
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MARTA MENGHINI

Emma Castelnuovo: la nascita di una scuola

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 6 (2013), n.1 (Fascicolo dedicato ad Emma Castelnuovo), p. 45–80.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2013_1_6_1_45_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2013_1_6_1_45_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Emma Castelnuovo: la nascita di una scuola

MARTA MENGHINI

con la collaborazione di Mario Barra, Raimondo Bolletta, Lucilla Cannizzaro,
Nicoletta Lanciano, Michele Pellerey, Daniela Valenti*

1. – Il primo periodo

Il 12 dicembre 2013 Emma Castelnuovo compie 100 anni. La sua lunga carriera professionale, che ripercorriamo con questo lavoro, è costellata di idee coraggiose, incontri, amicizie, ma anche di studio e lavoro¹.

A Roma, durante gli studi di matematica, ebbe come insegnanti Federigo Enriques, il padre Guido Castelnuovo, Gaetano Scorza, Tullio Levi-Civita, ebbe come compagna di studi Lina Proia, e conobbe Lucio Lombardo Radice, di due anni più giovane. Nel 1935 la “Scuola di Matematica” fu trasferita da San Pietro in Vincoli all’Istituto Matematico della Città Universitaria (che fu poi intitolato a Guido Castelnuovo nel 1953), dove Emma si laureò nel 1936. Per due anni dopo la laurea si occupò, con Lina Proia, di riordinare la nuova biblioteca. Come già ricordato (Gario, §1, in questo volume), nel 1938 Emma dovette lasciare l’Istituto matematico e, pur avendo vinto nello stesso anno il concorso per insegnare nelle scuole medie, non ottenne la cattedra. Dal 1939 al 1943 insegnò dunque nel ginnasio e nei licei della Scuola Israelitica, frequentata dagli studenti ebrei che erano stati espulsi da quelle pubbliche a seguito della legislazione razziale.

* Tutti coloro che hanno collaborato a questo articolo hanno evidenziato, nei profili biografici in fondo al volume, i legami con Emma Castelnuovo e con le attività da lei promosse.

¹ Sulla *formazione* di Emma Castelnuovo si veda l’articolo di Paola Gario in questo volume, al quale rimanderemo in varie occasioni. Tale articolo ha molti punti in comune con il nostro lavoro – ovviamente, visto che si parla della stessa persona – ma lo scopo di Gario è mettere in evidenza le influenze scientifiche e ‘familiari’ che hanno portato alle idee di Emma, mentre il presente articolo si concentra sulle attività che da tali idee sono scaturite.

Ma “una situazione che poteva essere disastrosa si è rovesciata nel suo opposto”, scrive Giacomina Limentani

l'esperienza della scuola ebraica di Roma è stata una delle più importanti e indimenticabili della mia vita [...] In quella scuola nacquero degli amori, dei matrimoni, ma più in generale, nacque una grande fratellanza, eravamo un po' tutti nella stessa barca. Avevamo, poi, questi professori incredibili. Ad esempio la professoressa di Matematica, Emma Castelnuovo, ora famosa, allora giovanissima, era al suo primo incarico e poco più grande dei suoi allievi, usava dei metodi nuovissimi, facendoci studiare, in terza ginnasio, cose a livello universitario. Studiare con lei era un gioco talmente meraviglioso che andavamo sempre avanti (Limentani, 1993).

Dopo il diploma alla scuola ebraica, gli studenti avevano la possibilità di proseguire gli studi nell'università ebraica “clandestina”, organizzata da Guido Castelnuovo sotto il nome fittizio di “Corsi integrativi di cultura matematica” e riconosciuta da un politecnico di Friburgo in Svizzera (per approfondimenti su questa parte vedi l'intervista di Natalini e Mattaliano, in questo volume; Selene's, pagina web; Castelnuovo, A 2000b; Fiorentino, 2003). L'invasione tedesca degli anni '43 e '44 costrinse Emma alla clandestinità, ma già in questo periodo pubblicò, su richiesta di Marcello Puma che stava scrivendo testi scolastici di algebra, un libro di testo di geometria in due volumi, firmato dallo stesso Puma per ovvi motivi (Puma [Castelnuovo], LT 1941/42)².

Nell'ottobre del 1943, Tullio Viola, allora assistente di Ugo Amaldi presso l'Istituto Matematico di Roma, e la moglie Elba avevano ospitato per un mese in casa propria i coniugi Castelnuovo. In casa dei Viola, Emma conobbe Liliana Gilli, anche lei laureata in matematica, amica dei Viola (cfr. Ragusa Gilli, 2003).

Alla fine della guerra, con la liberazione di Roma nel 1944, tornò l'entusiasmo e il desiderio di occuparsi attivamente dell'insegnamento della matematica: “perdiamo letteralmente la testa, vogliamo fare

² Si veda l'articolo di Erika Luciano questo volume.

qualcosa, sappiamo che l'insegnamento della matematica è selettivo, non deve essere così, che fare?" (Castelnuovo, A 2007). Insieme a Tullio Viola e Liliana Gilli³ (divenuta intanto docente di matematica presso la scuola per ex-partigiani) fondò un'associazione denominata *Istituto Romano di Cultura Matematica*. Inizialmente l'Istituto mise in piedi corsi universitari di recupero per i reduci di guerra, ma quasi subito iniziò l'organizzazione di conferenze che si svolgevano ogni sabato pomeriggio alle 15.30, prima in una scuola privata e poi presso la scuola media Tasso dove Emma, reintegrata nel 1945, aveva avuto la cattedra. Le riunioni proseguirono regolarmente fino al 1949 (Perna, 1950). Le conferenze, tenute da matematici, fisici, pedagogisti, filosofi erano rivolte a circa un centinaio di insegnanti (prevalentemente di matematica) per discutere metodi e contenuti di insegnamento. L'elevato numero di partecipanti, in un periodo certo non facile della vita italiana, testimonia la preoccupazione di tanti insegnanti di matematica per un'adeguata formazione.

Tra le conferenze vale la pena di segnalare quella del colonnello Carleton Washburne, noto pedagogista allievo di John Dewey, allora a capo della *Commissione Alleata in Italia (Sotto-Commissione per l'Educazione)*, che aveva il compito di riformulare i programmi di insegnamento italiani.⁴

Ma soprattutto va segnalata una conferenza della stessa Emma su "Un metodo attivo per l'insegnamento della geometria intuitiva" poi pubblicata sul *Periodico di Matematiche* (Castelnuovo, A 1946).

Facciamo un passo indietro per capire come nasce il lavoro esposto da Emma in quella conferenza. Nello stesso periodo in cui l'Istituto Romano di Cultura Matematica iniziava le sue attività, Enriques organizzava in casa propria riunioni più piccole di persone interessate all'insegnamento. Aveva proposto la lettura di testi di geometria ele-

³ Dopo il matrimonio Liliana Gilli e Lina Proia assunsero il cognome dei rispettivi coniugi, usando il doppio cognome solo nelle pubblicazioni e in alcuni ambiti lavorativi. Nel seguito le chiameremo, com'era l'abitudine, Liliana Ragusa e Lina Mancini, o talvolta solo per nome.

⁴ Su questa e altre conferenze e attività dell'*Istituto* si veda l'articolo di Gario, §1, in questo volume.

mentare del '700-'800, con lo scopo di riflettere su eventuali modifiche all'insegnamento tradizionale della geometria. Attilio Frajese, presentò gli *Eléments de Géométrie* di Alexis Clairaut (1741). Il libro entusiasmò Emma. In esso, l'autore propone di partire dalla realtà, dal calcolo delle aree dei campi, usando un metodo costruttivo. Emma decise immediatamente di cambiare il suo insegnamento, partendo appunto dalla realtà, dalle aree e dai perimetri che si possono misurare.

È proprio sulle sue prime sperimentazioni del nuovo metodo che si basa la conferenza all'Istituto di Cultura e la successiva pubblicazione, seguita dalla stesura di un libro di testo per la scuola media piuttosto difforme dai programmi allora vigenti: *Geometria intuitiva* (1948). Questo libro "pazzesco", come lo definì Emma stessa (Castelnuovo, A 2008, p. 38), sarà il suo trampolino di lancio internazionale.

2. – La geometria intuitiva

La geometria intuitiva era stata introdotta nella scuola media italiana (il ginnasio inferiore) nel 1881, abolita nel 1884 per la difficoltà di "caratterizzarla" e reintrodotta nel 1900 con l'esplicita indicazione di limitarsi alle nozioni elementari riguardanti la terminologia delle figure geometriche più semplici, le regole di calcolo per lunghezze, aree e volumi, nonché i primi rudimenti di disegno geometrico. Pochi libri di testo si erano attenuti a queste limitazioni. Alcuni autori, come Giovanni Frattini nel 1901 e soprattutto Ugo Amaldi nel 1940, si erano sforzati di trovare metodi pratici, che includevano anche l'uso di semplici materiali concreti, per illustrare alcune proprietà geometriche (Menghini, 2010). Ma la maggior parte degli autori presentava definizioni e teoremi che sarebbero comparsi al liceo, omettendo eventualmente le sole dimostrazioni.

Nell'articolo del 1946 Emma sottolinea l'importanza di ricollegarsi e quanto gli alunni hanno fatto alle scuole elementari, sostituendo ad un metodo descrittivo un metodo costruttivo "attivo e continuo". Si può cominciare con la misura dell'area di un rettangolo, per arrivare, attraverso applicazioni ed esempi, a nuovi con-

cetti. Esattamente come fa Clairaut⁵ nel suo testo, Emma ritiene che non si debba introdurre la definizione di rette parallele o perpendicolari, ma ci si debba avvalere di questi concetti; “con l’uso continuo e con la pratica del disegno i concetti stessi si chiariscono e si consolidano” (Castelnuovo, A 1946, p. 131). Oltre a determinare l’area di una stanza o di un campo, l’allunno deve esercitarsi anche con oggetti più piccoli, con materiale semplice come un cartoncino da ritagliare e ricomporre.

La novità delle sue idee appare anche dalla *prefazione* della prima edizione della Geometria intuitiva (Castelnuovo, LT 1948, III):

obiettivo principale del corso di Geometria intuitiva è suscitare, attraverso l’osservazione dei fatti riguardanti la tecnica, l’arte e la natura, l’interesse dell’allunno per le proprietà fondamentali delle figure geometriche e, con esso, il gusto e l’entusiasmo per la ricerca. Questo gusto non può nascere, credo, se non facendo partecipare l’allunno nel lavoro creativo. È necessario animare la naturale e istintiva curiosità che hanno i ragazzi dagli 11 ai 14 anni accompagnandoli nella scoperta delle verità matematiche, trasmettendo l’idea di averlo fatto per se stessi e, dall’altra parte, far sentire progressivamente la necessità di un ragionamento logico.

Il libro procede con disegni, figure, riferimenti alla realtà. Si rivolge allo studente, non solo per chiedergli di seguire un ragionamento o di fare una verifica, ma per porre problemi (come mai? come sarà che...?). Inizia con la piegatura della carta, per poi passare alle costruzioni con riga e squadra. Come Clairaut, riprende l’idea del filo teso fra due punti per introdurre le proprietà di segmenti e rette.

Ma quale significato – mi chiederete – ha l’affermazione che per due punti distinti A, B passa una sola retta? Come si potrebbe pensare il contrario? È vero: non è certo possibile concepire due o più rette distinte che passino per A e B , ma è invece possibile costruire, facendo uso del compasso, tanti cerchi passanti per due punti (Castelnuovo LT 1948, p. 12).

⁵ Su Clairaut e la sua influenza sulla formazione di Emma si veda Gario, §3, in questo volume.

In tal modo utilizza la semplice idea didattica, che userà spesso in seguito, che una proprietà si comprende meglio quando si trovano esempi in cui essa non vale. Questa idea sarebbe poi stata ripresa ed esplicitata addirittura nei programmi per la scuola media del 1963 (D.M. 24.04.1963), che pure non corrispondevano del tutto alle idee di Emma.

3. – Gli incontri in Europa e la CIEAEM

Emma aveva inviato una copia del suo libro di geometria intuitiva a Francois Goblot, direttore di una rivista di pedagogia francese. Questi le propose di partecipare ad un corso per insegnanti a Sévres, vicino Parigi. Era il 1949; quando si parlò di matematica un ispettore ministeriale la invitò a parlare della sua esperienza (Castelnuovo, A 1950; AA. VV., 1979, Lorenzoni, 2008). L'accoglienza da parte francese fu tutt'altro che entusiasmante. Fu accusata di fare "les mathématiques avec les mains sales" ("la matematica con le mani sporche"). Ebbe invece i complimenti da un gruppo di insegnanti belgi dell'*Ecole Decroly*, che invitarono Emma a visitare l'*Ecole*, alla quale collaborava Paul Libois. Emma aveva conosciuto Libois a Roma negli anni 1934/35, quando era venuto per seguire un corso di specializzazione sotto la guida di Enriques. Libois aveva frequentato anche la casa di Guido Castelnuovo. Raccontava spesso che Castelnuovo l'aveva sorpreso con un gesto di cortesia per lui inconsueto: nella libreria di casa si era chinato a cercare un libro per lui, giovane specializzando. Tornato in Belgio si era occupato dell'insegnamento della geometria all'Université Libre di Bruxelles, aveva seguito la sperimentazione all'Ecole Decroly e aveva sposato Laure Fonteyne, dal 1953 direttrice della scuola. A Bruxelles dunque Emma conobbe Libois da un punto di vista del tutto nuovo, e, come vedremo, l'Ecole Decroly diventerà un punto fermo nella formazione di Emma e anche di tanti insegnanti di matematica (vedi § 4).

Nel 1951, di ritorno da una visita ad alcuni amici in Francia, Emma decise di andare a conoscere Jean Piaget a Ginevra. Lui le diede un appuntamento dopo aver sentito che lavorava con ragazzi della scuola media e che voleva parlare degli "angoli" (era un tema già affrontato

nell'articolo del '46, e un assistente di Piaget le aveva suggerito di farne menzione).

Non stupisce, dopo questi primi incontri a livello internazionale, la pubblicazione di articoli in Francia e in Germania che riprendevano l'articolo del 1946, la fama crescente del libro di geometria intuitiva (cfr. Gattegno, 1953), e la determinazione dimostrata nella ricerca di un confronto, di ritrovare Emma tra i membri della CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*).

La CIEAEM nacque nel 1950 come gruppo di studio e di lavoro, per opera del pedagogista Caleb Gattegno (Furinghetti, Menghini, et al. 2008). Gattegno riuscì in quegli anni a riunire persone di formazione diversa, quali lo psicologo Piaget, il logico e filosofo Evert W. Beth, l'epistemologo Ferdinand Gonseth, i matematici Gustave Choquet (che diventerà il primo presidente nel 1956), Jean Dieudonné, Hans Freudenthal, André Lichnerowicz, e insegnanti secondari quali Lucienne Félix e Willy Servais. Fu proprio Gattegno, dopo aver visto il libro di Emma (Felix, 1986, p. 93), a cercarla nel 1951 per proporle di entrare nella CIEAEM (in realtà questa fu fondata ufficialmente solo nel 1952, ed Emma compare come membro fondatore).

Nella prefazione all'edizione italiana del primo volume edito dalla CIEAEM, Emma e Luigi Campedelli scrivevano che si sentiva: "la necessità di un approfondimento e di un riesame dell'arte di insegnare, e di una revisione dello spirito a cui l'insegnamento è informato" (A 1960, p. VII).

Si mette così in evidenza l'attenzione all'alunno e al processo di apprendimento. La filosofia soggiacente all'impresa della CIEAEM è legata alla visione di Gattegno, secondo cui l'insegnamento della matematica deve tener conto del funzionamento della mente del fanciullo, della costruzione delle teorie matematiche, nonché di necessità sociali, scientifiche e tecnologiche. Lo studio di questa complessità non deve essere un esercizio filosofico, ma va basato sulla pratica.

Le attività iniziali della CIEAEM consistevano in incontri periodici di circa 30 persone, in maggioranza insegnanti, ai quali partecipava sempre anche una classe di alunni. Vi era un tema, si predisponavano lezioni e materiale, ma non vi erano contributi pre-

parati in anticipo. Si lavorava con gli alunni, si discuteva, si facevano discutere gli alunni. Non ci sono atti per la maggior parte di questi primi incontri (Castelnuovo, A 1981a).

La prima *Rencontre* di Emma fu del 1954, il tema riguardava “le matematiche moderne nell’insegnamento”, cui tutti i partecipanti erano favorevoli ritenendo centrale il concetto di struttura, sia da un punto di vista matematico che psicopedagogico. Negli anni successivi tale argomento porterà ad una divisione tra *scuola francese* e *scuola anglosassone*. Dalla *Rencontre* del 1954 scaturì la prima pubblicazione della CIEAEM (Piaget et al., 1955).

Nel 1957 i partecipanti alla *Rencontre* di Madrid, organizzata da Pedro Puig Adam, furono 150, si discusse del “materiale nell’insegnamento della matematica”, con una esposizione di modelli e materiali didattici. Per l’Italia, furono esposti il “geospazio” di Angelo Pescarini e alcuni modelli di Campedelli. Emma lavorò invece con una prima classe di scuola media annessa al liceo italiano di Madrid, illustrando la variazione degli angoli di un triangolo (con un elastico e due chiodi fissi) e la variazione dell’area di un rettangolo utilizzando quello che diventò poi il suo *simbolo*: un pezzo di spago annodato da tenere intorno a quattro dita (Castelnuovo, A 1957e). Anche in questo caso scaturì una pubblicazione (Gattegno et al., L 1958), cui Emma collaborò con l’articolo “L’Object et l’action dans l’enseignement de la géométrie intuitive”, in cui amplia e discute l’esperienza del convegno.

Nel 1959 l’O.E.C.E. (*Organisation Européenne de Coopération Economique*, oggi O.C.S.E.) organizzò a Royaumont (Parigi) un convegno dedicato alla riforma dell’insegnamento della matematica. Ciascuno dei diciotto paesi membri fu invitato a partecipare con rappresentanti della scuola e dell’Università, la coppia italiana era costituita da Campedelli ed Emma. Presiedeva il Convegno Marshall Stone, allora Presidente dell’ICMI (*International Commission on Mathematical Instruction*). Il convegno si poneva obiettivi concreti: la volontà era di uscire con un programma di riforma europeo.

Il convegno fu all’insegna della scuola francese. Gli interventi del francese Dieudonné e del belga Servais fanno discendere le nuove proposte didattiche dalla scuola Bourbakista.

Come è noto, l'intervento di Dieudonné è un atto d'accusa contro la geometria euclidea. Di essa si possono salvare, a suo dire, solo la descrizione del sistema di assiomi e le conseguenze utili di tale sistema. Va invece eliminato tutto lo studio delle proprietà dei triangoli (OEEC, 1961).

Per trattare la geometria in modo più moderno si devono invece considerare le operazioni in uno *spazio vettoriale*. In tal modo si può trattare la geometria affine. Con l'aggiunta del prodotto scalare si possono poi trattare le proprietà metriche, ovvero l'ortogonalità, gli angoli e i gruppi di isometrie.

Durante la discussione che seguì all'intervento di Dieudonné e alla sua nota esclamazione "A bas Euclide! A bas le triangle", Emma osservò che la scrivania alla quale erano seduti i relatori era stabile grazie ad un sistema di triangoli, importanti nello studio e anche nelle applicazioni proprio perché figure *rigide* e indeformabili. L'episodio è rimasto nel ricordo di molte persone presenti al convegno, amplificato addirittura in una "leggenda" secondo cui Emma avrebbe detto che, senza i triangoli, i francesi non avrebbero la Torre Eiffel (Equipe de Bordeaux, 2009).

Gattegno lasciò la CIEAEM nel 1960 per contrasti con l'adozione di un programma privilegiato che seguiva l'impostazione francese, anche Piaget lasciò nel 1960. Erano entrati invece, dopo Emma, molti altri italiani: Liliana Ragusa, Pescarini, Salvo D'Agostino, ed entrarono successivamente Lina Mancini e Ugo Pampallona, insegnante di scuola superiore che divenne un intimo collaboratore di Emma, Lina e Liliana.

La CIEAEM degli anni sessanta era ancora frequentata da poche persone. Fra i frequentatori più attivi Sofia Krygowska, docente e matematica polacca, Georges Papy, Servais, Tamas Varga, cui si aggiunse il canadese Claude Gaulin, e tanti altri docenti di valore di più paesi europei ed extra europei. Fu un periodo molto proficuo perché il piccolo numero di partecipanti permetteva contatti continui con tutti. Papy, presidente dal 1963 al 1970, dirigeva le riunioni e, anche se non tutti condividevano le sue impostazioni didattiche, la sua indubbia cultura stimolava a studiare (Mancini Proia, 2003). Papy lasciò la commissione nel 1970. Il numero di partecipanti agli incontri andava

aumentando, ed era difficile mantenere il carattere di gruppo di studio. Gli incontri della CIEAEM si stavano trasformando in convegni, pur sempre frequentati da un elevato numero di insegnanti. Gli insegnanti erano di tutti i livelli scolari, dalla materna all'università, tutti interessati a collaborare e a scambiare esperienze e opinioni su questioni teoriche e pratiche.

Negli anni '70 e '80, la CIEAEM assunse una nuova impostazione. Sotto la presidenza della Krygowska, di Gaulin, di Emma stessa, e di Michele Pellerey, i temi degli incontri della CIEAEM furono formulati sempre più in termini di transdisciplinarietà e interdisciplinarietà: la "matematica per tutti" divenne allora una richiesta sistematica e programmatica (Paola, pagina web) (Fig. 1)⁶.



Fig. 1. – CIEAEM 28, Louvain-la-Neuve, 1976: Stefan Turnau, Anna Sofia Krygowska, Emma Castelnuevo, Claude Gaulin, Willy Servais, Guy Brousseau.

Anche nella sua evoluzione, la CIEAEM ha sempre corrisposto al modo di lavorare di Emma e altri suoi più giovani collaboratori entrarono a farne parte.

⁶ Le fotografie che compaiono in questo articolo sono di Raimondo Bolletta.

Emma è stata Presidente della CIEAEM per due anni, dal 1979 al 1981. Sotto la sua presidenza si svolsero le Rencontres di Oaxtepec in Messico e di Pallanza in Italia. Concludendo il suo mandato a Pallanza essa affermava:

Non presentate la matematica come qualche cosa già fatta, qualche cosa che voi conoscete ed essi [gli studenti] non sanno. Stimolate i loro interessi su argomenti che essi possano sentire, possano vivere; fate nascere le teorie a partire dal concreto, dalla realtà, anche se insegnate ad allievi già grandi. Per tutto questo occorre studiare, leggere, pensare, ricostruire.

E proseguiva: “Voi state sviluppando un’azione che è assai superiore a quella del professore di matematica: voi siete impegnati attraverso la matematica alla formazione dell’uomo. E questo è bello” (Castelnuovo, A 1981 a, p. 355).

Emma fece parte come membro *at large*, dal 1975 al 1978, anche della più ampia ICMI (Furinghetti & Giacardi, sito web). L’ICMI ha una lunga storia che inizia nel 1908; nel 1967 ne divenne presidente Freudenthal. In quel periodo l’ICMI iniziò un’importante collaborazione con L’UNESCO, iniziarono i convegni quadriennali ICME (*International Congress on Mathematics Education*), e iniziò la pubblicazione della rivista *Educational Studies in Mathematics*, diretta dallo stesso Freudenthal. Come anche altri italiani, Emma partecipò molto in questa fase: tenne relazioni al colloquio UNESCO a Bucarest nel 1968 e al primo convegno ICME nel 1969, ripubblicò nel primo numero della rivista di Freudenthal l’intervento tenuto all’ICME l’anno prima, e pubblicò successivamente molti altri lavori sulla stessa rivista. Freudenthal apprezzava moltissimo i lavori di Emma. Secondo Michele Pellerey, fu proprio Emma ad ispirare la sua *Realistic Math Education*, che nasceva in Olanda in quegli stessi anni e che si estese dalla scuola elementare alle superiori.

Nel 1978 e 1980 Emma è inviata dall’UNESCO in Niger, dove era già stata su invito dell’IREM (cfr. Lanciano, in questo volume) per insegnare in una classe corrispondente alla nostra III media. Ricorda Daniela Valenti che appena tornata invitò a casa i suoi numerosi amici e collaboratori per mostrare le foto scattate e soprattutto far leggere quello che avevano scritto i ragazzi dopo l’esposizione che aveva concluso il corso. Quello che ricorreva nelle loro pagine è stato indi-

menticabile: erano fieri di aver ‘costruito’ la matematica e di sentirsi uguali agli studenti italiani.

La fama internazionale di Emma si consolidò soprattutto in paesi di lingua spagnola (Messico, Argentina, Spagna, Repubblica Dominicana ...), dove tenne numerosi corsi di formazione per insegnanti e stabili varie collaborazioni. Ciò era dovuto anche ai rapporti di lavoro con Puig Adam e al fatto che Emma parlava correntemente lo spagnolo.

Nel 1963 il testo di geometria intuitiva viene tradotto per essere usato nelle scuole medie e nella formazione insegnanti dei paesi di lingua spagnola. Nel 1964 troviamo Emma a tenere conferenze in Argentina (Castelnuovo, A 1964a). Nel 1978 a Caracas, in Venezuela, si tenne la *Conférence Interaméricaine d'Amérique du Sud* e furono invitati tre membri della CIEAEM: Emma, Dieudonné e Servais. Emma partecipò anche a un convegno a Cuba nel 1997, e conobbe Fidel Castro, che era andato nel suo albergo per controllare i conti dei partecipanti stranieri.

In Spagna nel 1991 viene fondata la *Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas (SMPM)* “Emma Castelnuovo”, tutt’ora molto attiva (<http://www.smpm.es>).

I convegni e gli incontri internazionali erano sempre per Emma occasione di studio, e di tutti conserva, riferisce Nicoletta Lanciano, dettagliati quaderni di appunti. Ma conserva anche lettere e biglietti che testimoniano il suo modo di entrare in contatto con le persone che incontrava, di stabilire – attraverso le collaborazioni – vere e proprie amicizie.

4. – Bruxelles e l'Ecole Decroly: un luogo di formazione

Emma iniziò a frequentare con regolarità l'*Ecole Decroly*⁷ dal 1950, e anche l'*Université Libre*, dove Libois insegnava geometria. Nel 1962 fece il viaggio con i suoi amici e collaboratori di sempre, Lina Mancini, Liliana Ragusa e Ugo Pampallona.

⁷ L'*École Decroly* nacque nel 1907: un gruppo di amici decise di affidare l'educazione dei propri figli al pedagogista Ovide Decroly per la scuola dell'infanzia e primaria. Il gruppo crebbe rapidamente e dal 1930 coprì tutto il ciclo scolastico, fino alla conclusione della scuola secondaria superiore (<http://www.ecoledecroly.be/hist-his.htm>).

A l'Ecole Decroly mi colpì il metodo didattico: il docente parlava pochissimo, proponeva esercizi agli alunni e questi lavoravano da soli, cercando di rispondere alla domanda. Questo era un metodo più efficiente del procedimento colloquiale che mi ero prefisso e cercai di imitarlo... Sempre a l'Ecole Decroly, sentii alunni riferire di geometria proiettiva e mi nacque il desiderio di provare al liceo Virgilio (Mancini Proia, 2003, p. 19).

Queste parole di Lina mostrano come l'*École Decroly* fosse un luogo di formazione ricco di stimoli anche per un bravo insegnante, purché desideroso di imparare. All'*Université Libre* visitarono la mostra di geometria degli studenti di Libois. Questi adoperavano ferro, legno, plastica e costruivano manualmente modelli matematici anche per argomenti sofisticati. Tale metodo faceva raggiungere ai giovani la piena consapevolezza dell'argomento. In una delle visite successive fu proiettato un bellissimo film realizzato dagli studenti sul teorema di Pitagora, dove si amalgamavano arte decorativa e musica. Libois portava spesso le mostre in viaggio con i suoi studenti, e anche in Italia fu possibile rivederle.

Nel 1965 nacque il *Premio Guido Castelnuovo*, fondato da Emma grazie a un lascito del padre (e, secondo gli amici, rifinanziato poi con i proventi dei libri di Emma). Il Premio consisteva in una borsa di studio sufficiente a finanziare, ogni anno, un viaggio di una settimana a Bruxelles per una decina di docenti di matematica.

Daniela Valenti ricorda il suo primo viaggio nel marzo 1969 in compagnia di Enrico Arbarello, Franca Buontempo, Maria Pezzella, le insegnanti elementari Ida Sacchetti e Maria Luisa Bigiaretti, e poi Emma, Liliana, Lina, Ugo, in totale una decina di persone.

Questo viaggio di formazione si è ripetuto ogni anno fino al 1974 e si sono aggiunti all'elenco dei partecipanti tanti giovani docenti, che ne portano un ricordo indelebile.

Si dedicavano quattro giorni all'*École*, partecipando alle *Journées pédagogiques*, che l'*École* organizzava (a partire dal 1956) a marzo per tutti quelli che volevano conoscerne il metodo. Durante queste giornate si assisteva alle lezioni – gli insegnanti, di tutti i livelli scolari, assistevano a turno a lezioni di tutti i livelli scolari – seguivano poi le discussioni con gli insegnanti. I metodi didattici dell'*École* erano (e sono tutt'ora) caratteristici: l'insegnante indirizzava, sol-

lecitava lo studente a costruire le sue competenze; la matematica era molto collegata alla realtà: non c'era un programma, ma un alternarsi di *centri di interesse* che collegavano tutte le materie. Per esempio, un certo mese il centro era la “pittura”, e in matematica si studiavano le proiezioni, la prospettiva, la composizione dei colori... Non c'erano lunghe presentazioni dell'insegnante alla classe, ma gruppi di discussione e di lavoro coordinati dall'insegnante intorno ad un argomento.

Nel corso del soggiorno a Bruxelles si dedicava anche una giornata alla visita della scuola Berkendael dove Georges e Frédérique Papy tenevano cicli di lezioni, Georges alle superiori e Frédérique alle elementari. Le lezioni di Papy erano formalmente tradizionali: lezione frontale con un programma isolato e “logicamente coerente”. Gli argomenti erano la teoria degli insiemi e l'algebra lineare. Le lezioni di Madame Papy erano anch'esse lezioni frontali centrate sugli insiemi e i grafi, utilizzava però un sistema *visivo*, sviluppato dallo stesso Papy, basato su grafi orientati, diagrammi di Venn e colori convenzionali, per mettere in evidenza le strutture matematiche presenti in varie situazioni (Vanpaemel et al., 2012). Emma, nel descrivere alcune lezioni di Papy (1965a) sulla teoria degli insiemi e sulle trasformazioni geometriche, sottolinea come si facesse di tutto per *non* fare riferimento al concreto e all'intuizione. Lina Mancini ricordava un episodio. Papy aveva scritto alla lavagna: $a + b = b + a$. “Ah, cela veut dire que on peut mélanger”, disse un allievo accompagnando la frase con un gesto delle mani che indicava lo scambio fra due oggetti. “Non!”, rispose Papy, “Cela veut dire $a + b = b + a$ ”.

Una giornata si svolgeva all'Université Libre, visitando le esposizioni organizzate dagli studenti universitari di Libois sui modelli della geometria (modelli di quadriche, di geometria proiettiva...). Vi era poi sempre una sera a cena da Libois: con gli italiani, si trovavano anche alcuni insegnanti dell'Ecole Décroly – come Simone Trompler e Francis Michel – e qualche assistente di Libois – come Xavier Hubaut e Francis Buekenhout – e anche lì si continuava a discutere animatamente.

A Libois si devono tante idee che sono state riprese dagli insegnanti italiani, in particolare ricordiamo l'uso delle *ombre* prodotte dal Sole o

da una lampada per mettere in evidenza le trasformazioni geometriche (Fig. 2).



Fig. 2. – Emma con gli alunni dell'École Decroly che misurano le ombre del sole.

Scrivono Emma che, assistendo alle lezioni dialogate di Libois, veniva spesso la voglia di intervenire:

ma non lo facciamo, non lo possiamo fare perché è Paul Libois che ci ha insegnato a rispettare le opinioni dei giovani, a non interrompere le loro intuizioni, a non soffocare i loro dialoghi con un'affermazione troppo precisa. Sì, Paul Libois l'ha insegnato a noi, che ci sentiamo suoi allievi (Castelnuovo, A 1978a, p. 3).

Secondo Emma questa libertà di pensiero fu assimilata da Libois anche negli anni trenta a Roma, dai suoi maestri Enriques e Castelnuovo.

5. – Le esposizioni di matematica

Un'importante ricaduta delle visite a Bruxelles è rappresentata dalle *esposizioni* di matematica. La produzione di oggetti, di materiale didattico, di modelli dinamici, nonché la successiva spiega-

zione ad un pubblico non esperto, si rivelava uno strumento di apprendimento molto efficace per gli studenti. Emma decise di trasferire l'esperienza a Roma. Tra il '71 e il '74 organizzò nella sua scuola, la Scuola Media Tasso di Roma, due esposizioni di lavori dei suoi alunni.

L'importanza di un'esposizione è anche psicologica e sociale, ed Emma riconosce a Piaget un contributo indiretto al suo lavoro. Come chiarisce Emma, *esporre* significa da un lato mostrare qualcosa, dall'altro spiegare verbalmente.

Un'esposizione di matematica, da parte degli allievi, deve avere in sé questi due significati: Ora, perché questo sia possibile, l'allievo deve aver fatto suo il concetto; deve aver creato lui il concreto e l'astratto, e cioè il materiale da mettere in mostra e l'argomento da esporre verbalmente (Castelnuovo, L 2008, p. 94).

Mario Barra ricorda un ragazzo, che, dopo aver ripetuto la dimostrazione relativa all'area della cicloide – esposta nel tabellone che il ragazzo stesso aveva contribuito a preparare – si rese conto quasi improvvisamente del fatto che stava, appunto, *dimostrando*, e continuava a ripetere “vedi Mario, *deve* essere così!”. Le esposizioni comprendevano diversi argomenti già svolti in classe con gli alunni, ma richiedevano una notevole attività supplementare. Nella preparazione Emma fu aiutata dai giovani neo-laureati e laureandi che frequentavano le sue classi, alcuni grazie al Premio Guido Castelnuovo (vedi § 6).

Si lavorava il pomeriggio. I collaboratori lavoravano con gli alunni, o facevano loro qualche lezione su argomenti suppletivi (per i laureandi si trattava degli argomenti oggetto della tesi). Si preparava il materiale e si preparavano i numerosi cartelloni esplicativi che illustravano il materiale stesso, o qualche altra proprietà matematica. Alla mostra del 1971 parteciparono 170 ragazzi e l'esposizione occupò 14 aule; collaborarono Lucilla Cannizzaro, Daniela Proia, Fulvia Gloria e Raimondo Bolletta. Libois venne a visitare la mostra, e questo costituì un momento piuttosto emozionante per i ragazzi (Castelnuovo, A 1978a). Alla fine dell'anno scolastico la

mostra fu portata, con circa 50 allievi, a Milano presso “L’Opera preparazione professionale insegnanti”. Fu da questa esperienza, e dai commenti dei ragazzi, che nacquero i *Documenti di un’esposizione matematica* (Castelnuovo, L 1972).

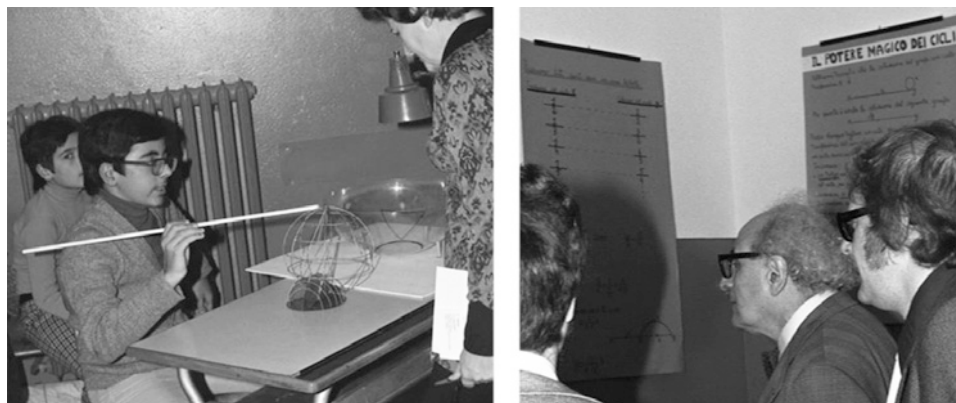


Fig. 3. – La mostra del 1974: un ragazzo illustra le rotte aeree; Hans Freudenthal visita la mostra.

Nell’aprile 1974 ci fu una nuova mostra alla Scuola Media Tasso. Questa volta il fine non era solo pedagogico, ma anche divulgativo, essendo la mostra rivolta “a tutti coloro che sentono il piacere di conoscere la realtà”. L’esposizione fu preparata con il contributo di Mario Barra, che sviluppò alcuni degli argomenti (Castelnuovo & Barra, 1976), e con la collaborazione di Carla Degli Esposti, Paola Gori, Giordana Onori, Maria Teresa Ronconi, Tamara Ricci, Paolo Lazzarini. Freudenthal, a Roma per un convegno, venne a visitare la mostra (Fig. 3). Fu un evento importante, perché Freudenthal, oltre a essere un grande matematico, era stato presidente dell’ICMI ed era capofila della linea “anti-strutturalista” basata proprio sulla *matematica nella realtà* (vedi § 3), il titolo della mostra di Emma. La mostra ebbe un interessante seguito, perché a settembre le terze furono invitate ad esporre il materiale all’*École Decroly*. Partirono 35 allievi di terza media, un bravissimo bidello-tecnico, Mario Carrozza, gli aiutanti Mario Barra, Raimondo Bolletta, Paola Gori, Carla degli Esposti, Daniela Valenti (Fig. 4).



Fig. 4. – 1974. Partenza per Bruxelles con i materiali per la mostra.

Tre giorni a Bruxelles, in cui i ragazzi si arrangiavano parlando un “italo-francese”, e poi, al ritorno, due giorni a Losanna, al Dipartimento di Istruzione Pubblica. Mario Barra racconta il primo momento di smarrimento, quando, all’arrivo a Bruxelles, i ragazzi vennero distribuiti nelle famiglie che li avrebbero ospitati, e come invece già dal giorno dopo acquistassero sicurezza, di come cambiassero (Barra, 1974). Queste esperienze, ricche per i ragazzi, costituiscono un’ottima formazione anche per i giovani docenti, perché imparano a conoscere le caratteristiche, le capacità e le difficoltà dei ragazzi di una particolare età.

Le mostre vennero poi riallestite in varie località, con o senza i ragazzi, ma sempre con i collaboratori. Nel ’75 Mario Barra portò la mostra al convegno UMI-CIIM di Bologna; portò anche alcuni ragazzi ad illustrare il loro materiale agli studenti universitari del corso di Lucio Lombardo Radice. Ritroviamo la mostra nell’agosto 1976 al convegno ICME di Karlsruhe (dove espongono anche Lina e Sebastiano Conte) e subito dopo alla CIEAEM di Louvain; poi nella sede dell’*Association des professeurs de mathématiques* a Limoges

nel 1977 (a questa esposizione collaborarono anche Nicoletta Lanciano e Bruna Cavallaro). Nicoletta Lanciano ricorda che fu in quest'occasione che conobbero Jean Sauvy, ingegnere e pedagogo parigino che esponeva i suoi materiali. Sauvy divenne amico di Emma e avrebbe in seguito collaborato in modo assai stretto con Nicoletta, in particolare per una corrispondenza, a livello internazionale, tra scuole impegnate a misurare il corpo umano. Poi ancora a Barcellona, invitati da Carmen Azcarate presso il Centro di Formazione degli insegnanti di matematica e scienze.

Nei suoi viaggi a Niamey, in Niger, Emma stessa ricostruì diversi materiali, e anche qui allestì un'esposizione degli alunni.

Nell'ottobre del 1979, nell'occasione dell'andata in pensione di Emma e di Lina, l'esposizione, arricchita anche con i materiali del Laboratorio Didattico dell'Istituto Matematico, legato alla cattedra di Lombardo Radice, fu riallestita all'Accademia Nazionale dei Lincei. Poi il CIDI (Centro di Iniziativa Democratica degli Insegnanti), per alcuni anni, portò la mostra in varie città d'Italia e, ogni volta, furono gli ex alunni a illustrare i percorsi espositivi (di Emma e di Lina).

Nel 1984 Emma venne invitata a presentare i materiali delle sue esposizioni ad Adelaide (Australia) in occasione dell'ICME 5: tabelloni e modelli fecero un viaggio assai lungo per essere esposti in una grande sala appositamente riservata; illustravano e discutevano l'esposizione Emma stessa e i collaboratori Claudio Gori Giorgi e Daniela Valenti, che presentavano anche materiali e tabelloni per la scuola superiore.

6. – La formazione degli insegnanti

Come abbiamo visto, per Emma la formazione avveniva sì attraverso l'approfondimento culturale e la trasmissione di nuove idee, ma soprattutto con il confronto fra esperienze diverse, questo fin dai tempi dell'Istituto Romano di Cultura Matematica.

Non era il *suo* metodo che doveva essere diffuso, anzi per un lungo periodo il metodo da studiare fu quello dell'*École Decroly*, ed il Premio Guido Castelnuovo era dedicato proprio a questo.

All'inizio degli anni '60, Lombardo Radice – appena tornato a Roma – ebbe l'idea di inviare una studentessa a frequentare le classi di Emma. Dopo qualche difficoltà burocratica (Castelnuovo, 1983) iniziò così la collaborazione con l'Università di Roma per le tesi in didattica della matematica; anche Bruno de Finetti partecipò all'iniziativa. “In questo accordo i laureandi frequentavano per tutto l'anno scolastico le classi di un docente, seguivano le lezioni, si rendevano conto delle difficoltà degli alunni stando con loro a contatto di gomito, e infine svolgevano una tesi in didattica” (Mancini Proia, 2003). Dal 1975 il Premio Castelnuovo iniziò a finanziare, tramite la concessione di alcune borse annuali, lo svolgimento di *tesi sperimentali in didattica della matematica*, che i laureandi effettuavano lavorando nelle classi di alcuni bravi insegnanti (non si trattava solo delle classi di Emma, ma anche di Lina Mancini, Liliana Ragusa, Ugo Pampallona, Michele Pellerey, Sebastiano Conte e altri). Il *Laboratorio Didattico* universitario funzionava da polmone e da stage precedente ai tirocini in scuola secondaria: si era determinata una sorta di osmosi fra il Laboratorio e la scuola, talvolta il laureando proponeva, in sede universitaria, temi sui quali aveva lavorato in prospettiva didattica.

Intanto, sempre agli inizi degli anni '70, il Comitato della Matematica del CNR iniziò a finanziare borse di studio *post lauream* per la didattica della matematica. Si trattò di una conquista importante: tali borse erano finanziate con una parte dei fondi riservati alla formazione dei neolaureati in matematica, e riconoscevano quindi la figura del *ricercatore in didattica della matematica*, sorta in seguito al riconoscimento accademico a livello di tesi di laurea.

La collaborazione con il Comitato per la Matematica del CNR era iniziata nel 1968 “grazie ad Emma che si batteva instancabilmente perché si riconoscesse l'importanza scientifica della didattica” (Ragusa Gilli, 2003), quando fu finanziato il primo contratto di ricerca per la didattica della Matematica. Al contratto partecipavano, oltre a Emma, Lina, Liliana, Ugo e Michele, altri insegnanti, tra cui Bigiaretti, Sacchetti, Pezzella. In questo ambito furono realizzati vari progetti per l'insegnamento della matematica a vari livelli scolari – dalle elementari alle superiori.

Liliana Ragusa cita ad esempio un lavoro firmato da Emma, Ugo, Lina e lei stessa: nel 1971 elaborarono otto serie di lucidi per lavagna luminosa destinati alla scuola media, accompagnati da fascicoli illustrativi. Lo scopo era di sfruttare l'allora nuovo mezzo tecnologico per realizzare il *movimento* ed evidenziare così le proprietà delle figure geometriche (vedi Valenti, pagina web).

Ricorda Liliana che le attività e le sperimentazioni in didattica della matematica erano una conseguenza della “rivoluzione bourbakista” – in atto già dagli anni '60 – e della cosiddetta “matematica moderna”, la matematica delle strutture, che stava facendo il suo ingresso nelle scuole di tutti i paesi. Era difficile non essere coinvolti: era necessario studiare, discutere, sperimentare ed escogitare qualcosa di nuovo. Anche Michele Pellerey ricorda il periodo degli anni '60 e '70 come particolarmente attivo.

L'istituzione del contratto CNR divenne l'occasione per un nuovo appuntamento organizzato da Emma. Ogni novembre, per precisione l'1 e il 2 di novembre, ci si riuniva per riferire e discutere sul lavoro svolto nell'ambito del contratto CNR. Agli incontri partecipavano regolarmente Lombardo Radice, de Finetti, e altri giovani che nel frattempo avevano cominciato a lavorare nelle classi di Emma e di altri insegnanti. Gli incontri erano aperti e intervenivano anche docenti provenienti da altre città, in particolare quelli che in quel periodo erano coinvolti nel progetto ministeriale delle *Classi Pilota*⁸.

Michele Pellerey, ricordando gli incontri a casa di Emma, ma anche quelli a casa di Lina e a casa di Liliana, parla di “un centro di formazione permanente per insegnanti di tutti i livelli”, di un “girare di insegnanti giovani, di maestri elementari, di insegnanti universitari” (AA.VV. 1979). Le occasioni di incontro erano infatti molte; oltre a

⁸ Dopo i convegni dell'OECE a Royaumont e Dubrovnik, il Ministero istituì in diversi ordini e tipi di scuole secondarie delle “classi pilota” per la sperimentazione di un insegnamento moderno della matematica. Gli insegnanti di tali classi poterono usufruire di appositi corsi di aggiornamento, che si svolsero a partire dal 1962, e di volumi riguardanti gli argomenti essenziali di algebra astratta, struttura logica della geometria e matematiche applicate (Villa, 1965 e 1966).

quelle annuali vi erano riunioni più piccole, in cui si discuteva su tematiche particolari. Ricorda anche le tante riunioni fatte per studiare un modo per insegnare la logica: avevano preso come punto di partenza un libro di José Sebastiao e Silva (1959), ne avevano discusso anche con alcuni logici (in particolare Ettore Casari) per capire bene quali erano gli elementi significativi da portare nell'insegnamento e avevano infine elaborato proposte didattiche per i vari livelli. A queste "riunioni di lavoro" partecipavano, e si formavano, giovani insegnanti.

Nella seconda metà degli anni sessanta ebbe un nuovo impulso anche la Mathesis romana, grazie alla presenza di Lombardo Radice, di de Finetti, di Emma e del gruppo dei suoi amici e collaboratori. Le riunioni della Mathesis, allora molto frequentate, fornivano anch'esse l'occasione per esporre i risultati dei lavori relativi al contratto CNR, ma erano anche luogo di discussione e presentazione di esperienze varie.

Nel 1973 si svolse a Pallanza un corso di 15 giorni ideato da Ugo Pampallona e realizzato ancora sotto l'egida del CNR. Il corso era dedicato allo School Mathematics Project (SMP), e vide l'attiva partecipazione dei docenti Geoffrey Howson e Peter Bowie, dell'insegnante M.me Joan Blandino, e del traduttore Angelo Carriere.

L'SMP proponeva contenuti e metodi che divennero caratteristici di un insegnamento alternativo sia a quello tradizionale sia a quello basato sulle strutture e l'algebra lineare: troviamo la teoria dei grafi, le geometrie finite, la misura dei campi, le trasformazioni geometriche, ma soprattutto troviamo un continuo riferimento alla realtà e alle applicazioni, con la teoria che nasce da problemi concreti (Howson, 2003). Alla base del lavoro dell'SMP c'è la convinzione che per lo studio della matematica il problema costituisca il miglior punto di partenza.

Oltre a Ugo, presero parte al corso di Pallanza Emma, Liliana, Lina, Michele e molti giovani allora laureandi o neo-laureati (Lucilla Cannizzaro, Mario Barra, Raimondo Bolletta, Daniela Proia, e una trentina di giovani docenti). I professori inglesi facevano lezione soprattutto la mattina; il pomeriggio i giovani, suddivisi in gruppi diretti dai più anziani, lavoravano preparando anche materiali che alla fine furono illustrati e discussi (Mancini Proia, 2003).

Nel 1974 il Comitato per la Matematica finanziò un altro corso, che aveva come tema il progetto ungherese OPI per la scuola primaria, animato da Varga. Il corso, rivolto a circa 30 docenti, si svolse a Roma presso l'Istituto di didattica dell'Università Salesiana. Da questa esperienza nacque il progetto RICME, per il rinnovamento del curriculum matematico della scuola elementare, del quale fu responsabile de Finetti. Emma non partecipò a questa seconda fase, ma vi parteciparono alcuni suoi giovani collaboratori (Pellerey, 1976).

Come ricorda Raimondo Bolletta, c'era in quegli anni un forte contrasto fra movimenti di impostazione francese o belga (guidati da Dieudonné, Lichnerowicz e Papy) e movimenti di impostazione anglosassone, che facevano riferimento all'SMP ma non erano lontani dal punto di vista di Libois. I primi erano molto legati al cambiamento di contenuti; i secondi mettevano un forte peso anche sulla metodologia e sul collegamento con la realtà.

In Italia, le influenze dell'impostazione di tipo francese si erano già realizzate nell'ambito dei corsi delle classi pilota: l'insiemistica e lo strutturalismo cominciavano ad entrare nella scuola secondaria, e anche elementare. I matematici italiani che collaboravano alle varie stesure di possibili programmi per la scuola secondaria oscillavano tra i più favorevoli a tale impostazione (pochi), quali Ugo Morin e, per alcuni aspetti, de Finetti, e i meno convinti. Vi erano sicuramente elementi da salvare anche nella rigida impostazione francese. Ad esempio, Lombardo Radice e Lina Mancini, e poi anche Giovanni Prodi, posero l'assiomatica metrica di Choquet alla base dei loro corsi per la scuola superiore, poi divenuti libri di testo. Ciò che più veniva apprezzato era la possibilità di nuovi collegamenti "trasversali" tra gli argomenti classici (concetto di struttura, di insieme, di vettore, di funzione..) e, per quanto riguarda la geometria, una trattazione "per tipo di proprietà" più che "per figure" (Castelnuovo, A 1964 b).

Ciò non toglie che la maggior parte degli insegnanti "attivi", tra i quali Emma e i suoi collaboratori, fossero contrari all'impostazione francese, e le scelte del Comitato per la Matematica relative all'organizzazione dei corsi di Pallanza e di Roma, così come la scelta

dell'Unione Matematica Italiana di pubblicare, nel 1976, le traduzioni italiane dei volumi dell'SMP, testimoniano il tentativo di influenti matematici italiani (ricordiamo in particolare Carlo Pucci) di spostare l'ago della bilancia verso il punto di vista anglosassone.

Del resto, è chiaro che in quel periodo il Comitato del CNR, per le proprie scelte di intervento nel “nuovo” settore della didattica della matematica, faceva affidamento sulla figura di Emma, che aveva partecipato sistematicamente al dibattito internazionale ed era fra le persone più aggiornate.

Emma non amava la formazione diretta degli insegnanti tramite l'illustrazione della propria metodologia. Preferiva descrivere il lavoro svolto in classe con i ragazzi, o meglio farlo osservare direttamente, o meglio ancora far partecipare l'insegnante giovane alle sue esperienze.

Mi sono sempre chiesta, infatti, – scrive Emma – se anche un solo suggerimento, una sola indicazione non possano influenzare le idee didattiche che ognuno si fa con il suo insegnamento, idee che, essendo frutto della propria esperienza, sono sempre le migliori” (Castelnuovo, LT 1970).

Emma voleva dunque che gli insegnanti godessero della stessa libertà di fare esperienza di cui dovevano godere gli alunni.

I suoi libri, i suoi articoli e le sue conferenze avevano solo il compito di portare l'insegnante “a una critica del proprio metodo, a un esame dei propri difetti, a una visione serena e obiettiva del proprio insegnamento” (Castelnuovo, A 1965c, p. 41); l'insegnante doveva ricavare dai suoi scritti principalmente la *volontà* di affrontare quei problemi “che tutti conoscono”.

D'altra parte, Emma riconosce che nel suo insegnamento ci sono dei punti fermi, delle idee pedagogiche generali (vedi § 7). Queste le troviamo esposte nel libro *La Didattica della Matematica* (1963). Partendo da una descrizione di studi di pedagogia e psicologia da Comenius a Piaget, da un'analisi delle classiche difficoltà di apprendimento della matematica, dalla storia dell'insegnamento, dall'osservazione di quello che avviene in classe, Emma illustra sulla base di molti esempi come necessariamente si sia condotti a rivedere i metodi di insegnamento. Il libro ebbe il Premio dell'Accademia dei Lincei nel 1964, fu tradotto in spagnolo, francese, in tedesco e in russo.

Nel 1993 Emma pubblica il libro di divulgazione *Pentole, ombre e formiche. In viaggio con la Matematica*, un libro di matematica “per tutti” in cui si pone il problema della matematizzazione del mondo esterno e del modo di ragionare “matematicamente” su di esso. Nel 2008 appare il volume *L’Officina Matematica*, che raccoglie, tra l’altro, le conferenze tenute da Emma ai corsi di aggiornamento omonimi (cfr. Lanciano, in questo volume).

7. – Emma a scuola. Metodo e contenuti

Emma ha sempre preferito insegnare nel primo ciclo della scuola secondaria (scuola media), con alunni tra gli 11 e i 14 anni. Nel 1962 la riforma che istituì la Scuola Media Unica (L. 31.12.1962, n. 1859) affidò all’insegnante di matematica anche l’insegnamento di “Osservazioni ed elementi di scienze naturali”. I matematici erano per lo più contrari a tale accorpamento (cfr. Bernardi, 2012). Emma, pur riconoscendo l’utilità di ritrovare aspetti matematici nelle osservazioni scientifiche (Castelnuovo, A 1962b), non solo firmò il *manifesto* della Mathesis contro questo provvedimento, ma ottenne di poter continuare a insegnare nella sua scuola solo matematica.

Ricorda Nicoletta Lanciano che Emma riparlava spesso di questa scelta; il suo insegnamento ha sempre visto la matematica fortemente intrecciata con le scienze e con la tecnologia, spesso più che nelle lezioni tenute da un unico insegnante, ma sollevava il problema di una formazione specifica per gli insegnanti. Lei stessa considerava il suo approccio “da matematica” diverso da quello del “naturalista” (ibid.).

Come abbiamo già visto nel caso dell’insegnamento della geometria intuitiva, Emma pone l’accento sulla necessità che il processo d’apprendimento vada dal concreto all’astratto. Il metodo ideato per l’insegnamento della geometria intuitiva si estende presto e facilmente agli altri campi della matematica.

Agli allievi devono essere presentati prima i fatti e poi le teorie che li spiegano, privilegiando un approccio “sperimentale” e “operativo” alla matematica. L’uso di semplici strumenti e l’esperienza diretta aiutano

a scoprire alcune proprietà fondamentali. Emma aveva imparato da Enriques l'importanza del "saper vedere", ma per lei era importante anche usare le mani.

Emma è seguace della scuola attiva di Maria Montessori e Decroly, ma ancora di più apprezza la concezione che del materiale, o meglio del *ricorso all'oggetto e all'azione*, ha Piaget. Le esperienze di Piaget, interpretate come esperienze didattiche, consentono di sviluppare certe leggi che poi saranno necessarie per l'acquisizione di un concetto, e garantiscono una maggiore libertà nella costruzione matematica (Castelnuovo, A 1959g).

L'alunno potrà arrivare in un secondo momento ai simboli più astratti della matematica e dedurre, da questi, proposizioni meno evidenti. Un simile metodo richiede lo sforzo personale dell'allievo chiamato a svolgere un lavoro creativo.

Michele Pelleray ricorda il modo in cui Emma si preparava a svolgere quegli esperimenti didattici in classe che la hanno contraddistinta: quando coglieva le potenzialità formative di un argomento di matematica, spesso di natura innovativa, per prima cosa lo studiava, in genere insieme agli amici di sempre; cercava di comprenderlo a fondo sia matematicamente che "da un punto di vista superiore": quello educativo. Poi rifletteva su come esso poteva aiutare a cogliere qualche aspetto della realtà, a illuminarlo e, quando possibile, a dominarlo. Quindi, prospettava le possibili maniere di renderlo percepibile anche attraverso i sensi, valorizzando l'esperienza dei ragazzi, e coinvolgendo sia la loro azione fisica, sia quella mentale. Una volta identificata una possibile pista di lavoro in classe, la sperimentava, cercando di coglierne le opportunità e le difficoltà, mentre esse via via emergevano. Seguiva un attento lavoro di riflessione, di revisione e di stesura di una descrizione di quanto sperimentato. Confrontandosi con i colleghi e con i giovani tirocinanti, consolidava e perfezionava quanto elaborato. Ritroviamo molte di queste esperienze nei suoi libri, o in comunicazioni.

I libri di testo di Emma sono uno specchio del suo metodo, con gli esempi, le immagini e le domande allo studente; ma naturalmente non possono sostituirsi ad esso. Per questo La Nuova Italia produsse nel

1964 anche una *Scatola* di materiale utilizzabile per lo studio e la costruzione di poligoni articolabili (Fig. 5).



CONTENUTO DELLA SCATOLA

- 24 strisce di cm. 6 con un foro al centro, un foro ad una estremità ed un perno all'altra (color verde)
- 6 strisce di cm. 9 con tre fori ed un perno (color rosso)
- 2 strisce di cm. 12 con tre fori ed un perno (color giallo)
- 4 strisce di cm. 15 con tre fori ed un perno (color celeste chiaro)
- 2 strisce di cm. 18 con tre fori ed un perno (color bianco)
- Una striscia di cm. 18 con un perno al centro e due fori grandi alle estremità (color bianco)
- 1 striscia di cm. 18 con due fori piccoli e due fori grandi all'estremità (color bianco)
- 1 striscia diagonale di cm. 12 (color giallo)
- 3 strisce diagonali più sottili, rispettivamente di cm. 9, 12 e 15 (color celeste scuro)
- 2 settori angoli di ampiezza 30° (color grigio)
- 2 settori angoli di ampiezza 45° (color grigio)
- 2 settori angoli di ampiezza 60° (color grigio)
- 2 settori angoli di ampiezza 90° (color grigio)
- 1 settore angoli di ampiezza 120° (color grigio)
- 1 settore angoli di ampiezza 150° (color grigio)
- 2 elastici, rispettivamente di cm. 12 e cm. 15 con anelli agli estremi
- 2 elastici, rispettivamente di cm. 24 e cm. 30 con ganci agli estremi.

Fig. 5. – Il materiale per la costruzione dei poligoni articolabili.

Al libro *Geometria Intuitiva*, rimasto a lungo nel catalogo della Nuova Italia, seguono molte edizioni di libri di testo relativi ai *Numeri* e alla *Geometria* (cfr. Degli Esposti & Gori, in questo volume).

Nella *Guida per l'insegnante*, allegata all'edizione del 1970 de *La via della Matematica*, Emma mette in luce altri momenti importanti del lavoro in classe. Come la lettura del libro di testo, da farsi per un tempo limitato e interrompendo con molte osservazioni, ma da farsi; e gli esercizi da fare insieme in classe (la maggior parte, il lavoro a casa deve essere poco).

Ricorda Lucilla Cannizzaro che Emma era molto rigida all'inizio dell'ora di lezione. Il banco doveva essere in ordine, vi doveva essere solo il materiale che riguardava matematica. Niente gomme da masticare, e attenzione totale. Ma quando i ragazzi cominciavano a discutere, per esempio a proposito del paradosso di *Achille e la Tartaruga*, allora avevano libertà assoluta ed Emma non interveniva finché non vedeva scemare la discussione.

Vi era un laboratorio dedicato alla proiezione di film matematici, quali quelli di Nicolet, e ad alcune esperienze. Per esempio un cono

di fili (Fig. 6) o un cubo, anch'esso con le facce formate da tanti fili, venivano tagliati da un piano di luce creato con una diapositiva nera con un taglio al centro che veniva posta sull'occhio di un proiettore. Lucilla ricorda ancora la meraviglia e l'entusiasmo dei ragazzi quando, tra le sezioni piane del cubo, appariva l'esagono. Il lavoro di proiezione era fatto in rigoroso silenzio, senza presentazione dell'insegnante e senza commenti; si guardava, spesso si guardava una seconda volta per vedere meglio, e poi in classe se ne riparlava.

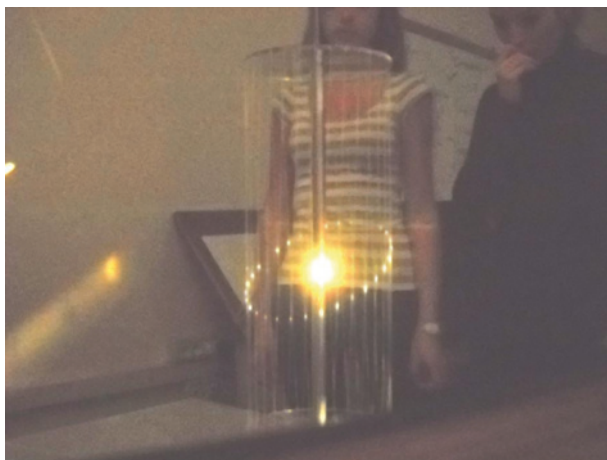


Fig. 6. – Il cilindro di fili realizzato per il Piano Lauree Scientifiche e utilizzato da Bruna Cavallaro al Liceo Lucrezio Caro di Roma.

Vi sono alcuni punti centrali nel lavoro di Emma: il movimento, i casi limite (cfr. Gario, in questo volume, § 6) e il ragionamento infinitesimale, la bellezza e la semplicità di costruzione di un modello, il ragionamento per assurdo e la presentazione dei casi in cui una proprietà non vale.

Emma poneva domande a ogni studente e ne sollecitava l'attività, in modo da farsi un'idea chiara delle competenze raggiunte dal singolo; faceva svolgere lavori scritti, anche individuali, ma le sue verifiche non si riducevano all'interrogazione o al compito in classe. Gli esercizi erano spesso occasione per allargare un discorso, fare nuovi esempi, scoprire qualcosa di più. *Insegnamento e valutazione* erano del tutto intrecciati.

Tra il 1984 e il 1992 Emma pubblica con Daniela Valenti e Claudio Gori Giorgi i volumi per la Scuola Superiore. Racconta Daniela che Emma usava il suo metodo didattico per tutto, anche per sviluppare la sua competenza nello scrivere il libro di testo: quando la proposta di Daniela non sembrava adeguata, Emma non la correggeva direttamente, ma sollecitava a riflettere sul punto di vista dello studente e dell'insegnante, per scoprire la necessità di riscrivere le pagine in altro modo, ... e qualche volta l'operazione era ripetuta pazientemente più volte.

Come per i libri per la scuola media, il percorso per le superiori parte dal collegamento con la realtà per arrivare con gradualità all'astrazione: si parte da un problema concreto, si arriva a formalizzare e si ritorna ad applicare alla realtà. La geometria è inizialmente intuitiva, si fanno piccole dimostrazioni di proprietà non evidenti, ma poi si arriva all'assiomatica euclidea guidati dal confronto con le geometrie non euclidee scoperte nella realtà (rotte aeree...). Forte è il legame con la storia della matematica (ad esempio per il teorema di Pitagora, la scoperta degli irrazionali, la trigonometria, la geometria analitica e le coniche, ...).

Nei libri, sono pochi gli esercizi ripetitivi o di solo calcolo, numerosi invece quelli di riflessione, revisione della teoria, applicazione a problemi reali e uso ragionato della calcolatrice tascabile.

La legge 348 del 16 giugno del 1977 modificava l'ordinamento della scuola media portando l'insegnamento della matematica da tre ore settimanali a quattro e integrando le precedenti osservazioni scientifiche nell'unica area disciplinare denominata (in maniera poco coerente) "scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali". Trattandosi di un'unica disciplina l'insegnamento doveva essere, ancor più chiaramente che nella legge del 1962, assegnato a un unico docente. La legge eliminava inoltre lo studio del latino e introduceva l'educazione tecnica.

In seguito a tali disposizioni di legge si costituì una commissione per la redazione dei nuovi programmi didattici. Di questa commissione venne a far parte anche Emma. Rileggendo il testo dedicato alla matematica si può notare l'influenza delle idee maturate in Emma negli anni precedenti. In particolare si nota l'insistenza sulle "capacità in-

tuitive degli allievi”, andando progressivamente “a verificare le validità delle intuizioni e delle congetture con ragionamenti via via più organizzati”.

Il suo influsso va anche riconosciuto nell’organizzare il testo per “temi” e non per argomenti da sviluppare in maniera ordinata anno dopo anno, per cui si potranno “introdurre taluni argomenti in anticipo rispetto alla loro sistemazione logica, il che può essere utile per analizzare situazioni concrete, interpretare fenomeni e collegare nozioni diverse”. Si possono segnalare come grandi novità i temi “Matematica del certo e del probabile” e “Trasformazioni geometriche”, argomenti che erano stati oggetto di approfondimento teorico e di sperimentazione didattica da parte di Emma e del gruppo a essa collegato, negli anni precedenti.

“Emma, ti rendi conto del successo che abbiamo avuto?”, disse ad Emma Lucio Lombardo Radice all’ultima riunione della Commissione per i Programmi, “Sono le nostre idee, è il nostro pensiero!” (Castelnuovo, A 1983 b, p. 23).

Emma concluse la sua carriera scolastica nel 1979, anno in cui furono emanati i nuovi programmi. Non insegnò quindi mai le altre materie scientifiche, e non insegnò mai “per legge” ciò che aveva sempre insegnato.

8. – Conclusione

Emma ha avuto molti riconoscimenti nella sua carriera. In Italia e all’estero.

Nel 1964 ha ottenuto il Premio dell’Accademia Nazionale dei Lincei per *La didattica della Matematica*, la stessa Accademia ha ospitato il convegno in occasione del suo pensionamento; nel 2007 ha tenuto una *lectio magistralis* al Festival della Matematica di Roma; il 10 marzo 2009 è stata insignita dell’onorificenza di Grande Ufficiale dell’Ordine al Merito della Repubblica Italiana “per la passione e l’impegno profusi nel suo lavoro, che le hanno permesso di elaborare proposte didattiche profondamente innovative...”; nel 2013 le viene assegnato il Premio della Fondazione Nesi “per aver dedicato la sua vita e la sua intelligenza alla teoria e alla pratica dell’insegnamento attivo della mate-

matica, come componente imprescindibile della formazione culturale del cittadino consapevole”.

Vanno ricordati in particolare i 90 anni di Emma, festeggiati in Campidoglio. In tanti erano intorno a lei in quell'occasione: ex allievi affermati da adulti in professioni diverse, ex allievi cittadini qualunque che si dispiacevano per il fatto che ai figli non fosse capitato un uguale incontro. La sua fiducia nei giovani, la vivezza del suo messaggio, il suo carisma hanno segnato il ricordo di generazioni di studenti. In quell'occasione la rivista SUMA le dedicò un numero unico, che contiene – tradotta in spagnolo – la conferenza tenuta in Campidoglio, con altre traduzioni e trascrizioni di lavori di Emma (Casalderrey & Ramellini, 2004).

La preparazione matematica di Emma, unita allo studio e al confronto, le ha consentito di portare nel mondo dell'insegnamento nuovi approcci agli argomenti; mentre il suo impegno “politico” per un riconoscimento dell'importanza della didattica della matematica ha permesso di creare nuove figure di ricercatori in didattica e di ‘insegnanti – ricercatori’.

Tuttavia, proprio da una parte del mondo della ricerca in didattica della matematica il lavoro di Emma fu “snobbato”, considerato eventualmente solo come l'opera di una “artista”, senza una teoria alle spalle. Questo è avvenuto in particolare quando, con la nascita di gruppi quali TME (Theory of Mathematics Education) o PME (Psychology in Mathematics Education), si accentuò la separazione tra teoria e pratica nel mondo dell'educazione matematica. La matematica era quasi un pretesto per capire come funzionavano i meccanismi mentali, o anche sociali, i contenuti non erano più importanti, e in certi casi neppure la metodologia.

È stato spesso visto come un limite di Emma quello di non aver mai esplicitato le teorie educative alla base del suo lavoro, o di averle esplicitate citando solo pochi dei suoi riferimenti classici, quali Piaget o Enriques. Le nuove teorie che si andavano invece delineando non erano di “semplice” derivazione piagetiana, entravano in campi più complessi.

Il lavoro di Emma fu recuperato quando la ricerca ricominciò a interessarsi di innovazione curricolare. Proprio la *via italiana* alla ri-

cerca in didattica della matematica – con la riscoperta dell'idea di *laboratorio matematico* - ha potuto attingere, direttamente o indirettamente, a idee seminate da Emma e divenute patrimonio comune, e quasi scontato, del mondo della didattica (cfr. contributo Arzarello et al. in questo volume).

Anche le più recenti indagini OCSE-PISA valorizzano il metodo di Emma: nei test proposti compaiono problemi molto legati alla realtà che richiedono proprio quelle capacità che Emma ha sempre sviluppato con il proprio insegnamento. Tuttavia queste indagini sono centrate sulla valutazione del singolo studente, mentre Emma dava molta importanza al progresso della classe nel suo complesso, alle interazioni fra studenti e, come abbiamo detto, intrecciava insegnamento e valutazione.

Dell'eredità di Emma fanno senz'altro parte i programmi di matematica del 1979 per la Scuola Media, che hanno avuto un vasto apprezzamento internazionale e hanno ispirato i programmi spagnoli, olandesi e, in qualche aspetto, persino quelli francesi scritti dopo il 1980.

Tutti i programmi varati successivamente in Italia, per tutti i livelli scolari, non hanno potuto prescindere dalla struttura di quelli.

Ma in Italia i programmi del 1979 sono rimasti largamente disattesi nella pratica didattica di una consistente maggioranza di insegnanti (Bolletta, 1986). Sono stati disattesi sia i contenuti che la metodologia. Per quanto l'inerzia dell'istituzione scolastica italiana sia nota e riconducibile a motivi diversi, tutto ciò fa comunque riflettere sulle difficoltà di seguire un metodo come quello di Emma. Seguire le idee di Emma richiede studio, lavoro prima di andare in classe, concentrazione durante la lezione e sistematicità nel redigere appunti e note dopo le attività in classe. La sua didattica non corrisponde ai 'ricordi' scolastici della maggiore parte dei docenti di matematica; d'altra parte la formazione universitaria e, quando c'è stata, quella professionale non sembrano ancora aver prodotto quell'atteggiamento di continua ricerca e attenzione al problema didattico che Emma voleva per le nuove generazioni di insegnanti.

Che spazio rimane allora per l'eredità di Emma? I suoi allievi-colaboratori che sono diventati insegnanti hanno potuto usare il suo

metodo con successo, dimostrando così che esso non era legato ad una sola persona, hanno anche potuto diffonderlo nelle – pur poche – occasioni di tirocinio nell’ambito della formazione insegnanti (SISS e TFA). Anche tanti allievi indiretti, quali gli insegnanti che hanno frequentato i corsi di aggiornamento de *L’Officina matematica*, o gli insegnanti spagnoli che fanno capo all’associazione che porta il suo nome, cercano di applicare e tenere vive le sue metodologie.

La casa di Emma è sempre stata un punto di ritrovo di ex alunni, fin da quelli della scuola ebraica ai più giovani del 1978-79, di insegnanti che la hanno incontrata nelle diverse occasioni di formazione in giro per l’Italia, dei collaboratori che l’hanno incontrata da studenti universitari per le attività di tirocinio e di tesi: fino a pochi anni fa si continuava a sottoporle progetti e lavori con gli studenti, a discutere con lei di scuola, e di impegno civile attraverso l’educazione.

La proposta di Emma è “forte” e “moderna” da oltre 50 anni. Potrà avere momenti di maggiore o minore attenzione, ma è difficile che possa scomparire; singoli elementi della sua pedagogia sono stati superati da risultati di specifiche ricerche sperimentali o teoriche, ma altri elementi sono stati di anticipazione.

Per quanto riguarda la ricezione delle sue idee all’estero, basti ricordare il suo ruolo nella CIEAEM, per cui è sempre stata un punto di riferimento, oltre che co-fondatrice e a lungo animatrice. A lei è dedicata quest’anno la 65^a Rencontre. Per Emma, a sua volta, la CIEAEM è stata un luogo in cui coltivare idee e amicizie (a fianco: Emma alla CIEAEM del 1976 a Louvain). Tanti amici della CIEAEM erano



all'Accademia dei Lincei in occasione del pensionamento suo e di Lina (che non corrispose affatto, in entrambi i casi, ad un'interruzione del lavoro): Freudenthal, Howson, Krygowska, Libois, Sauvy, Renée Servais. E proprio le parole espresse allora da Emma nella tavola rotonda costituiscono il miglior ringraziamento ai collaboratori, suoi e di questo lavoro:

“Lì, nelle rencontre annuali, mi sono fatta i miei migliori amici, lì in queste rencontre ho portato i miei migliori giovani amici, quelli che vedete a Roma, qui all'esposizione, e prendo l'occasione anche per ringraziare, perché non si fa mai, perché tra amici non usa, ringraziare anche loro, ringraziare da parte di Lina e mia per questo regalo, per questa organizzazione familiare e simpatica, per averci fatto capire, invitandoci a trasportare 500 poltrone il giorno giovedì 18, che qualcosa di giovane è rimasto ancora in noi.” (AA.VV, 1979, p. 41).

BIBLIOGRAFIA

- AA. VV. (1979). Tavola rotonda “*Tendenze e prospettive dell'insegnamento della matematica in Europa*”, interventi di L. Lombardo Radice (moderatore), G. Cortini, V. Villani, L. Ragusa Gilli, M. Pellerey, L. Mancini Proia, E. Castelnuovo, et al., *Convegno europeo sulla didattica della matematica in Italia e in Europa: Omaggio ad Emma e Lina*. Roma, 24. 10. 1979. Trascrizione dattilografata.
- BARRA M. (1974). L'Esposizione di Matematica dei 138 allievi di Emma Castelnuovo. *Periodico di Matematiche*, 50 (V), 56-74.
- BERNARDI C. (2012). La nascita della cattedra in Matematica e Scienze e la sua storia. *La Matematica nella Società e nella Cultura*, V, 197-296.
- BOLLETTA R. (1986). *Preparazione Matematica alla fine della Scuola dell'Obbligo*, Quaderni di Villa Falconieri, Frascati: CEDE
- B.U.M.I. (1962). Il convegno di Bologna promosso dalla Commissione internazionale dell'insegnamento matematico, Bollettino Unione Mat. It., 17, 199-214.
- CLAIRAUT A. C. (1741). *Eléments de Géométrie* 1741, Paris: David
- EQUIPE DE BORDEAUX (2009). Pourquoi enseigner le triangle? *Géométrie plane au collège*, Ampères, février, 1-18.
- FELIX L. (1986). *Aperçu historique (1950-1984) sur la CIEAEM*, Bordeaux: IREM. Reperibile sul sito della CIEAEM.
- FIORENTINO G. (2003). I ricordi di un'ex allievo dell'Università clandestina, in MAT '90 (a cura di) *Emmatematica*, Firenze: Edifir, 107-110.
- FURINGHETTI F., MENGHINI M., ARZARELLO F., GIACARDI L. (2008). ICMI Renaissance: The emergence of new issues in mathematics education. In: Menghini M., Furinghetti F., Giacardi L., Arzarello F.. *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction. Reflecting and shaping the world of mathematics education*. p. 131-147, ROMA: Istituto della Enciclopedia Italiana.

- GATTEGNO, C. (1953). Geometria Intuitiva per la Scuola Media (Review). *The Mathematical Gazette*, 39, 351 (F)
- HOWSON A.G. (2003). Geometry: 1950-70. In D. Coray, F. Furinghetti, H. Gispert. B. Hodgson & G. Schubring (eds), *One hundred Years of L'Enseignement Mathématique*. Monographie n. 39 de *L'Enseignement Mathématique*, 115-131.
- LIMENTANI G. (1993). Uno scricciolo di fronte a Hitler. *Una Città*, n. 28, Dicembre (<http://www.unacitta.it/newsite/intervista.asp?anno=1993&numero=28&id=541>)
- LORENZONI F. (2008). Conversazione con Emma Castelnuovo, in Castelnuovo E., *L'officina matematica*. Bari: La Meridiana, 145-158.
- MANCINI PROIA L. (2003). Un'insegnante di matematica: un'autobiografia professionale, in *Lina Mancini Proia – Geometrie in cielo e in Terra*, a cura di M. Menghini e M. R. Trabalza, Foligno: Edizioni dell'Arquata, 13-38
- MENGHINI M. (2010). La Geometria intuitiva nella Scuola Media italiana Del '900. *La Matematica nella Società e nella Cultura*, III, 399-429
- MENGHINI M. (2007). La geometria nelle proposte di riforma tra il 1960 e il 1970. *L'Educazione Matematica*. vol. 28, 29-40
- OEEC (1961). *Mathématiques nouvelles*. Paris: OEEC.
- PELLERER M. (1976). Il progetto RICME per un rinnovamento del curricolo di formazione matematica elementare. *Orientamenti Pedagogici*, XXIII (3), 483-496.
- PERNA A. (1950). L'azione dell'Istituto Romano di Cultura Matematica a favore degli insegnanti secondari e dei neolaureati, *Archimede*, II, 36-40.
- PIAGET, J., BETH, E. W., DIEUDONNÉ, J., LICHNEROWICZ, A., CHOQUET, G., & GATTEGNO, C. (1955). *L'enseignement des mathématiques*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé. Traduzione italiana (1960). *L'insegnamento della matematica*, Firenze: La Nuova Italia
- RAGUSA GILLI L. (2003). Come eravamo: qualche domanda a Liliana Ragusa Gilli, in *Lina Mancini Proia – Geometrie in cielo e in Terra*, a cura di M. Menghini e M. R. Trabalza, Foligno: Edizioni dell'Arquata, 41-48.
- SEBASTIAO E SILVA J. (1959). Introdução à lá lógica simbólica e aos fundamentos de matemática. Estratto dal n. 6 della rivista *Palestra*, Lisboa
- VANPAEMEL G., DE BOCK D. & VERSCHAFFEL L. (2012). Defining modern mathematics: Willy Servais (1913-1979) and mathematical curriculum reform in Belgium. "Dig where you stand" 2, 2nd International conference on the history of Mathematics Education. Lisbon: UIED, 485-505.
- VILLA M. (a cura di) (1965). *Matematica moderna nella scuola Media*, con la collaborazione di L. Campedelli, E. Castelnuovo, U. Morin, Bologna: Pàtron
- VILLA M. (a cura di) (1966). *Matematica moderna nelle scuole secondarie superiori*, con la collaborazione di M. Baldassarri, P. Buzano, L. Campedelli, L. Daboni, G. Evangelisti, U. Morin, G. Ricci, T. Viola, Bologna: Pàtron

Pubblicazioni su EMMA CASTELNUOVO

Libri

- CASALDERREY F. M. & RAMELLINI G. (a cura di) (2004). Ideas de *emmatematica castelnuovo*, *Monografia n. 1* della Rivista SUMA
- MAT '90 (a cura di) (2003). *Emmatematica – insegnamento di Emma Castelnuovo: vedere oltre le figure e i numeri*, Firenze: Edifir
- Atti del Convegno omonimo tenuto a Sesto Fiorentino, Liceo Scientifico A. M. Enriques Agnoletti, il 26 ottobre 2001

- PELLEREY M. (1983). *Per un insegnamento della matematica dal volto umano*, Cap. 7: I cambiamenti operati in Italia dalla riforma della scuola media, Torino: Sei
- SERAFINI S. (a cura di) (2008). *Emma Castelnuovo – Insegnare Matematica*, Dvd allegato al libretto: *Didattica matematica di Emma Castelnuovo* di E. Peres e S. Serafini, Roma: Iacobelli.

Siti

- Emma Castelnuovo, 50 Anni di “Didattica della Matematica” – Convegno <https://sites.google.com/site/mateunimilano/attivita-2011-2012/attivita-2012-2013/convegno-10-aprile>
- “Emmatematica” – Convegno, 26 Ottobre 2001, http://www.brunodefinetti.it/index_it.htm, *link*.
- Emma Castelnuovo: documenti, <http://www1.mat.uniroma1.it/ricerca/gruppi/education/#testimonianze>
- BARRA M., *La scuola, la società, Emma e i software di geometria dinamica*.
http://www.treccani.it/scuola/dossier/2011/informatica_scuola/barra.pdf
- BERTÉ A., *Merci, Madame Emma Castelnuovo!*,
<http://www1.mat.uniroma1.it/ricerca/gruppi/education/AnnieBerte.pdf>
- CIEAEM. *History*. <http://www.cieaem.org/?q=node/18>
- DEGLI ESPOSTI C. *Un incontro speciale*. <http://www.brunodefinetti.it/Link/Centro1.htm>
- FONTANARI C., *Emma Castelnuovo*, <http://www.science.unitn.it/~fontanar/EMMA/emma.htm>
Contiene scansioni elettroniche effettuate presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Trento su libri fuori commercio presenti nel Catalogo Bibliografico Trentino e presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano su edizioni a stampa inviate in dono dall'autrice a Paola Gario.
- FURINGHETTI F., GIACARDI L. *History of ICMI*, <http://www.icmihistory.unito.it/>
- NATALINI R. & MATTALIANO M. (a cura di). *La fantasia e la memoria – conversazione con Emma Castelnuovo*, Lettera Matematica PRISTEM, 52, 2004, pp. 4-7; anche in *Storie e protagonisti della matematica italiana* (2013), a cura di R. Betti, A. Guerraggio, S. Termini, Milano: Springer, 229-237 e in <http://matematica.unibocconi.it/articoli/la-fantasia-e-la-memoria-conversazione-con-emma-castelnuovo>.
- PAOLA D. *50 anni di CIEAEM: dove siamo e dove andiamo? Manifesto 2000 per l'anno della matematica*. www.matematica.it/paola/Manifesto2.doc
- SELENE'S MATE-BLOG, *Emma Castelnuovo: un po' della sua vita*.
<http://lelemate.wordpress.com/2012/01/18/emma-castelnuovo-un-po-della-sua-vita/>
- VALENTI D. (a cura di). *Il materiale 3M per la matematica*.
<http://www.mat.uniroma1.it/ricerca/gruppi/education/MaterialMat/MainPage.htm>