampiezza di ciascun angolo", tale somma "risulta sempre approssimativamente uguale a 180° ". Ma non "bastano dieci o cento prove positive per asserire che una proprietà è sempre vera" poiché "un centinaio di risultati favorevoli ci dirà che è molto probabile che risulti sempre valida tale proprietà" ma non ce ne darà la certezza, così come "fuori dal campo della matematica" l'efficacia di un farmaco su un centinaio di casi non ci assicura della sua efficacia sul "101^{mo} caso". Ma se "in medicina la certezza assoluta non si può avere", la geometria gode invece di "questo privilegio" (Castelnuovo, LT 1948, cap. IV, p. 97) e viene quindi proposta una dimostrazione basata su proprietà note agli allievi. Nella *Geometria intuitiva* la considerazione dei casi limite è dunque a margine. La dignità di statuto metodologico risulterà dal processo di formazione e maturazione che Emma ebbe l'opportunità di compiere negli anni successivi, nel contatto e nel confronto con esperienze internazionali, supportato da approfonditi studi.

La *Didattica della Matematica*, che esce nel 1963 e riceve l'anno seguente il Premio dell'Accademia dei Lincei, costituisce il manifesto didattico di Emma e, con riferimenti e ampia bibliografia, ne documenta il percorso intellettuale. Punto di partenza di tale percorso, come abbiamo cercato di illustrare, sono le "idee nuove sull'educazione matematica nelle scuole medie secondarie in Italia agli inizi del secolo"³⁶. Le voci di queste idee innovative che a Emma "è caro" ricordare sono quelle di Volterra, Enriques e Castelnuovo: Volterra, per il discorso di inaugurazione dell'anno accademico nel novembre del 1901 (Volterra, 1901) che "sollecitava il matematico puro ad allargare lo sguardo oltre i confini del suo ristretto campo di studio per ravvicinare matematica e scienze biologiche e sociali" e per le considerazioni che potrebbero costituire "una lucida premessa a un programma ispirato alle *matematiche moderne*"; Enriques, di cui riprende come già ricordato la conferenza del 1906 (Enriques, 1907), per la "severa critica alle metodologie in uso" e per l'attenzione su "come insegnare";

³⁶ È questo il titolo del § 2 dell'Introduzione di Castelnuovo, L 1963.

Castelnuovo, di cui riprende la conferenza al congresso della *Mathesis* del 1912 (Castelnuovo G., 1912), per aver evidenziato l'importanza che nell'insegnamento riveste il rapporto con il “*mondo esterno*, il mondo dell'industria.”

Ma queste opinioni provenivano da “uomini che non erano mai entrati in una classe di fanciulli o di adolescenti” e che erano “poco al corrente dei nuovi studi pedagogici” che in quegli anni “portavano idee feconde nella scuola materna ed elementare (Montessori e Decroly)”. E, pertanto,

vedremo come le idee espresse dai tre matematici ora citati acquistino un significato più profondo e conclusivo alla luce della pedagogia generale e della psicologia, e come si sia giunti a considerare la didattica della matematica come una scienza a sé; scienza, e quindi in continuo sviluppo, costruzione di chiunque è dentro la scuola, ma sensibile, d'altra parte, ai richiami del mondo esterno e pertanto suscettibile di mutevoli indirizzi nell'ambito di alcuni principi di base. (Castelnuovo, L 1963, p. 7)

A ciò Emma dedicherà il primo capitolo, “Dalla didattica generale alla didattica particolare”, della sua *Didattica della matematica*.

BIBLIOGRAFIA

- BOTTAZZINI U., CONTE A. & GARIO P. (1996) *Riposte armonie. Lettere di Federigo Enriques a Guido Castelnuovo*, (a cura di), Torino: Bollati Boringhieri.
- CASTELNUOVO G. (1889a). Una applicazione della geometria enumerativa alle curve algebriche, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 3(1889), 27-37; *Memorie scelte*, Bologna: Zanichelli 1937, 45-53 (= *Opere matematiche. Memorie e Note*, a cura di E. Arbarello, U. Bottazzini, M. Cornalba, P. Gario, E. Vesentini, Roma: Accademia nazionale dei Lincei, vol. I-IV (2002-2007), vol. I(2002), 195-203).
- CASTELNUOVO G. (1889b). Numero delle involuzioni razionali giacenti sopra una curva di dato genere, *Atti dell'Accademia nazionale dei Lincei. Classe di Scienze fisiche, matematiche, naturali, Rendiconti*, (4), 5 (2° sem. 1889), 130-133; *Memorie scelte*, 65-70 (= *Opere matematiche*, vol. I (2002), 254-261).
- CASTELNUOVO G. (1900). Sulla risolubilità dei problemi geometrici cogli istrumenti elementari, in *Questioni riguardanti la Geometria elementare*, raccolte e coordinate da F. Enriques, Bologna: Zanichelli (= *Opere matematiche*, vol. II (2003), 296-322).
- CASTELNUOVO G. (1904). *Lezioni di geometria analitica e proiettiva*, Roma: Dante Alighieri.

- CASTELNUOVO G. (1907). Il valore didattico della matematica e della fisica, *Scientia*, 1(1907), 329-337. (= *Opere matematiche*, vol. III (2004), 9-16).
- CASTELNUOVO G. (1912). La scuola nei suoi rapporti con la vita e con la scienza moderna, in *Atti del III congresso della «Mathesis»*, Genova 21-24 ottobre 1912, Roma: Coop. Tip. Manunzio, 1913. (= *Opere matematiche*, vol. III (2004), 76-81).
- CASTELNUOVO G. (1944). Progetto di riforma dell'insegnamento secondario. Partito d'Azione. Comitato di studio dei problemi scolastici, Roma agosto 1944, in *Opere matematiche*, vol. IV-Appendice (2007), 410-418.
- CASTELNUOVO G. (1947). Commemorazione del Socio Federigo Enriques, *Atti dell'Accademia nazionale dei Lincei. Classe di Scienze fisiche, matematiche, naturali, Rendiconti*, (8), 2 (1° sem. 1947), 3-21 (= *Opere matematiche*, vol. IV (2007), 218-242).
- CASTELNUOVO G. LETTERE, *Lettere dell'archivio di Guido Castelnuovo*, (digital.), a cura di P. Gario, Biblioteca-Percorsi digitali, Roma: Accademia Nazionale dei Lincei, in http://archivi-matematici.lincei.it/Castelnuovo/Lezioni_E_Quaderni/menu.htm.
- CILIBERTO C. & GARIO P. (2012). Federigo Enriques: The First Years in Bologna, in *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel: Birkhäuser, 105-142.
- CLAIRAUT A. (1771). *Elementi di geometria*, (2ª ed.), Roma: Venanzio Monaldini. (1ª ed. in francese, *Elémens de Géométrie*, Paris: Lambert&Durand, 1741)
- ENRIQUES F. (1894-95). *Conferenze di geometria: fondamenti di una geometria iperspaziale*, Bologna (litogr.).
- ENRIQUES F. (1900). *Questioni riguardanti la Geometria elementare*, raccolte e coordinate da F. Enriques, Bologna: Zanichelli. (Successivamente ampliate, con il titolo *Questioni riguardanti le matematiche elementari*).
- ENRIQUES F. & AMALDI U (1903). *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie superiori*, Bologna: Zanichelli.
- ENRIQUES F. (1907). Sulla preparazione degli insegnanti di scienze, in *Atti del V Congresso della FNISM (Bologna, 25-28 settembre 1906)*, Pistoia: Tip. Sinibuldiana, p. 69-78.
- ENRIQUES F. (1921). Insegnamento dinamico, *Periodico di matematiche*, (4), 1(1921), 6-16.
- ENRIQUES F. (1933). Sull'insegnamento dell'aritmetica, *Scuola e cultura. Annali dell'Istruzione Media*, a. IX (1933-2), 206-210.
- FONTANARI C. (2012a). *Pubblicazioni di Emma Castelnuovo*, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Trento, <http://www.science.unitn.it/~fontanar/EMMA/emma.htm>
- FONTANARI C. (2012b). Da Guido a Emma, XXX Convegno UMI-CIIM, Bergamo 25-27 Ottobre, in <http://umi.dm.unibo.it/ciim/wp-content/uploads/2012/09/laboratorio-Fontanari.pdf>
- GARIO P. (2004). Guido Castelnuovo e il problema della formazione dei docenti di matematica, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. Supplemento*, 74(2004), 103-121.
- GARIO P. (2008). *Guido Castelnuovo: una biografia ipertestuale*, (CD-R), Milano: Dipartimento di Matematica. Università degli Studi di Milano, ISBN 9788890436499 (anche in, Biblioteca-Percorsi digitali, Roma: Accademia Nazionale dei Lincei, <http://archivi-matematici.lincei.it/Castelnuovo/Biografia/index.htm>)
- GIACARDI L. (2006). L'insegnamento della matematica in Italia dall'Unità all'avvento del Fascismo, in *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, a cura di L. Giacardi, Lugano: Agorà, 1-63.
- GIACARDI L. (2012). Federigo Enriques (1871-1946) and the Training of Mathematics Teachers in Italy, in *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel: Birkhäuser, 209-275.
- LOMBARDO RADICE G. (1913). *Lezioni di didattica e ricordi di esperienza magistrale*, Palermo: Sandron.
- KLEIN F. (1895). *Vorträge über ausgewählte Fragen der Geometrie*, Leipzig: Teubner, (ed. it. *Conferenze sopra alcune questioni di geometria elementare*, trad. a cura di F. Giudice, Torino: Rosenberg Sellier, 1896).

- PERNA A. (1950). L'azione dell'Istituto Romano di Cultura Matematica a favore degli insegnanti secondari e dei neolaureati, *Archimede*, 2 (1950), 36-40.
- PIAZZOLLA BELOCH M., Sul metodo del ripiegamento della carta per la risoluzione dei problemi geometrici, *Periodico di matematiche*, (4), 16 (1936), 104-108.
- TENCA L. 1949. Risoluzione dei problemi geometrici con la piegatura del foglio, *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, (3), 4 (1949), 288-298.
- VACCA G. (1930), Della piegatura della carta applicata alla geometria, *Periodico di matematiche*, (4), 10 (1930), 43-50.
- VOLTERRA V. (1901). Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali. Discorso letto il 4 novembre 1901 alla inaugurazione dell'anno scolastico della R. Università di Roma dal prof. Vito Volterra, *Giornale degli Economisti*, (2), 23, 436-458. (Riprodotta in V. Volterra, *Saggi scientifici*, Bologna: Zanichelli 1920).