

---

# *La Matematica nella Società e nella Cultura*

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

ANTONIO GUGLIELMI

## **Una applicazione del modello NSS a contratti di tipo basis swap**

*La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 5 (2012), n.1 (Fascicolo tesi di Dottorato), p. 83-86.*

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI\\_2012\\_1\\_5\\_1\\_83\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2012_1_5_1_83_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2012.

## Una applicazione del modello NSS a contratti di tipo basis swap

ANTONIO GUGLIELMI

### Introduzione

I derivati finanziari sono strumenti il cui valore deriva da una o più variabili sottostanti, che originariamente erano beni e successivamente titoli azionari. Negli ultimi dieci anni anche gli enti locali hanno iniziato a fare ricorso a strumenti di questo tipo per gestire in modo dinamico soprattutto la struttura delle proprie passività e per cercare di cogliere opportunità di guadagno senza assunzione di rischio (arbitraggio) e talvolta con logiche speculative. L'interest rate swap (IRS) è lo strumento finanziario derivato da questi maggiormente utilizzato.

La valutazione di un IRS dipende dal modello di stima dei futuri tassi d'interesse, poiché stocastici non noti al momento della stipula.

Con questo contributo si propone, per stimare i futuri tassi, l'utilizzo di un modello a tempo continuo (il modello di Nelson Siegel Svensson), invece dei classici modelli discreti (ad es. bootstrap). Questo modello permette una buona stima della curva dei tassi d'interesse per lunghe scadenze, mentre i modelli stocastici presenti in letteratura hanno una scarsa capacità di approssimare scadenze già dal medio termine. Inoltre, si propone un modello per la valutazione di basis swap con opzioni cap, floor e collar che verrà applicato ad un contratto sottoscritto da un comune salentino e verranno presentate le evidenze empiriche.

### 1. – L'interest rate swap

*DEFINIZIONE 1.1. – L'interest rate swap (o contratto di scambio dei flussi d'interesse) è un impegno contrattuale con cui un soggetto A, che ha in essere un contratto di finanziamento a tasso fisso (o tasso variabile) relativo ad un capitale di riferimento (capitale nozionale), con una controparte B si accorda con un soggetto terzo C, che verserà per il tempo restante del contratto ad A gli interessi calcolati ad un tasso variabile (o fisso) relativo allo stesso capitale nozionale, mentre A si impegna a versare a C gli interessi calcolati ad un tasso fisso (o variabile).*

Il contratto di IRS non modifica la posizione esistente tra il soggetto A e il soggetto B e non prevede lo scambio del capitale nozionale tra A e C. Lo schema con-

trattuale appena descritto è detto plain vanilla ed è il tipo più comune di swap su tassi d'interesse. Questi sono contratti OtC (over the counter), ovvero negoziati su mercati non istituzionali.

Informazioni sulle attese del mercato riguardo l'evoluzione futura dei tassi di interesse a breve termine possono essere ricavate dalla curva dei rendimenti dei titoli di Stato o dai contratti future sui tassi. Per l'area euro i tassi Euribor (euro interbank offered rate) costituiscono un indicatore attendibile circa l'andamento dei tassi futuri nel breve periodo. Per scadenze superiori all'anno ci si riferisce ai tassi Eurirs.

## 2. – Il modello di Nelson - Siegel - Svensson

Il modello di NSS assume che l'intensità istantanea d'interesse  $f(t, T)$  sia

$$(1) \quad f(t, T) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{T-t}{\tau_1}} + \beta_2 \frac{T-t}{\tau_1} e^{-\frac{T-t}{\tau_1}} + \beta_3 \frac{T-t}{\tau_2} e^{-\frac{T-t}{\tau_2}},$$

definita per  $T \geq t$  e dove  $\beta_k (k = 0, \dots, 3)$  e  $\tau_k (k = 1, 2)$  sono parametri reali che soddisfano i vincoli di significatività

$$(2) \quad \beta_0 > 0, \quad \beta_0 + \beta_1 > 0, \quad \tau_1 > 0, \quad \tau_2 > 0.$$

La funzione è la somma di quattro componenti,  $\beta_0$  è la forza del contributo del lungo termine,  $\beta_1$  quella del breve termine, mentre  $\beta_2$  e  $\beta_3$  quelle del medio termine.

La calibratura dei parametri per il modello di NSS prevede che: A) si reperiscano dal mercato i tassi Euribor ed Eurirs (a pronti); B) si calibrino i parametri della forma funzionale (modello) in modo da renderla il più aderente possibile ai dati reperiti dal mercato.

La calibratura del modello di NSS, pertanto, è la soluzione del problema di ottimizzazione vincolata

$$\min_{\theta \in \Theta} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ i_k - \hat{i}(t, t_k) \right]^2$$

dove:  $\theta = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2\}$ ;  $\Theta$  l'insieme dei vettori dei parametri che soddisfano i vincoli (2);  $n$  il numero dei tassi considerati;  $\hat{i}(t, t_k)$  il tasso stimato per la scadenza  $t_k$ ;  $i_k$  il tasso rilevato nel mercato per la scadenza  $t_k$ .

## 3. – Applicazione del modello di NSS a contratti basis swap

I contratti basis swap su tassi d'interesse prevedono lo scambio di due flussi cedolari, entrambi calcolati sulla base di tassi variabili ancorati a due indici differenti o allo stesso tasso però rilevato in date differenti.

Il contratto oggetto dell'analisi è un contratto di tipo basis swap stipulato nel 2005 da un Comune del Nord Salento, con durata pari a 26 anni, ancora in essere. Il

contratto in oggetto prevede lo scambio tra due tassi variabili agganciati all'Euribor a 6 mesi rilevato al 30/06 e al 31/12 (tasso Comune) ed al 15/05 e al 15/11 (tasso Banca). Il contratto è strutturato con un'opzione collar per il Comune ed un'opzione floor per la Banca.

L'opzione cap fissa un tetto massimo all'oscillazione del tasso variabile verso l'alto, infatti per tassi al di sopra della soglia stabilita si attiva l'opzione e quindi ci si protegge dall'aumento dei tassi. L'opzione floor fissa invece una base all'oscillazione del tasso variabile verso il basso e quindi ci si protegge dal ribasso dei tassi. La composizione tra l'acquisto di un'opzione cap e la vendita di un'opzione floor genera un contratto collar, ossia un range entro cui potrà oscillare il tasso variabile.

In un contratto collar il tasso è definito dalle relazioni

$$j(t_{k-1}, t_k) = \begin{cases} s_1 + \bar{s} & \text{se } r(t_k) \leq s_1 \\ r(t_k) + \bar{s} & \text{se } s_1 < r(t_k) < s_2 \\ s_2 + \bar{s} & \text{se } r(t_k) \geq s_2 \end{cases}$$

con  $s_1$  barriera floor;  $s_2$  barriera cap;  $r(t_k)$  tasso indice di riferimento (nel contratto Euribor a 6 mesi) e  $\bar{s}$  tasso spread che permette l'equivalenza finanziaria al momento della stipula. In termini di payoff:

$$j(t_{k-1}, t_k) = \bar{s} + s_1 + \max\{0; [r(t_{k-1}) - s_1]\} - \max\{0; [r(t_{k-1}) - s_2]\}$$

Il tasso futuro implicito per il Comune, nel contratto analizzato, è definito dalle relazioni

$$i_C(t) = \begin{cases} 5,2\% & \text{se } r(t) \leq 2\% \\ r(t) + 2,35\% & \text{se } 2\% < r(t) < 6,3\% \\ 8,65\% & \text{se } r(t) \geq 6,3\% \end{cases}$$

con  $r(t)$  = Euribor a 6 mesi alla data del fixing. Ovvero:

$$(3) \quad i_C(t) = 0,052 + \max\{0; r(t) - 0,02\} + \\ - \frac{0,0085}{r(t) - 0,02} \max\{0; r(t) - 0,02\} - \max\{0; r(t) - 0,063\} \quad \text{con } r(t) \neq 0,02$$

Il tasso futuro implicito per la banca è definito dalle relazioni

$$i_B(t) = \begin{cases} 5,5\% & \text{se } r(\bar{t}) < 5,5\% \\ r(\bar{t}) + 0,3\% & \text{se } r(\bar{t}) \geq 5,5\% \end{cases}$$

con  $r(\bar{t})$  Euribor a 6 mesi alla data del fixing. Vale a dire in termini di payoff:

$$(4) \quad i_B(t) = 0,0580 + \max\{0; r(\bar{t}) - 0,055\} + \\ - \frac{0,003}{r(\bar{t}) - 0,055} \min\{0; r(\bar{t}) - 0,055\} \quad r(t) \neq 0,055$$

I due tassi di indifferenza sono il 3,15% ed l' 8,35%.

#### 4. – Modello di valutazione ed evidenze empiriche

L'equilibrio alla stipula si ha se l'equazione (5) è verificata, altrimenti la differenza prende il nome di up-front e/o costi impliciti.

$$(5) \quad \sum_{j=1}^n D_k [i_C(t, t_{j-1}, t_j) - i_B(t, t_{j-1}, t_j)] \cdot P(t, t_j) = 0$$

con  $D_k$  debito residuo alla scadenza  $t_k$  e  $P(t, t_j)$  fattore di sconto tra  $t$  e  $t_j$ .

Il valore del contratto, o mark to market (MtM), ad una data  $\bar{t}$ , con  $t < \bar{t} < t_n$  è definito dalla relazione (6)

$$(6) \quad MtM = \sum_{t_j > \bar{t}} D_k [i_C(\bar{t}, t_{j-1}, t_j) - i_B(\bar{t}, t_{j-1}, t_j)] \cdot P(\bar{t}, t_j)$$

Dall'analisi del contratto è emerso che alla data della stipula il contratto ha avuto un costo implicito di circa 67.000 Euro per il Comune e che alla data del 28/02/2011 (ultima valutazione) ha un mark to market di circa 80.000 Euro, che è l'importo che il Comune dovrebbe pagare alla Banca per estinguere anticipatamente il contratto.

#### 5. – Conclusioni

In questa lavoro è stato proposto l'utilizzo del modello di NSS per la stima della curva dei tassi d'interesse da utilizzare per la stima dei tassi impliciti futuri che sono alla base della valutazione e del monitoraggio del valore di mercato di un IRS. Si è utilizzato il modello di NSS perchè da una buona stima della curva dei tassi d'interesse per lunghe scadenze. Inoltre, è stata analizzata una tipologia di contratto IRS poco trattata dalla letteratura del settore essendo strutturata con opzioni collar e floor. Inoltre, è stato proposto un modello per la valutazione di un basis swap così costruito. Il contratto è stata destrutturato e ne sono stati indicati gli espliciti payoff ed, inoltre, sono state presentate delle evidenze empiriche.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] CASTELLANI G., DE FELICE M. e MORICONI F., *Manuale di Finanza. Modelli stocastici e contratti derivati*, Vol. III, Il Mulino (2005).
- [2] HULL J., *Option, futures ed altri derivati*, Prentice - Hall International (2000).
- [3] MENONCIN G., *Misurare e gestire il rischio finanziario*, Sprinter-Italia (2009).
- [4] NELSON C.R. e SIEGEL A., *A Parsimonious Modelling of Yield Curves*, Journal of Business, **60** (1987), 473-489.
- [5] SVENSSON L.E.O., *Stimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*, IMF Working Paper, n. 114 (1994).

Dipartimento SEMS, Università del Salento  
e-mail: antonio.guglielmi@unisalento.it

Dottorato in Scienze Economiche e Matematico - Statistiche, con sede presso  
il Dipartimento SEMS dell'Università del Salento – Ciclo XXIII  
Direttore di ricerca: Prof. Donato Scolozzi, Università del Salento