
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PAOLA ZIZZI

Dal metalinguaggio quantistico alla logica dei qubits

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 4 (2011), n.1 (Fascicolo Tesi di Dottorato), p. 95–98.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2011_1_4_1_95_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2011.

Dal metalinguaggio quantistico alla logica dei qubits

PAOLA ZIZZI

La logica Lq che viene qui introdotta è una logica dell'informazione quantistica [6].

Il suo scopo è quello di descrivere logicamente la struttura del qubit (cioè la sovrapposizione quantistica intrinseca di uno stato quantico a due livelli) e l'intreccio (entanglement) quantistico massimale di due qubits.

La logica Lq è ottenuta tramite il principio di riflessione di Sambin della logica di Base [6], secondo il quale i legami metalinguistici tra asserzioni si riflettono (risolvendo un'equazione definitoria) in connettivi logici tra proposizioni.

Comunque, mentre nella logica di Base il metalinguaggio è classico, nel nostro caso è quantistico.

Nel metalinguaggio quantistico, ciascuna asserzione atomica è dotata di un grado di asserzione, un numero complesso che viene interpretato come un'ampiezza di probabilità. È proprio la presenza dei gradi di asserzione che permette l'introduzione del connettivo logico di "sovrapposizione quantistica" in Lq . Quest'ultimo è una generalizzazione del connettivo di congiunzione "and" dotata di indici complessi indicanti con quale "peso" ciascuna proposizione contribuisce alla formazione della proposizione composta.

I valori (o gradi) di verità sono i moduli quadrati dei gradi di asserzione, con un *range* che è l'intervallo reale $[0,1]$. Pertanto, la logica Lq è polivalente. Comunque, diversamente dalle logiche *fuzzy* [11], i gradi di verità sono qui interpretati come probabilità quantistiche.

Nella logica Lq si mantengono le tre importanti proprietà della logica di Base, cioè simmetria, riflessione e visibilità. Questa scelta è stata dettata dalle seguenti considerazioni:

1) I teoremi di *no-cloning* (impossibilità di copiare uno stato quantistico sconosciuto) [10] e di *no-erase* (impossibilità di cancellare uno stato quantistico sconosciuto) [7] dell'informazione quantistica non permettono di avere, nella logica corrispondente, le regole strutturali di indebolimento e contrazione, che sono in antitesi con i suddetti teoremi. Pertanto, nella ricerca di una logica dell'informazione quantistica, ogni logica strutturale deve essere esclusa a priori.

2) La scelta tra le due più importanti logiche sub-strutturali, cioè la logica di Base e la logica Lineare [4], in favore della prima è dovuta al fatto che, in assenza di visibilità, il connettivo logico "quantum entanglement" non può essere introdotto.

Inoltre, si è cercata una logica dell'informazione quantistica che avesse un calcolo deduttivo (in particolare il calcolo dei seguenti introdotto da Gentzen [3]).

La logica Lq sembra essere, finora, l'unica logica dell'informazione quantistica che possa soddisfare questi *desiderata*.

L'interpretazione di Lq si basa su una generalizzazione dei concetti già proposti da Birkhoff e von Neumann [1] nella logica quantistica "ortodossa", dove le proposizioni sono interpretate come operatori di proiezione. La differenza consiste nel fatto che in Lq le proposizioni sono interpretate invece come misure deboli che, diversamente dalle misure proiettive, non danno luogo ad un brusco collasso della funzione d'onda. Questo permette una descrizione logica della sovrapposizione quantistica, perché questa non viene distrutta.

La possibilità di interpretare le proposizioni come misure deboli è dovuta al fatto che si è introdotto un metalinguaggio quantistico. Infatti il grado di asserzione delle asserzioni si riflette, nell'interpretazione delle proposizioni, tramite la presenza di un fattore moltiplicativo complesso sui proiettori. Gli operatori risultanti sono quindi non-hermitiani. I loro autostati sono stati coerenti generalizzati. Questi ultimi non sono descrivibili nell'ambito della meccanica quantistica (perché uno dei postulati della meccanica quantistica ne vanifica l'esistenza) bensì in una teoria di campo quantistica dissipativa. Tali stati sono la meta-interpretazione fisica delle asserzioni con grado di asserzione complesso nel metalinguaggio quantistico. Pertanto concludiamo che il metalinguaggio quantistico rappresenta una teoria di campo quantistica dissipativa. Poiché un metalinguaggio logico dovrebbe intendersi come risultato di un processo mentale, esso potrebbe essere descritto da una teoria di campo quantistica dissipativa assimilabile a quella della *quantum brain theory* [9].

Tra le caratteristiche più salienti e i risultati notiamo in particolare:

a) L'adozione di un nuovo tipo di metalinguaggio, il metalinguaggio quantistico, dove i legami metalinguistici sono correlazioni quantistiche, e le asserzioni hanno un grado di asserzione complesso.

b) L'introduzione, tramite il principio di riflessione, di nuovi connettivi logici "quantistici", quali la "sovrapposizione quantistica" e l'"entanglement".

c) L'introduzione di una nuova operazione duale (una generalizzazione della dualità logica di Sambin-Girard) che tiene conto, nell'interpretazione, dello spazio duale di Hilbert.

d) Una regola del taglio quantistica, che viene interpretata come misura quantistica proiettiva. Poiché il taglio è una meta-regola, ne consegue che una macchina quantistica non può effettuare una auto-misura e quindi auto-distruggersi.

e) Una nuova meta-regola, non equivalente al taglio, detta regola EPR (riferentesi al paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen [2]). Questa regola permette di dimostrare simultaneamente due teoremi "entanglati".

f) La formulazione del “teorema del qubit” , che è la descrizione logica della preparazione dello *stato* quantistico del qubit ottico [5].

g) Il fatto che il reticolo delle proposizioni di Lq nel caso di due qubits è ortomodulare e non-distributivo. Quindi Lq è una logica quantistica.

È da notare il fatto che Lq è la prima logica ad essere contemporaneamente substrutturale, a molti valori di verità, e quantistica.

Alcune possibili applicazioni di questa logica sono le seguenti:

h) La formulazione di una logica quanto-computazionale dello spazio-tempo quantistico o gravità quantistica (spazio-tempo alla scala di Planck). Infatti la versione quantistica del principio olografico, che associa un qubit ad ogni pixel Planckiano, suggerisce che la gravità quantistica sia descrivibile come un computer quantistico [12].

i) L'applicazione alla robotica quantistica. In essa si studia la struttura metalogica dell'interfaccia uomo-computer quantistico, dove il metalinguaggio quantistico rappresenta il controllo quantistico esercitato dalla mente umana sul computer quantistico, nell'ambito della teoria di campo della *quantum brain theory*.

j) L'approfondimento della relazione esistente tra una teoria della coscienza nell'ambito della *quantum brain theory* e il metalinguaggio quantistico.

k) La formulazione della logica quanto-computazionale dell'inconscio (visto anche come sede dell'intuizione matematica). Infatti i processi mentali dell'inconscio (che sono velocissimi, e di cui siamo consapevoli solo nello stato finale, mentre i passaggi intermedi rimangono inaccessibili) sembrano mimare processi computazionali quantistici, che hanno proprio queste caratteristiche. Nel quadro descritto in j) e k), risulterebbe che il metalinguaggio quantistico è la sede di processi mentali coscienti di alto livello, mentre la logica Lq , ottenuta dal primo tramite il principio di riflessione, è il linguaggio dell'inconscio. I ragionamenti coscienti di più basso livello avrebbero origine fisica nella decoerenza (rottura della sovrapposizione quantistica) e potrebbero essere descritti da logiche derivanti da metalinguaggi classici.

l) La formalizzazione logica di alcuni fenomeni dell'ottica quantistica, poiché, come abbiamo visto, la preparazione dello stato del qubit ottico è un processo descrivibile da un teorema di Lq .

m) La descrizione logica di una nuova interpretazione della Meccanica Quantistica, a metà strada tra l'interpretazione realista e l'approccio trascendentale di Kant, nell'ambito di un'ontologia dei processi. In questa nuova interpretazione viene attribuita una realtà oggettiva allo stato quantistico prima della misura. Questa realtà oggettiva viene perduta all'atto della misura, o meglio trasformata in una realtà soggettiva, relativa all'osservatore. Questa interpretazione è descrivibile in termini di un trasferimento parziale di informazione quantistica (prima completa e nascosta) dal sistema quantistico all'osservatore.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BIRKHOFF G. e VON NEUMANN J., *The logic of quantum mechanics*. Annals of Mathematics, **37** (1936), 823-843.
- [2] EINSTEIN A., PODOLSKY B. e ROSEN N., *Can Quantum Mechanical Description of Reality Be Considered Complete?* Physical Review, **47** (1935), 777-780.
- [3] GENTZEN G., *Untersuchungen über das logische Schließen*. Mathematische Zeitschrift, **39** (1935), 176-210, 405-431.
- [4] GIRARD J.-Y., *Linear Logic*. Theoretical Computer Science, **50** (1987), 1-102.
- [5] HOLBROW C.H., GALVEZ E. e PARKS M.E., *Photon quantum mechanics and beam splitters*. American Journal of Physics, **70** (2002), 260-265.
- [6] NIELSEN M.A. e CHUANG, I.L., *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2000).
- [7] PATI A.K. e BRAUNSTEIN S.L., *Impossibility of deleting an unknown quantum state*. Nature, **404** (2000), 164-165.
- [8] SAMBIN G., BATTILOTTI G. e FAGGIAN C., *Basic logic: reflection, symmetry, visibility*. The Journal of Symbolic Logic, **65** (2000), 979-1013.
- [9] VITIELLO G., *Dissipation and memory capacity in the quantum brain model*. International Journal of Modern Physics B, **9** (1995), 973-989.
- [10] WOOTTERS, W.K. e ZUREK, W.H., *A Single Quantum Cannot be Cloned*. Nature, **299** (1982), 802-803.
- [11] ZADEH, L.A., *Fuzzy sets*. Information and Control, **8** (1965), 338-353.
- [12] ZIZZI P., *Qubits and Quantum Spaces*. International Journal of Quantum Information, **3**, n. 1 (2005), 287-291.

Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, Università di Padova
e-mail: zizzi@math.unipd.it
Dottorato in Matematica
con sede presso l'Università di Padova – Ciclo XX
Direttore di Ricerca: Prof. Giovanni Sambin, Università di Padova