
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ALDO BRIGAGLIA, SIMONETTA DI SIENO

L'opera politica di Luigi Cremona attraverso la sua corrispondenza Prima Parte. Gli anni dell'entusiasmo e della creatività

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 2 (2009), n.3, p. 353–388.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2009_1_2_3_353_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2009_1_2_3_353_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2009.

L'opera politica di Luigi Cremona attraverso la sua corrispondenza

Prima Parte. Gli anni dell'entusiasmo e della creatività

ALDO BRIGAGLIA - SIMONETTA DI SIENO

The life stories of mathematicians are often fascinating human dramas, which show the enormous influence that social circumstances have on the development of mathematics. Steve Kleiman ha scritto queste parole in un suo lavoro⁽¹⁾ che si riferisce a un allievo di Luigi Cremona (1830-1903), Eugenio Bertini, e ha dedicato uno spazio relativamente ampio proprio alla biografia di Cremona. In questo nostro intervento ci proponiamo di proseguire la documentazione e l'analisi di alcuni aspetti della vita del matematico pavese, fornendo elementi di conoscenza della sua presenza attiva sulla scena della politica italiana dopo l'unità, da una parte attraverso la descrizione della sua partecipazione alla Loggia massonica bolognese "Felsinea" e dall'altra attraverso il racconto dei suoi rapporti con Benedetto Cairoli, l'amico della giovinezza e, soprattutto, il punto di riferimento costante, la bussola delle sue scelte di una parte politica piuttosto che di un'altra. Non ci occuperemo invece di altri aspetti biografici relativi all'attività multiforme di Cremona: in particolare non affronteremo né il tema del rapporto con il fratello Tranquillo, famoso pittore della Scapigliatura lombarda sul quale pure restano documenti importanti, e neppure, nel quadro politico, quello della sua partecipazione alla guerra di indipendenza del 1848 e dei suoi rapporti

⁽¹⁾ Cfr. S. Kleiman, Bertini and his two fundamental theorems, *Rend. del Circolo Mat. di Palermo*, (II), Supplemento, (55), 1998, pp. 9-37, *Studies in the Hist. of Modern Math.*, III.

con il movimento mazziniano o quello dei suoi interventi nella costruzione del sistema scolastico nazionale e delle sue proposte di riforme universitarie⁽²⁾.

Pur con queste limitazioni, ci sembra che discutere in che senso questi elementi biografici siano strettamente legati alla ricerca matematica di Cremona e contribuiscano a gettare luce sulle sue motivazioni e sui suoi sviluppi possa risultare interessante anche, e forse soprattutto, per i lettori di una rivista matematica.



Casa Carducci a Bologna.

⁽²⁾ Su quest'ultimo tema, ricordiamo soltanto che negli Archivi da noi studiati esistono copie dei progetti di riforma con annotazioni di pugno di Cremona relative a proposte di modifiche e di correzioni. Comunque, per una prima lettura, si possono vedere A. Brigaglia, *Da Cremona a Castelnuovo. Continuità e discontinuità nella visione della scuola* in L. Giacardi (curatore), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, Pubblicazioni del Centro Studi Enriques, Agorà Edizioni, La Spezia, 2006, pp. 159-179 e S. Di Sieno, *Luigi Cremona e la formazione tecnica pre-universitaria nella seconda metà dell'Ottocento*, ibidem, pp. 99-124.

Questo articolo dunque è solo un tassello nella descrizione della complessità e dell'articolazione del personaggio Cremona. Per costruirlo abbiamo utilizzato soprattutto il grande Archivio di lettere e documenti relativi a Luigi Cremona presente nell'Istituto Mazziniano di Genova (Legato Itala Cremona Cozzolino). Si tratta di oltre 6.000 documenti per circa 20.000 carte che, in stretto collegamento con la direzione dell'Istituto, stiamo esaminando, digitalizzando e pubblicando (in parte con trascrizione in forma cartacea e in parte in forma digitale)⁽³⁾. Abbiamo fatto uso anche delle lettere di Cremona a Carducci conservate presso la Casa Carducci di Bologna, di quelle alla famiglia Cairoli conservate presso la Biblioteca Civica "Bonetta" di Pavia e del materiale già edito⁽⁴⁾ sotto la direzione di Giorgio Israel riguardante l'altra consistente parte dell'epistolario di Cremona, quella conservata presso il Dipartimento "G. Castelnuovo" dell'Università La Sapienza di Roma.

1. – Bologna 1860

Il 3 ottobre 1860 Luigi Cremona si trasferì a Bologna – da Milano dove insegnava matematica al Liceo Sant'Alessandro⁽⁵⁾ – per prendere possesso della cattedra di Geometria Superiore, alla quale era

⁽³⁾ Per seguire l'evoluzione del progetto si può utilmente consultare il sito www.luigi-cremona.it ove via via ne verranno raccolti gli esiti. La costruzione e la gestione di questo sito fa parte di un progetto più ampio finanziato con il PRIN 2006, mirante all'edizione di materiale epistolare e inedito relativo ai matematici italiani dell'epoca immediatamente post – risorgimentale.

⁽⁴⁾ Si tratta dei volumi: A. Millán Gasca (ed.). *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, I, Quaderni della Rivista di Storia della Scienza, 1, Roma, 1992; M. Menghini (ed.). *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, II, Quaderni della Rivista di Storia della Scienza, 3, Roma, 1994; M. Menghini (ed.). *Per l'Archivio della corrispondenza dei Matematici italiani. La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, III, Quaderni P.RI.ST.EM. – Università Bocconi, Palermo, 1996; L. Nurzia (ed.). *Per l'Archivio della corrispondenza dei Matematici italiani. La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, IV, Quaderni P.RI.ST.EM. – Università Bocconi, Palermo, 1999.

⁽⁵⁾ Ora Liceo Beccaria. Il curriculum professionale di Luigi Cremona steso dalla figlia Itala a partire da appunti del padre si trova ora nell'Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 89, 20591.

stato nominato dal Ministro della Pubblica Istruzione del Regno di Sardegna, Terenzio Mamiani, il 10 giugno dello stesso anno. Poche settimane dopo lo raggiunse la famiglia: la moglie Elisa Ferrari (incinta del secondo figlio, Vittorio) e la piccola Elena.

Il periodo era di quelli eccezionali⁽⁶⁾: il 12 marzo la Toscana, guidata da Bettino Ricasoli, aveva votato l'annessione al Piemonte; il 18 marzo era stata la volta dell'Emilia guidata dal dittatore Luigi Carlo Farini; l'11 maggio Garibaldi era sbarcato a Marsala; il 27 maggio il generale era entrato a Palermo, il 7 settembre a Napoli; l'11 settembre la battaglia di Castelfidardo aveva decretato la liberazione di Marche e Umbria. Il Regno d'Italia era ormai cosa fatta, anche se per l'apertura del Parlamento italiano si dovevano aspettare ancora alcuni mesi.

A questa marcia verso l'unità nazionale il giovanissimo professore (non aveva ancora compiuto 30 anni) aveva partecipato in modi che lo avevano toccato direttamente e profondamente. Tra gli amici di infanzia, Ernesto Cairoli era morto combattendo a Biumo di Varese il 26 maggio dell'anno precedente; il 27 maggio del 1860 due fratelli di Ernesto, Benedetto ed Enrico, erano stati feriti durante i combattimenti di Palermo, a una gamba Benedetto e alla testa Enrico; il 18 settembre ancora un Cairoli, Luigi, era morto di colera a Napoli dove era giunto con Garibaldi. E proprio dall'amicizia per la famiglia Cairoli erano stati segnati i suoi primi passi nella politica.

Forse è bene a questo punto descrivere brevemente la famiglia Cremona. Il padre, Gaudenzio (1770-1842), aveva sposato in prime nozze Caterina Carnevali e (senza ricordare quelli morti in tenera età) aveva avuto tre figli: Giuseppe (1796-1876), Giovanni (1798-1874) e Giovanna (1801-1882). Dopo la morte della moglie, nel 1829, Gaudenzio aveva sposato Teresa Andreoli (1809-1849), di Pavia, più giovane dei figli di

⁽⁶⁾ Dopo le dimissioni del governo La Marmora – Rattazzi il 16 gennaio 1860, Cavour era tornato a capo del governo del Regno di Sardegna. Aveva scelto ministri che provenivano da diverse regioni italiane (Mamiani veniva dalle Marche) prefigurando la situazione che si sarebbe creata formalmente solo dopo le Annessioni, l'accordo con la Francia per la cessione di Nizza, la Spedizione dei Mille e la Proclamazione del Regno d'Italia.

primo letto, e aveva avuto altri quattro figli: Luigi, Pietro (1832-1855), Francesca (1834-1844) e Tranquillo (1837-1878), poi famoso pittore. Nel 1849, immediatamente prima che Luigi ritornasse a Pavia dopo aver partecipato da volontario alla difesa di Venezia, la madre era morta e il ruolo di genitori era stato assunto dai fratellastri e in particolare da Giovanna, dato che Giuseppe risiedeva a Venezia dove, peraltro, nel 1852 lo avrebbe raggiunto Tranquillo. E Giovanna, che aveva sposato l'avvocato Giovan Battista Magenta, viveva a Gropello (oggi Gropello Cairoli), un paese a pochi chilometri di distanza da Pavia (ma allora in territorio piemontese) che era anche la sede di una delle ville di Carlo e Adelaide Cairoli, i genitori dei fratelli di cui abbiamo appena scritto.

Per comprendere gli strettissimi rapporti che intercorrevano tra la famiglia Magenta e la famiglia Cairoli, due soli dati bastano: la stretta amicizia di Giovanna con Adelaide, di pochi anni più giovane, e il fatto che alla morte di Carlo Cairoli (nel 1849), se tutore dei figli minori era stata nominata la madre Adelaide, il protutore indicato nel testamento era stato proprio l'avvocato Giovan Battista.

Quindi Luigi passò, finché fu studente, gran parte delle vacanze in stretto rapporto con la famiglia Cairoli e in particolare con tre dei cinque fratelli: con Ernesto (nato nel settembre 1831 e quindi suo coetaneo), con Luigi (nato nel 1838, appassionato cultore di matematica e allievo di Brioschi) e con Benedetto (il più anziano, essendo nato nel 1825), in una profonda condivisione di ideali che con quest'ultimo sarebbe continuata per tutta la vita.

I Cairoli avevano stretto legami saldissimi con Garibaldi che già nel giugno 1848 era stato ospite nella loro casa di Pavia: nelle file garibaldine avrebbero militato prima Enrico e poi, nell'impresa dei Mille, anche gli altri (con l'eccezione del solo Giovanni che nel 1860 aveva appena 18 anni e che invece sarà con Garibaldi negli eventi successivi all'unità nazionale).

Adelaide era da tempo divenuta un mito del Risorgimento. Garibaldi non mancò mai di indicarla a modello del patriottismo delle madri italiane:

Tra i morti v'era pure un figlio, il primo ch'ella perdette, di quella donna per cui la posterità confonderà questo periodo di miserie coi

più gloriosi giorni di Sparta e di Roma! Un figlio dell'incomparabile madre dei Cairoli, la matrona pavese, Ernesto, il secondo che essa aveva mandati cadeva combattendo. (7)

E più tardi, nell'agosto 1860, nel suo proclama alle donne siciliane aveva detto:

La Cairoli di Pavia, ... aveva quattro figli, uno è morto a Varese... Il maggiore, Benedetto, l'avete nella capitale, ferito a Calatafimi e a Palermo. Il terzo, Enrico, vive col cranio spaccato negli stessi combattimenti, e il quarto fa parte di questo esercito, mandato da quella madre incomparabile. (8)

Poi nel settembre, dopo la morte di Luigi:

Il suolo che produce delle donne come Adelaide è un suolo sacro. La Nazione italiana non può perire con donne simili. Chi potrà mai vantarsi dei sacrifici fatti? Nessun sacrificio può paragonarsi a quello che una madre fa pe' suoi figli. L'amore di una madre non può nemmeno essere compreso dagli uomini. Nel presentarmi a lei io mi sentivo come un rimorso. Se questa madre m'avesse rinfacciata la morte de' suoi figli, avrei dovuto chinare il capo e compatire al rimprovero per i due giovani caduti, ma mi presentava i due che ancor le restavano. Con donne simili una nazione non può morire. (9)

Del resto anche per Cremona la morte di Luigi Cairoli era stato un duro colpo e ancora il 22 aprile del '61 avrebbe scritto ad Adelaide Cairoli ricordandole l'amicizia che lo legava alla famiglia con queste parole:

(7) Questa lettera è citata in E. Ghiglione Giulietti, *Adelaide Cairoli e i suoi figli*, Cortina ed., 1960, p. 110.

(8) Ivi, p. 157.

(9) Questa dichiarazione di Garibaldi, spesso citata in modo parziale, si trova per intero nel sito www.url.it/donnestoria/testi/trame/cairoli.htm

la fortuna d'essere legato in amicizia con una famiglia sì benemerita dell'italiana libertà, con una famiglia nobilitata dal martirio e glorificata dalle meritate lodi (e quali lodi!) del sommo Garibaldi. ... Io desidero solo ch'essa Le ricordi che io fui amico del suo Ernesto e del suo Luigi (ch'io abbracciai l'ultima volta in Genova, nell'estate del 59!), che fui e sono amico del generoso Benedetto, che aspiro ad essere considerato come tale anche dagli altri suoi figli, e infine, che io sento religiosa ammirazione per le virtù nobilissime di V. S. Mia moglie divide interamente i miei sentimenti, e Le è riconoscentissima pel caro dono del di Lei ritratto, da me trasmesso. (10)

Ma non erano stati questi i soli lutti di quel periodo. Appena tre giorni dopo la morte di Luigi Cairoli, il 21 settembre, a Perugia, era morto venticinquenne, ferito in battaglia, Giuseppe Ferrari, il fratello minore di sua moglie Elisa. Mentre si preparavano a trasferirsi da Milano a Bologna, i giovani coniugi Cremona avevano ricevuto le lettere di Giuseppe. Nell'ultima, del 16, dopo l'amputazione di una gamba a seguito della ferita subita il giorno prima, Elisa aveva potuto leggere:

Mia cara Elisa, non affliggerti per ciò, al contrario sii lieta che anch'io abbia versato il mio sangue per questa Italia che pare si avvicini il giorno della sua totale redenzione. (11)

Era quindi in uno stato di profonda emozione, fatta di dolore acuto e di grandi speranze, che, il 20 novembre, il giovane professore lombardo si accingeva a leggere la sua prolusione al corso di *Geometria Superiore* dell'Università ex-papale di Bologna. E ora non facciamo fatica a immaginarci che nell'Aula Magna si respirasse il clima delle grandi occasioni, con una parte degli uditori che andava agitandosi sempre più inquieta sulla sedia di fronte alla foga del nuovo venuto che, del resto, era

(10) E. Ghiglione Giulietti, op. cit. p. 228.

(11) Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 53, 12665.

stato da subito circondato dalla diffidenza di molti fra i professori del vecchio ateneo.

Cremona esprime con grande chiarezza il suo credo: dopo aver servito la patria con la lotta politico - militare, si deve continuare a servirla contribuendo al suo pieno inserimento nel contesto culturale ed economico dell'Europa. E la scienza deve costituire la spina dorsale della nuova cultura nazionale.

O giovani felici, cui fortuna concesse di assistere ne' più begli anni della vita alla risurrezione della patria vostra, svegliatevi e sorgete a contemplare il novello sole che fiammeggia sull'orizzonte! Se la doppia tirannide dello sgherro austriaco e del livido gesuita vi teneva oziosi e imbelli, la libertà invece vi vuole operosi e vigili. Nelle armi e ne' militari esercizi rinvigorite il corpo; negli studi severi e costanti spogliate ogni ruggine di servitù e alla luce della scienza imparate ad esser degni di libertà. Se la voce della patria vi chiama al campo, e voi accorrete, pugnate, trionfate o cadete, certi sempre di vincere: le battaglie della nostra indipendenza non si perdono più. Ma se le armi posano, tornate agli studi perocché anche con questi servite e glorificate l'Italia. L'avvenir suo è nelle vostre mani; il valore de' suoi prodi la strapperà tutta dalle ugne dello straniero, ma ella non durerrebbe felice e signora di sé ove non la rendesse onoranda e temuta il senno de' suoi cittadini. Ancora una volta dunque, o giovani, io vi dico: non la turpe inerzia che sfibra anima e corpo, ma i militari e li scientifici studi vi faranno ajutatori alla grandezza di questa nostra Italia, che sta per rientrare, al cospetto dell'attonita Europa, nel consorzio delle potenti e libere nazioni, con una sola capitale, ROMA, con un solo re, VITTORIO EMANUELE, con un solo e massimo eroe, GARIBALDI. ⁽¹²⁾

Sul piano politico sono quindi due i punti centrali dell'impegno del nostro: da un lato egli si propone di servire e glorificare l'Italia pro-

⁽¹²⁾ Prolusione al corso di Geometria Superiore letta nell'Università di Bologna nel novembre 1860, *Il Politecnico*, 10, 1861, pp. 22-42, in *Opere*, I, Hoepli, Milano, pp. 237-253.

movendo la ricerca scientifica; dall'altro egli ha ormai di fatto abbandonato il programma mazziniano per aderire a quello garibaldino, che accetta di rinunciare al sogno repubblicano per promuovere l'unità nazionale.

Certo Elisa condivideva i sentimenti di Luigi, anche se probabilmente restava più tenacemente vicina agli ideali mazziniani. Comunque non va sopravvalutato l'impatto delle divergenze che in quegli anni andavano manifestandosi nel campo democratico. Mazzini restava sempre per i Cremona, come per Adelaide Cairoli, *l'iniziatore della sacra Idea che ho sempre nutrito nell'intimo del mio cuore e nella quale ho cresciuto i miei figli*. Le laceranti dispute solo parzialmente si riflettevano nei sentimenti dei singoli patrioti.

Naturalmente la parte più rilevante della prolusione è destinata alle questioni scientifiche. La situazione dell'insegnamento nelle università è indecorosa e indecoroso *che l'istruzione, data dallo Stato, non [sia] che una piccola parte di quella reclamata dalle odierne condizioni di civiltà; ma a ciò non potevan provvedere né un governo straniero, né governi mancipii dello straniero, pei quali l'ignoranza pubblica era arte potentissima di regno*.

Il rilancio della ricerca scientifica è *un compito serbato al governo nazionale; ed il governo nazionale tolse a sdebitarsene istituendo cattedre d'insegnamento superiore; né vuolsi muover dubbio che i buoni principii sian per riuscire a splendida meta, or che all'Italia sorride sì benigna la fortuna, e che alle cose della pubblica istruzione presiede Terenzio Mamiani*.

Ora bisogna riguadagnare il tempo perduto. Per far questo occorre dare pieno sviluppo alle matematiche pure. Sembra di sentire le parole di Jacobi, «*pour l'honneur de l'esprit humain*»⁽¹³⁾:

(13) Jacobi scrive infatti a Legendre il 2 luglio 1830: "*Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science c'est l'honneur de l'esprit humain et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question de système du monde.*" La lettera è pubblicata in C. G. Jacobi, *Gesammelte Werke*, éd. Borchardt, Berlin, Reiner, 1882-91, vol. I, pp. 454-455.

Respingete da voi, o giovani, le malevole parole di coloro che a conforto della propria ignoranza o a sfogo d'iroso pregiudizio vi chiederanno con ironico sorriso a che giovino questi ed altri studi, e vi parleranno dell'impotenza pratica di quegli uomini che si consacrano esclusivamente al progresso di una scienza prediletta. Quand'anche la geometria non rendesse, come rende, immediati servigi alle arti belle, all'industria, alla meccanica, all'astronomia, alla fisica; quand'anche un'esperienza secolare non ci ammonisse che le più astratte teorie matematiche sortono in un tempo più o meno vicino applicazioni prima neppur sospettate; quand'anche non ci stesse innanzi al pensiero la storia di tanti illustri che senza mai desistere dal coltivare la scienza pura, furono i più efficaci promotori della presente civiltà - ancora io vi direi: questa scienza è degna che voi l'amiate; tante sono e così sublimi le sue bellezze ch'essa non può non esercitare sulle generose e intatte anime dei giovani un'alta influenza educativa, elevandole alla serena e inimitabile poesia della verità! I sapientissimi antichi non vollero mai scompagnata la filosofia, che allora era la scienza della vita, dallo studio della geometria, e Platone scriveva sul portico della sua accademia: Nessuno entri qui se non è geometra. Lungi dunque da voi questi apostoli delle tenebre; amate la verità e la luce, abbiate fede ne' servigi che la scienza rende presto o tardi alla causa della civiltà e della libertà. Credete all'avvenire. Questa è la religione del nostro secolo.

Quali i contenuti per gli insegnamenti delle Matematiche superiori? Cremona dà una breve ma interessante sintesi di ciò che intende per Analisi superiore e per Geodesia superiore (Geometria differenziale, diremmo oggi) e delinea i contenuti di possibili corsi:

I principali risultati della teorica de' determinanti, meraviglioso strumento di calcolo algebrico, che opera prodigi non mai sospettati; della teorica delle forme binarie che tanto promosse la risoluzione delle equazioni; della teorica delle forme ternarie e

quaternarie, potentissimo ausilio per la geometria delle curve e delle superficie; dell'aritmetica trascendente, per cui s'acquistarono fama non peritura Gauss, Dirichlet, Hermite, Kummer, Eisenstein, Genocchi ...; della teorica delle funzioni ellittiche ed iperellittiche nella quale brillò il genio del norvegese Abel e del prussiano Jacobi, ed or ora apparvero mirabili lavori di Weierstrass, di Hermite, di Brioschi, di Betti e di Casorati, teorica stupenda che si collega a un tempo colle parti più elevate del calcolo integrale, colla risoluzione delle equazioni, colla dottrina delle serie e con quella, sì ardua e sì attraente, de' numeri. Ebbene, ciascuno di questi magnifici rami di scienza potrà in avvenire essere svolto con alternata successione dal professore di analisi superiore.

E ancora:

La teorica delle coordinate curvilinee, iniziata da Bordonì e da Gauss e poi grandemente promosse da Lamé; la ricerca delle superficie che supposte flessibili e inestensibili riescano applicabili sopra una data; il problema di disegnare con certe condizioni sopra una superficie l'immagine di una figura data su di un'altra superficie, il problema insomma della costruzione delle carte geografiche; la trigonometria sferoidica; la teorica delle linee geodetiche: tutto ciò sarà quindi innanzi esposto nella scuola di alta geodesia insieme colla dottrina de' minimi quadrati e con altri gravissimi argomenti.

Ma naturalmente è il programma del suo corso che egli espone con dettaglio. Lo seguiamo con attenzione, perché esso riflette bene lo spirito geometrico che lo ispira.

Stabilito il concetto di forma (noi diremmo di prima specie): *le più semplici forme geometriche, quali sono: una serie di punti in linea retta o retta punteggiata; una stella ossia fascio di rette poste in un piano e passanti per uno stesso punto; un fascio di piani passanti per una stessa retta*, Cremona introduce il concetto di proiezione fra due forme (che con un errore tipico del-

l'epoca egli confonde con quello di corrispondenza biunivoca, dando per scontato la linearità della trasformazione) che è il concetto dominante della trattazione e enuncia l'invarianza per proiettività del birapporto di quattro punti allineati⁽¹⁴⁾. Definisce poi le quaterne armoniche di punti (quelle il cui birapporto vale -1) e le involuzioni, cioè – seguendo l'impostazione di Chasles – le proiettività (fra due forme sovrapposte) che coincidono con la propria inversa.

Non sappiamo quanto l'uditorio comprendesse le parole di Cremona, proiettate su un programma futuro: certo egli stava chiedendo un enorme sforzo di immaginazione ai suoi ascoltatori.

Leggiamo un altro pezzo della Prolusione:

Concepitate in un piano due punteggiate o due stelle proiettive; subito vi balenerà al pensiero questo problema, quale è la curva invilupata dalla retta che unisce due punti omologhi delle due punteggiate, e quale è il luogo del punto ove s'intersecano due raggi corrispondenti delle due stelle? In entrambi i quesiti la curva richiesta è una sezione conica che nel primo caso tocca le due rette punteggiate e nel secondo passa pei centri dei due fasci. ... Ovvero immaginate sulla conica due punti fissi ed un punto mobile che percorra la curva: le rette congiungenti i due punti fissi al punto mobile genereranno due fasci proiettivi.

Si noti il susseguirsi dei verbi: *Concepitate, balenerà al pensiero, immaginate*. Un vero cimento con le capacità evocative delle parole! Il tutto risulterà forse più chiaro con una figura. Le punteggiate proiettive sono le rette AB e $A'B'$. Punti corrispondenti sono A e A' , B e B' , C e C' , D e D' . Ciò che Cremona afferma è che le rette AA' , BB' , CC' , DD' , e più in generale qualsiasi retta che unisca punti corrispondenti, è tangente a una conica fissa.

⁽¹⁴⁾ Se i punti allineati sono A, B, C e D , il loro birapporto è $\frac{AC}{AD} \frac{BD}{BC}$.

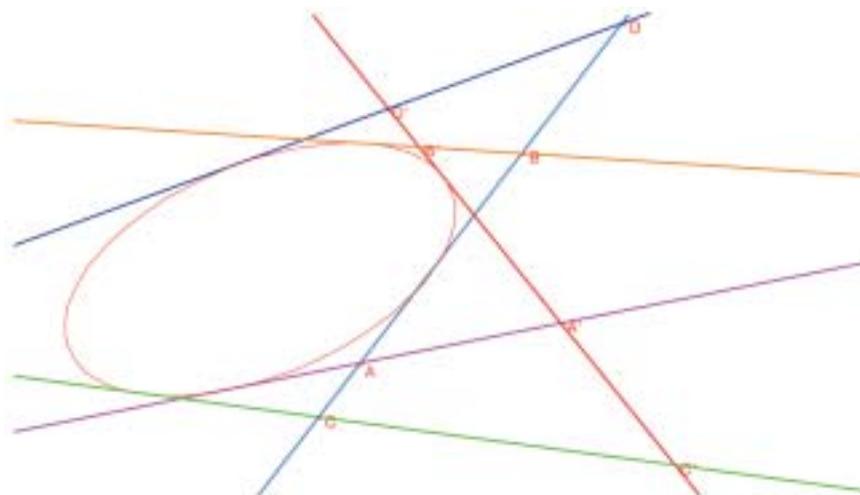


Figura 1. – Punteggiate proiettive.

Immediate conseguenze delle suenunciate proposizioni sono i due famosi teoremi di PASCAL e di BRIANCHON esprimenti quello che i punti d'incontro de' lati opposti di un esagono inscritto in una conica sono in linea retta, e questo che le rette congiungenti i vertici opposti di un esagono circoscritto concorrono in uno stesso punto.

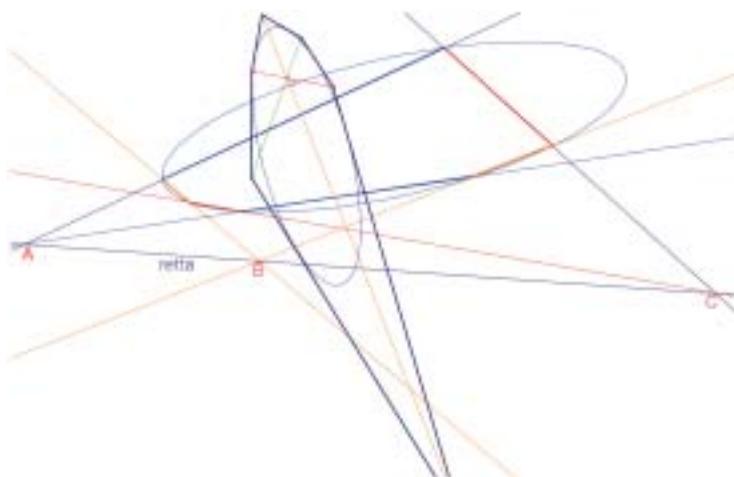


Figura 2. – I teoremi di Pascal e Brianchon: le rette che si corrispondono proiettivamente sono segnate nello stesso colore.

Nasce da ciò il primo dei principi generali a cui Cremona fa riferimento, la dualità.

La teoria delle figure correlative contiene in sé un principio generale di trasformazione delle figure - il principio di dualità - principio che è un vero strumento di ricerche, potentemente efficace in tutta l'estensione dello scibile geometrico. Dato un teorema riguardante un certo sistema di enti geometrici, applicategli un metodo di trasformazione e voi n'avrete un altro teorema, in generale non meno importante. In questo modo dalle proprietà dei sistemi di punti voi potrete dedurre quelle de' sistemi di rette o di piani; dalla teoria delle curve e delle superficie, considerate come luoghi di punti, si ricava la dottrina delle curve e delle superficie riguardate come involuppi di rette o di piani; e i teoremi concernenti le linee a doppia curvatura somministrano teoremi relativi alle superficie sviluppabili; e reciprocamente.

Cremona incalza l'uditorio. Al principio di dualità si connette quello, più particolare, di polarità.

Supponiamo d'avere una conica e nel suo piano un punto fisso pel quale si conduca una trasversale a segare la curva in due punti; cerchiamo su questa retta il quarto punto coniugato armonico di quello fisso rispetto alle due intersezioni. Ora, se si fa ruotare la trasversale intorno al punto fisso, il quarto punto cambiando di posizione genererà una retta.

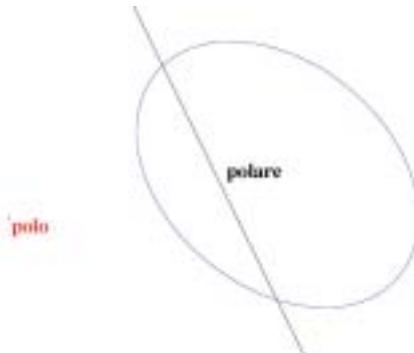


Figura 3. – La polare di un punto rispetto a una conica.

Ciò dà luogo a un metodo di trasformazione assai usato da Cremona, il metodo delle polari reciproche:

Se il polo varia descrivendo una conica, la polare si muove involuppendo un'altra conica, i punti della quale sono i poli delle tangenti della prima. In generale, se il polo percorre una curva dell'ordine n (cioè tale che una retta arbitraria la seghi in n punti), la polare involupperà una curva della classe n (cioè tale che da un punto qualunque le possano esser condotte n tangenti). Così ogni figura dà luogo ad un'altra nella quale i punti sono i poli delle rette nella prima e le rette sono le polari dei punti nella stessa. A tali due figure si dà il nome di polari reciproche.

Un esempio di trasformazione per polari reciproche si ha nella figura seguente:

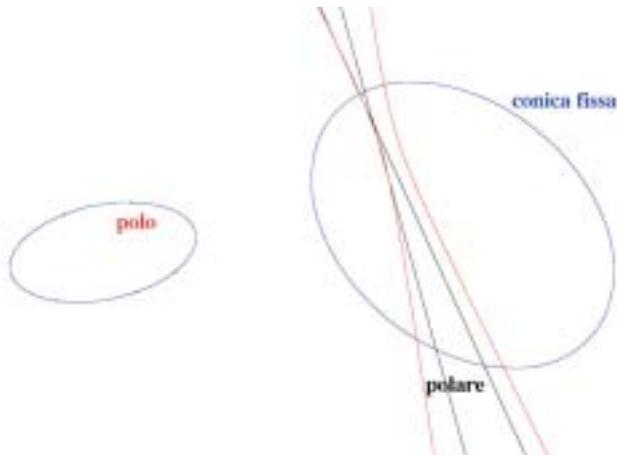


Figura 4. – L'iperbole (rossa) è polare reciproca, rispetto all'ellisse fissa, dell'ellisse in figura.

A questo punto viene introdotto il concetto generale di collineazione piana (trasformazione biunivoca tra punti che ne preserva l'allineamento):

L'omografia è lo sviluppo di un principio assai generale di deformazione delle figure, il quale è un altro potentissimo mezzo

d'invenzioni geometriche. Mentre il principio di dualità serve a trovare proprietà affatto differenti da quelle che sono proposte, invece l'omografia è un metodo di generalizzazione delle proprietà dell'estensione. Si fatta generalizzazione può esser fatta in due maniere distinte che danno luogo a questi due enunciati.

Conoscendo le proprietà di una certa figura, concluderne le analoghe proprietà di un'altra figura dello stesso genere ma di una costruzione più generale.

Conoscendo alcuni casi particolari di una certa proprietà generale incognita di una figura, concluderne questa proprietà generale.

Come si vede, Cremona enuncia un programma generalissimo sullo studio proiettivo della geometria, basato interamente sul concetto di trasformazione. Alla ricerca delle trasformazioni più generali egli si era messo già da tempo: la nascita delle trasformazioni cremoniane non arriverà come idea improvvisamente calata dal cielo, ma sarà frutto di una precisa concezione geometrica.

Tuttavia, la speranza che il corso di Geometria superiore desse inizio da subito a un nuovo interesse per la ricerca da parte dei giovani studiosi bolognesi doveva rivelarsi alquanto azzardata. Le vicissitudini dell'Università di Bologna costellano l'intera corrispondenza conservata presso l'Istituto Mazziniano.

Se, come abbiamo detto, la Prolusione venne letta il 20 novembre, già dal 10 era giunto a Bologna Giosuè Carducci, che avrebbe letto, esattamente una settimana dopo Cremona, la sua Prolusione, *Delle diverse età storiche della letteratura italiana*; non sappiamo se sia vero, ma ci piace immaginare che i due giovani abbiano ascoltato le rispettive Prolusioni e si siano conosciuti in quell'occasione. In ogni caso, accanto al ventinovenne Cremona e al venticinquenne Carducci, il ministro Mamiani aveva portato a Bologna un certo numero di giovani di grande talento e di grande ambizione. Una scorsa ai nomi basta per dare un'idea dell'audacia della politica culturale del Mamiani: Francesco Magni (1828-1887), professore di clinica oculistica, poi rettore dell'Università di Bologna, aveva 32 anni; Emilio Teza (1831-1912), grande glottologo particolarmente esperto in sanscrito, 29; il latinista Giambattista Gandino (1827-1905) autore dei più

importanti manuali per l'insegnamento del Latino, 33, il più anziano!; Pietro Ellero (1833-1933) filosofo del diritto, accanito propugnatore dell'abolizione della pena di morte, 27. A questi si aggiungeranno nel 1862 Eugenio Beltrami (1835-1900) ventisettenne e Francesco Fiorentino (1834-1884), filosofo sui cui libri studiò Giovanni Gentile, ventottenne. A nostro avviso questi dati dicono, sulla politica universitaria perseguita in quei primissimi anni, molto più di quanto non dicano i discorsi e le analisi. Ritroveremo questi nomi tra i corrispondenti di Cremona, qualcuno anche nella Loggia da lui frequentata, tutti accomunati dalla speranza che il riscatto dell'Italia non si sarebbe fermato all'unità nazionale, ma sarebbe proseguito in quello economico, civile e morale. Le corrispondenze di Magni e Beltrami (di quasi 1.000 lettere quest'ultima), poi, testimoniano di un'amicizia profonda e duratura.

Il periodo bolognese fu quello scientificamente più produttivo per Cremona. E anche se questo nostro intervento si propone di compiere un'analisi non dell'apporto scientifico del Nostro quanto piuttosto della sua posizione culturale e politica come emerge dalla lettura di alcune corrispondenze, non bisogna dimenticare che, nel periodo bolognese, è proprio la ricerca ad assorbire gran parte delle sue energie intellettuali. Con l'ovvio corollario di una grande attenzione dedicata alla possibilità di conquistare una collocazione adeguata sul piano internazionale, così come è testimoniato anche da una parte dell'epistolario che appare soprattutto come uno strumento utilizzato per farsi conoscere e riconoscere dai principali matematici europei.

2. – I primi anni Sessanta

Nel giugno 1861 Garibaldi fu ospite dei Cairoli nella loro villa di Belgirate: *il supremo conforto accordatomi dalla presenza del nostro Caro e Venerato Eroe ... la deliziosa dimora fra noi del nostro Angelo Tutelare*, come si esprimerà Adelaide nella sua corrispondenza. Non si trattava di visite di cortesia: nella villa di Belgirate si andava dipanando la trama che porterà all'Aspromonte. E la Cairoli esercitava una diretta e significativa influenza. Ben lo sapeva Mazzini che le scriveva:

Voi rivedrete, penso, Garibaldi. Da lui ebbi recentemente le prove di fiducia che mi furono assai care. In nome di Dio e del Paese, ditegli voi tutti ch'egli stima ed ama, come egli ha in mano le sorti della nostra Patria, e di come Dio gl'imponga grandi doveri. Garibaldi promette ogni tanto al Paese di guidarlo: il Paese lo aspetta; ma non deluda, perdio, l'aspettazione; non cacci lo sconforto e lo scetticismo nell'anime ridestate. Per conquistare Roma, bisogna essere tutti uniti e senza altro nemico in casa. Garibaldi dovrebbe andare a Napoli e in Sicilia, spegnere con la sua presenza il brigantaggio, risollevar l'entusiasmo e mettere in libertà sessantamila soldati che sono ora là. Sorella, amica, pensateci voi pure. ⁽¹⁵⁾

I contatti con Mazzini saranno tenuti da Maurizio Quadrio, ben noto alla famiglia Ferrari, essendo stato amico strettissimo di Nicolao, il fratello di Elisa più vicino a Luigi.

Cara e venerata Cornelia nostra, manderò tosto il vostro scritto a Mazzini. Il povero Martire riceverà dolce conforto dalla parola della Madre dei Martiri e gli dorrà una volta di più che la propria sua Madre sia troppo presto partita! ... Se quella forte vivesse tutt'ora, le due Madri di Martiri si amerebbero e conforterebbero a vicenda. ⁽¹⁶⁾

Cremona partecipa vivamente a questo clima politico. Il suo pensiero sull'argomento ci resta attraverso la minuta di una lettera scritta all'amico francese Prouhet ⁽¹⁷⁾ il 10 novembre 1861, in cui si sfoga anche in relazione alla politica di Napoleone III:

Vous me demandez que faisons nous en Italie? Si je ne me trompe pas, notre ministère actuel se conduit très mal, et agissant en parti (des modérés) mécontente tous. Celui qui a su faire très bien son

⁽¹⁵⁾ Questa lettera è riportata nel sito www.url.it/donnestoria/testi/trame/caioli.htm

⁽¹⁶⁾ E. Ghiglione Giulietti, op. cit. pp. 225-226.

⁽¹⁷⁾ Pierre Marie Eugène Prouhet (1817-1857).

devoir est Cialdini, la plus brillant épée [sic] de l'Italie, après Garibaldi. Cialdini a su conquérir les cœurs des Napolitains et a écrasé le brigandage tellement qu'il en reste seulement des débris insignifiants. Vous me demandez de Rome ... il faut en demander a votre Empereur. Il est certain que l'Italie a besoin de Rome, mais il est certain aussi que nous ne pouvons pas contraindre les français à évacuer la città eterna. Ah quel triste intérêt conseille à votre gouvernement de soutenir avec ses baïonnettes l'obscène baraque du pouvoir pontifical! Que la France se retire; et vous verrez le boulevard de l'intolérance se écrouler de soi même, accompagné des chants joyeux de tous les italiens. Lorsque cet événement si longuement désiré, je me souviendrai de votre idée d'avoir une souscription pour élever une statue à Galileo, dans l'église de son abjuration et me joindrai à vous pour réaliser le noble projet, d'autant plus volontiers que je haïsse, comme vous, comme tant libre penseurs, la dégradante domination sacerdotale! ⁽¹⁸⁾

Ancora pochi mesi prima di partire per la Sicilia, nel 1862, Garibaldi è di nuovo ospite dei Cairoli: in aprile, a Pavia; poi, in maggio-giugno, di nuovo a Belgirate.

Che Cremona abbia costantemente seguito gli amici Cairoli nei loro rapporti con il generale è testimoniato anche da una lettera scritta il 13 aprile:

... permetta che un suo amico lontano venga a congratularsi della felicità toccatale di avere presso di sé, come ospite, il Grand'Uomo, il sommo Capitano, l'Eroe di Caprera. Un tanto bene era giustamente dovuto a Lei, o Signora, che ha patito per la nostra Italia quanto può patire una madre, a Lei che non ha esitato a dare tutti i suoi figli alle battaglie della libertà. Io sento entro me stesso qual suprema contentezza Ella avrà provato nello stringere quella mano, sì terribile contro i tiranni, che ha liberato tanta parte d'Italia, e qual gioia per Lei l'udire dalle labbra stesse di Garibaldi

⁽¹⁸⁾ Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 51, 11847.

le meritate lodi dei suoi valorosi figli che o incontrarono la morte in guerra o vi trovarono gloriose ferite. Garibaldi solo poteva trovar parole per confortare e ricompensare una Madre che ha tanto perduto e sofferto. Oh, io ho desiderato ardentemente di trovarmi in quei giorni memorabili a Pavia per vedere da vicino quell'Uomo che è la speranza di tutti gli oppressi; ma un sì gran bene non mi è stato concesso. Però, se materialmente non ho potuto lasciar Bologna, l'anima mia era tutta costì ed ancor parmi di vedere Garibaldi presso a Lei e ai suoi figli acclamato dalla buona popolazione pavese. Anche a nome di mia moglie, che divide appieno questi miei sentimenti, accolga, egregia signora, Madre di Martiri, degnissima che Garibaldi la proclami modello alle madri italiane, accolga le mie felicitazioni ed auguri per l'avvenire ch'Ella vorrà estendere a ciascuno dei suoi bravi e generosi figli. ⁽¹⁹⁾

Questi stretti legami sono confermati dalla lettera di risposta di Adelaide, datata 12 maggio:

Quante volte impugnai la penna per soddisfare al dovere ben dolce che tengo verso di Lei, per esprimerLe siccome posso la gratitudine che Le era già tanto dovuta e professata dal mio povero cuore ed a cui Ella aggiunse un nuovo titolo che pure in esso rimarrà sì dolcemente impresso a conforto de' peregrini dolori suoi. ... Ed ora quante cose io vorrei dirLe riguardo a quella visita del Grand Uomo a quel solenne avvenimento che stabilisce un'epoca d'imperitura memoria in questa nostra Città, come la preziosissima tradizione della nostra famiglia! Ma come poter io tradurre a parole l'impressione stampata nell'anima mia, a perenne conforto degli inalterabili miei dolori, dal nostro caro e venerato Eroe in que' giorni in cui ci fu dato possederLo tra queste nostre modeste pareti! Come definire i tratti di quella bontà sua sublime come l'anima da cui emanava, l'incanto di quel suo sorriso, di quelle parole Sue angeliche, l'emozione, il fascino di quella presenza che scuote anche i più scettici. La mia

⁽¹⁹⁾ E. Ghiglione Giulietti, op. cit. p. 228.


Torin 12. Maggio 1862.
 7068 Egregio Signore

Quante volte impugnai la penna per
 soddisfare al dovere, ben solo, che tengo
 verso di Lei, per esprimere la sicca
 poppa, la gratitudine che Lei ora già
 tanta dovuta a professata dal mio
 parere cuore. ed a cui Ella aggiunse
 un nuovo titolo che pure in appo-
 sizione si dolcemente impresse
 a conforto de' perenni dolori suoi.
 E sempre mille imbarazzi, e spedienti
 questa mia infermità di stomaco, vieppiù
 inaspritosi da qualche tempo nuovamente,
 ed a cui si aggiungono quasi continue vertigi-
 ni, mi obbligavano a deferire l'affettuosa
 di questo caro discendente. Al di Lei cuore
 ottimo Signore affido il carico di questo
 indugio, cotanto involontario.
 Ed ora quante cose io vorrei dirle!

Lettera di Adelaide Cairoli a Luigi Cremona. Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 50, 10981.

mente si perde in quelle impressioni in cui è ancora tutta aperta l'anima mia ... ed io sono ancora più inetta ad esprimerle quelle impressioni sì care, sì benefiche! ... Oh come L'avrei desiderata fra noi colla sua Degna Compagna, in que' giorni a dividere il dolcissimo incanto. Con quanta soddisfazione L'avremmo presentato al nostro Salvatore, Ella, cittadino pur tanto Benemerito, e per tanti titoli, ed Amico nostro sì Caro ed Onorevole. Oh venga presto il momento almeno in cui mi sia dato di rivederLa fra noi, colla Egregia Sig^{ra} Elisa, di parlar Loro di quell'argomento, di ringraziarLa a viva voce per quella sua sì pregiata e cara lettera, di questo suo nuovo dono che unisco con tanta soddisfazione, con tanta gratitudine a quella eletta raccolta, che debbo alla sua preziosa amicizia, ed a quella di altre Persone che pur tanto ancora stimo. Quello scritto sì affettuoso ed eloquente, costituisce un episodio tra i più dolci al mio cuore della suprema circostanza che Le ispirava quest'altro gentilissimo tratto! ... Interpreto il vivo desiderio del mio Benedetto (tutt'ora in istato tanto deplorabile riguardo al suo povero piede, essendo lentissimo il miglioramento fin'ora conseguito) porgendoLe tante cose affettuose per di lui conto, in una con quelle che Le ricambiano i due altri miei cari Superstiti! Quel mio Diletto Soffrente dividerà la mia e nostra commozione, quando al di lui ritorno, mi sarà dato di rileggere con lui le nuove sì affettuose, sublimi parole che Ella consacrava, con quella sua anima sì gentile, ai nostri adorati martiri (i quali dal Cielo La benedicono fra i carissimi che mi sorreggono! ...), ai patimenti di que' Diletti Sofferenti che mi rimangono, ai dolori miei materni, e così a quelle mirabili consolazioni che pur mi furono serbate e che mi alleviano nel mio pianto! Mi riverisca affettuosamente la sua Signora, mi baci la sua figlioletta e voglia ritenermi quale tanto mi pregio di essere per la vita, Devot^{ma} Sua amica (20)

L'esito della spedizione fermata sull'Aspromonte è noto. Fu certamente un grave colpo per tutto il movimento patriottico e per qualche

(20) Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 50, 10981.

tempo raffreddò gli entusiasmi rivoluzionari dei protagonisti, mentre andavano maturando gli avvenimenti che avrebbero portato alla terza guerra di indipendenza e alla liberazione del Veneto da un lato, ma anche a Mentana e Villa Glori, sconfitte che avrebbero causato tra il movimento democratico e lo stato italiano una rottura ben più grave di quella determinata dai fatti di Aspromonte.

3. – La Loggia massonica e la guerra del 1866

L'adesione di Cremona alla Loggia Felsinea, secondo quanto risulta dagli appunti di Carducci, risale al 22 febbraio 1866; della Loggia Cremona fu Venerabile Maestro, con Carducci Segretario. Gli altri fondatori della Loggia furono: il colonnello Augusto Mauro, l'ufficiale Carlo Alberto Ghio, l'avvocato Fausto Malaguti, i professori Bartolomeo Zavateri e Francesco Magni. Fra gli altri membri della Loggia, alcuni amici di Luigi: Domenico Carbone (autore del *Re Tentenna*, poi a lungo Provveditore agli Studi in varie città italiane), Matteo Fiorini (professore di Geodesia), Matteo Leonesi (bibliotecario).

La corrispondenza con Carducci, su argomenti legati alla massoneria, a noi pervenuta, inizia il 7 aprile e ci permette di aggiungere all'elenco degli affiliati alla Loggia fornito da Aldo Mola⁽²¹⁾ qualche nome citato da Cremona: Pietro Piazza, Curcio (apprendista), Silvano Santini (medico militare). Le lettere del 1866 descrivono la vita della Loggia, gli appuntamenti per le riunioni, quelle congiunte con la Loggia Galvani; come Mola ha già osservato, *Carducci s'accollò la carica di segretario, addetto ai verbali. Una noia e una gioia*. Il tono di Cremona è quello del Venerabile Maestro. Un particolare che ci sembra non noto è che Cremona tentò anche di utilizzare le capacità

(21) A. Mola, *Giosuè Carducci. Scrittore, politico e massone*, Bompiani, Milano, 2006, p. 261 e seg.; sulla massoneria bolognese cfr. anche C. Manelli, *La massoneria a Bologna*, Analisi, Bologna, 1986; sulla massoneria italiana in generale, A. Mola, *Storia della massoneria italiana dalle origini ai giorni nostri*, Bompiani, Milano, 1994; F. Conti, *Storia della massoneria italiana dal risorgimento al fascismo*, Il Mulino, Bologna, 2003; G. M. Cazzaniga, *La Massoneria*, Storia d'Italia, Annali 21, Einaudi, Torino, 2006.

poetiche di Carducci affidandogli un compito che non sappiamo se sia stato eseguito: quello di preparare i versi per un inno della Loggia.

C[arissimo] F[ratello],

Bisognerebbe che tu preparassi alcune strofe da cantarsi da noi, nelle occasioni in cui spariamo cannonate e facciamo brindisi mass[onici]. Per tua norma, ecco le strofe che cantano i mass[oni] francesi.

Prima il Ven[erabile] e poi il Coro

*Frères et compagnons
De la Maçonnerie,
Sans chagrin, jouissons
Des plaisir de la vie*

Prima il Ven[erabile] e poi il Coro

*Munis d'un rouge bord,
que pour trois fois, le signal de
nos verres
Sort une preuve que d'accord
Nous buvons à nos frères:*

*Joignons-nous main en main
Tenons-nous ferme ensemble:
Rendons grâce au destin
Du nœud que nous assemble
Et soyons assurés
Qu'il ne se boit sur les deux
hémisphères*

Tre volte

*Point de plus illustres santés
Que celle de nos frères,*

Sarebbe bene che tu le preparassi presto; così si potrebbe stampare (nella stamp[eria] del F[ratello] Mich.), insieme col rituale del 1° grado. Salute e il triplice bacio⁽²²⁾

⁽²²⁾ La lettera, senza data, si trova nell'Archivio di Casa Carducci.

Questa lettera non è datata. Mentre si sviluppano gli impegni massonici di Cremona e di Carducci, gli avvenimenti galoppiano. I preparativi della guerra che mira al completamento dell'unità nazionale mettono Cremona, come migliaia di patrioti, in grande fermento.

L'evolversi dei commenti nelle lettere all'amico Placido Tardy (1816-1914) danno bene il senso del passaggio da speranza a delusione e poi ad amarezza.

23 maggio:

La guerra sta per scoppiare: tutti gli italiani sono concordi e lieti: il governo spinge gli armamenti con somma energia. Che volete di più? Io spero che gli Italiani entreranno in Vienna a dettarvi le condizioni di pace. E pare che questa mia credenza sia divisa dallo stesso governo austriaco che, a quanto si assicura, pensa a fortificare la capitale dell'Impero. Cosa inaudita. ⁽²³⁾

La guerra effettivamente scoppia il 19 giugno. Il 24 l'esercito italiano di Cialdini e Lamarmora viene disastrosamente sconfitto a Custoza. Cremona spera ancora.

28 giugno:

Ho avuto anche io l'animo costernato, per un paio di giorni: ma ora mi pare decisamente che si abbia torto di concepire tanti timori. Guerre, senza sconfitte d'ambe le parti, non se ne hanno quasi mai: ride bene chi ride l'ultimo. Il nostro torto è di credere che si debba vincere sempre, che gli austriaci debbano sempre fuggire. Nel caso attuale abbiamo avuto un insuccesso, un tentativo fallito, non già una rotta. Vedete il nemico, che non pecca di modestia; egli non canta vittoria, ma si limita a dire che ci ha respinti. S'intende, il primo assalto è raro che riesca. Insomma, caro Tardy: il combat-

⁽²³⁾ C. Cerroni e G. Fenaroli, (a cura di), *Il Carteggio Cremona - Tardy*, Mimesis, Milano, 2007, p. 116.

timento del 24 non ci ha recato altro danno che quello di toglierci un certo numero di uomini. È una perdita dolorosa, ma compensata, almeno in parte, dal rialzamento del morale dell'atterrito. Sì: tutte le notizie concordano nel dire che ora le nostre truppe hanno maggior fiducia in sé, perché anche i soldati nuovi si sono condotti da eroi. Al secondo fatto d'arme vedrete miracoli. Il maggior pregio di un esercito consiste nel saper resistere ad una parziale sconfitta. Fra poco, io spero, saremo indennizzati di questi dolori. Lasciate che entrino in gioco tutte le nostre forze. Cialdini non ha ancora passato il Po, tranne una divisione (Franzini) che si dice essere nel basso Polesine. Può darsi che ora debbano modificare il piano di attacco: ma, comunque sia, la riscossa non si farà attendere a lungo. (24)

Le speranze di Cremona e di gran parte degli italiani naufragano a Lissa, il 20 luglio, nella disastrosa sconfitta navale. La vittoria di Garibaldi a Bezzuca il 21 non basta a rialzare il morale.

Estate (dopo il 23 luglio):

Non vi parlo né di guerra, né di politica, perché ho l'animo troppo addolorato. L'ignoranza di chi guida le nostre forze, e la maledetta ingerenza della Francia ci rapiranno i frutti di tanti sforzi. Come mai si può concepire che alcuni s'accontentino dell'Italia senza il Tirolo e l'Istria? Perdio non capiscono che ci resta l'Austria in casa: e sussisterà un potente partito che avrà per parola d'ordine Istria e Tirolo, come prima Venezia e Roma: e quindi noi non potremo disarmare, e quindi ci rovineremo economicamente. Ah la Francia ... (25)

Cremona diffida ora anche del partito ultranazionalista; capisce che l'Italia ha bisogno di pace per compiere quell'avanzata nel campo scientifico che resta il suo obiettivo principale.

(24) Cerroni e Fenaroli 2007, op. cit. pp. 126-127.

(25) Cerroni e Fenaroli 2007, op. cit. p. 133.

Nello stesso luglio riceve la notizia della vittoria del premio Steiner, vittoria che chiude un periodo di straordinaria attività scientifica e lo consacra come il più famoso in Europa dei matematici italiani, anche più di F. Brioschi e E. Betti; nel contempo, il 12 agosto, l'armistizio di Cormons, che sarà confermato il 3 ottobre dalla pace di Vienna, lascia (anche a causa della *maledetta ingerenza della Francia*) non solo aperte le questioni di Trieste, Trento e dell'Istria, ma la stessa questione romana. La delusione non poteva essere più cocente.

Per esprimere questo intrico così fitto di soddisfazioni, preoccupazioni, entusiasmi e delusioni che caratterizzano il 1866, possiamo far ricorso a una lettera a Luigi del fratello Giuseppe (del 30 agosto):

Io pure fui sul punto di scriverti più volte, massime quando mi desti la bella notizia del nuovo alloro da te colto a Berlino; ma l'ansia, la trepidazione, in cui vissi per tutto il tempo degli ultimi avvenimenti, assorbito talmente la mia attenzione da non permettermi d'occuparmi d'altro. Quante illusioni svanite, quante perfidie scoperte, e soprattutto quanta ignoranza...! Ma il fato d'Italia più forte di tutti la vinse, e Iddio che permise che questo sciagurato paese fosse per secoli la preda dello straniero, ora più non permette, non vuole che lo straniero seguiti a deturparlo. Se il Papa crede davvero in Dio, come può negare, a' segni tanto evidenti, l'intervenzione dell'Onnipotente a nostro favore! Ma ci creda o non ci creda, se n'avvedrà al colpo di grazia che s'avvicina anche per lui. ⁽²⁶⁾

Ma altri avvenimenti, di carattere più privato, vengono affrontati in questa stessa lettera: essi costituiscono una sorpresa anche per noi, dato che non ve n'è traccia in alcuna delle numerose biografie del nostro. Elisa aspetta un quarto figlio! Con la caratteristica ironia che gli è propria Giuseppe rimprovera il fratello:

Dunque col poco giudizio di tua moglie e col moltissimo tuo voi siete giunti oggimai al quarto volume, presso, a quanto mi narri, a

⁽²⁶⁾ Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 52, 12185.

uscire alla luce. Su da bravi, proseguite, e avrete presto una biblioteca.

La piccola Luisa, ignota a tutte le biografie, nascerà il 27 ottobre 1866 (la prima lettera di Francesco Magni che ne parla è del 17 dicembre) e verrà data a balia e affidata alle cure della famiglia Emiliani e del prof. Magni già prima che Elisa e gli altri figli raggiungano Cremona a Milano. Morirà, pare per un'infezione causata da un difetto nella dentizione, il 29 settembre 1867 (l'ultima visita del medico, dott. Beluzzi, è dello stesso giorno). La lettera di Magni del 7 ottobre lascia trapelare una consuetudine con le morti infantili che oggi ci appare sconcertante (i Cremona non hanno neppure partecipato ai funerali della piccola):

Ieri tornai qui e seppi con mio dispiacere che la tua piccina aveva dovuto soccombere, pare, ai disturbi della dentizione. Vidi l'incarico che mi davi con la tua lettera diretta alla Sig.^{ra} Rosina che insieme al D^r Beluzzi ti avevano già scritta la dolorosa notizia. Pagai alla Clemente, che è rimasta desolata, la mesata di 7bre che doveva avere; e per le pene avute nell'assistenza della bambina ho creduto che tu avresti voluto darLe una ricompensa, e perciò le ho dato altre £ 20. Ecco così spese le £ 40 che tu mi lasciasti. Per spese mortuarie e sepoltura ho pagato £ 34.15. Rimane da soddisfare Beluzzi. Siccome era il tuo medico, così desidero che tu mi scriva quanto eri solito dargli per visita. La Sig.^{ra} Rosina e il Prof. Emiliani mi pregano di attestarti le loro condoglianze. Fai tanti saluti alla Sig.^{ra} Elisa, baciarmi Vittorio e l'Itala e credimi sempre. ⁽²⁷⁾

Di questa bimba non v'è traccia neppure negli appunti che Cremona stesso stese con la storia della propria famiglia e che ora sono conservati all'Istituto Mazziniano. Nella corrispondenza, a lei si fa cenno con continuità soltanto nelle lettere di Francesco Magni del

⁽²⁷⁾ Archivio dell'Istituto Mazziniano, Genova, Sc. 55, 13763.

1867. Poi un accenno fugace in due lettere a Chelini e in una a Beltrami. ⁽²⁸⁾ Nient'altro.

4. – Al Politecnico di Milano: insegnamento e ricerca

Nel settembre 1867 Cremona si è dunque trasferito al Politecnico di Milano, chiamatovi da Brioschi. Come sempre, egli prende in maniera molto seria i suoi doveri istituzionali. Dovendo insegnare al Politecnico (ma già a Bologna buona parte del suo insegnamento era diretto agli ingegneri) è il ruolo giocato dall'insegnamento della geometria nella formazione dell'ingegnere ad attrarre la sua attenzione. L'ispirazione, più che da Parigi, viene da Zurigo, dalla recentissima riforma di Carl Culmann (1821-1881), basata sullo stretto collegamento tra Geometria Proiettiva, Calcolo Grafico e Statica Grafica. Nel 1865 Culmann aveva pubblicato il suo volume *Die Graphische Statik* che, appunto, poneva la Geometria proiettiva al centro di tutto l'edificio formativo.

L'introduzione di questo libro dà molto bene l'idea delle concezioni condivise da Cremona:

Quand nous fûmes appelé, en 1855, lors de la création de l'École polytechnique de Zurich, à professer le cours de construction (comprenant les terrassements, la construction des ponts, de routes et de chemins de fer), nous fûmes obligé d'introduire dans notre enseignement les méthodes graphiques de Poncelet pour suppléer aux lacunes des cours de mécanique appliquée. Ce cours ne comprenait alors à Zurich que les méthodes analytiques. Nous avons toujours trouvé qu'il était bien plus facile de rappeler des théorèmes de géométrie de position, dont la démonstration pouvait se faire à l'aide des lignes mêmes de l'épure que de recourir à des calculs analytiques dont les développements exigeaient l'emploi d'une feuille de papier séparé.

⁽²⁸⁾ Le lettere a Chelini sono del 7 novembre 1866 e del 9 luglio 1867, mentre quella a Beltrami del 9 luglio 1867. La notizia dei riferimenti nelle lettere a Chelini ci è stata fornita dalla collega Marisa Enea, che qui ringraziamo.

C'est ainsi que nous fûmes amené, pour ainsi dire irrésistiblement à remplacer autant que possible l'algèbre par la géométrie de position. ⁽²⁹⁾

Anche in Inghilterra, per opera soprattutto di J. C. Maxwell, l'introduzione di metodi grafici si andava sviluppando in maniera impetuosa soprattutto a partire dal 1864. Riportiamo qui un passo di F. Jenkin ⁽³⁰⁾, esplicitamente citato da Cremona, per comprendere meglio le linee guida del progetto del matematico pavese nei suoi corsi al Politecnico:

Few engineers would, however, suspect that the two paragraphs quoted [sulla definizione di figure reciproche] put at their disposal a remarkably simple and accurate method of calculating the stresses in framework; and the author's attention was drawn to the method chiefly by the circumstance that it was independently discovered by a practical draughtsman, Mr. Taylor When compared with algebraic methods, the simplicity and rapidity of execution of the graphic method is very striking; and algebraic methods applied to frames, ... in which there are numerous similar pieces, are found to result in frequent clerical errors, owing to the cumbrous notation which is necessary. ⁽³¹⁾

⁽²⁹⁾ Cfr. C. Culmann, *Traité de Statique Graphique*, Paris, Dunod, 1880, p. X. Quando fummo chiamati, al momento della fondazione del Politecnico di Zurigo, ad insegnare nel corso di costruzioni (che comprendeva i terrazzamenti, la costruzione di ponti, di strade e di ferrovie) fummo costretti a introdurre nel nostro insegnamento i metodi grafici di Poncelet per supplire alle lacune dei corsi di meccanica applicata. Questi corsi non comprendevano allora a Zurigo che i metodi analitici. Abbiamo sempre trovato che fosse molto più facile ricordare teoremi di geometria di posizione, la cui dimostrazione si può fare per mezzo delle linee stesse del disegno, che ricorrere a calcoli analitici il cui sviluppo richiedeva l'uso di un foglio di carta separato. È così che fummo condotti, per così dire irresistibilmente, a sostituire l'algebra con la geometria di posizione.

⁽³⁰⁾ Il passo è tratto da: Fleeming Jenkin, On the practical application of reciprocal figure to the calculation of strains on framework, *Trans. of the Royal Society of Edinburgh*, vol. XXV, 1869.

⁽³¹⁾ Cfr. L. Cremona, *Le figure reciproche nella Statica grafica*, III ed, preceduta da un'introduzione del dott. Giuseppe Jung, U. Hoepli, Milano, 1879, p. 7. Pochi ingegneri sospetterebbero, tuttavia, che i due paragrafi citati mettono a loro disposizione un

Come si vede, Cremona inserisce i suoi lavori in un programma di avanguardia. Non si tratta di un purismo astratto, ma di utilizzare i metodi grafici per rendere più efficace e rapida l'effettuazione di calcoli analiticamente troppo complessi.

In breve tempo l'insegnamento della matematica al Politecnico di Milano viene portato al livello più alto in Europa e Cremona si pone il problema di estendere lo studio di questi metodi a tutte le scuole di ingegneria italiane. Così vent'anni dopo, nella presentazione del testo di *Statica Grafica* del suo allievo Carlo Saviotti, potrà scrivere con soddisfazione:

L'Italia può gloriarsi d'aver, per la prima, data ospitalità alle nuove idee, e coll'insegnamento e con pubblicazioni originali ed illustrative. In breve volgere d'anni la geometria proiettiva e la statica grafica divennero tra noi materia di studio ordinario, ed oggi non vi ha più alcun ingegnere, laureato dopo il 1870, che non sia padrone de' metodi grafici. ⁽³²⁾

Questo programma riguardante l'insegnamento della matematica nelle facoltà di ingegneria (e, come vedremo, negli Istituti tecnici) si lega strettamente al progetto, portato avanti insieme a Brioschi e Betti nel 1867, dell'introduzione del testo di Euclide per l'insegnamento della geometria nei Licei classici. Un fatto, ben noto e studiato ⁽³³⁾, per il quale

metodo di calcolo degli sforzi nei sistemi notevolmente semplice e accurato; e l'attenzione dell'autore venne attratta sul metodo soprattutto dal fatto che esso era stato scoperto indipendentemente da un artigiano pratico, Mr. Taylor. Quando lo si confronta con il metodo algebrico, la semplicità e rapidità di esecuzione del metodo grafico sono strabilianti; e i metodi algebrici applicati ai sistemi ... in cui vi sono molti pezzi simili, hanno spesso condotto a frequenti errori di trascrizione, a causa della complessa notazione che si deve usare.

⁽³²⁾ Cfr. C. Saviotti, *La Statica Grafica*, Hoepli, Milano, 1888, p. VII.

⁽³³⁾ Cfr. a tal proposito: L. Besana, M. Galuzzi, *Geometria e Latino: due discussioni per due leggi*, in G. Micheli (ed.), *Scienza e Tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento ad oggi*, Annali di Storia d'Italia 3, Einaudi, Torino, 1980, pp. 1285-1306; L. Giacardi, *Gli "Elementi" di Euclide come libro di testo. Il dibattito italiano di metà Ottocento in Italia*, in E. Gallo, L. Giacardi & C. S. Roero (eds), *Conferenze e seminari 1994-1995*, Associazione Subalpina Mathesis e Seminario T. Viola, Torino, pp. 175-188.

ci limitiamo a una citazione dall'introduzione alla Relazione ministeriale presentata dallo stesso Cremona, che può essere messa utilmente in collegamento con le altre provenienti dai testi di Statica Grafica:

La matematica nelle scuole secondarie classiche non è da riguardarsi solo come un complesso di proposizioni o di teorie utili in sé, ... ma principalmente come un mezzo di coltura intellettuale, come una ginnastica del pensiero, diretta a svolgere le facoltà del raziocinio, e ad aiutare quel giusto e sano criterio che serve di lume per distinguere il vero da ciò che ne ha soltanto l'apparenza.⁽³⁴⁾

Il programma di Cremona si realizza anche attraverso numerosi lavori, rimasti giustamente famosi, che appaiono alla fine del periodo milanese: nel 1872 *Le figure reciproche nella statica grafica*, opera di grande successo, tradotta in tedesco, francese e inglese; nel 1873 *Elementi di geometria proiettiva*, libro di testo per gli Istituti tecnici poi tradotto in inglese; infine nel 1874 gli *Elementi di calcolo grafico*.⁽³⁵⁾

Ecco alcune citazioni tratte dal volume di *Elementi di Geometria proiettiva*.

Diffondere nelle scuole italiane le cognizioni di queste peregrine teorie: ecco tutto lo scopo del mio lavoro ... Il libro, ho detto, doveva avere un carattere tecnico, doveva cioè condurre prontamente gli scolari ad applicare le cognizioni teoriche al disegno. Perciò diedi maggior rilievo alle proprietà grafiche che non alle metriche. Mi attenni ai procedimenti di Staudt, più spesso che a quelli di Chasles. ... La vigorosa e nutritiva educazione geometrica, che i giovanetti

⁽³⁴⁾ Citato in Besana – Galuzzi, op. cit. p. 1291.

⁽³⁵⁾ *Le figure reciproche nella statica grafica* sono state pubblicate dall'editore Hoepli a Milano; la traduzione tedesca è apparsa a Vienna nel 1873 nella rivista *Zeitsch. Der Österr. Ingenieur und Architekten*; una traduzione francese è apparsa presso Gauthiers-Villars, a Parigi, nel 1885; una inglese nel 1890 a Oxford, per la Oxford University Press. Gli *Elementi di geometria proiettiva* vennero pubblicati dall'editore Paravia di Torino e tradotti in inglese a Oxford nel 1893, per la Clarendon Press.

riceveranno per tal modo negl'istituti tecnici, centuplicherà l'efficacia delle discipline applicative a cui dovranno attendere nelle scuole superiori e allora il nostro ordinamento scolastico per la formazione degli ingegneri potrà reggere il confronto colle migliori istituzioni straniere. ... Ho posto la legge di dualità a dirittura sul cominciar del libro, come un fatto logico che scaturisce spontaneo dalla possibilità di costruire lo spazio ... coll'elemento-punto o coll'elemento-piano. Gli enunciati e le dimostrazioni che si corrispondono in virtù di quella legge si trovano ben spesso collocati in doppia colonna; ma qualche volta ho tralasciato questa disposizione, per dare occasione agli scolari di esercitarsi a dedurre da un teorema il correlativo di quello. Non vi è nulla in geometria... che così accenda i principianti e li stimoli a fare da sé, come il principio di dualità. ⁽³⁶⁾

Già a Bologna, con grande lungimiranza, Cremona aveva posto al centro della propria attenzione la completa assimilazione della teoria riemanniana, con una completa traduzione in termini geometrici algebrici e un confronto con i metodi di trasformazione a lui cari. Si tratta in pratica del programma di R. Clebsch e P. Gordan (autori nel 1866 del volume *Theorie der Abelschen Funktionen*, primo effettivo tentativo di dare una versione geometrica della teoria riemanniana) e di Felice Casorati (che scriverà, proprio in stretto contatto con Cremona, la sua *Teoria delle Funzioni di Variabile Complessa*, pubblicata nel 1868).

E di questo suo programma aveva dato minuziose informazioni al “solito” Tardy.

Già il 18 dicembre 1865 aveva scritto:

Anch'io ho voglia di conoscere la teoria del Riemann: ma a tal uopo sono deciso d'aspettare o la pubblicazione d'un lavoro del Clebsch, che si attende su quell'argomento, o la pubblicazione delle lezioni che farà in quest'anno a Pavia (in un corso straordinario di analisi superiore) il Casorati, il quale è riuscito a penetrare e veder chiaro nei misteri di quella teoria. Casorati mi dice che le difficoltà

⁽³⁶⁾ L. Cremona, *Elementi ...*, op. cit. pp. III – XII.

che s'incontrano nel leggere Riemann non dipendono dalle cose in sé, ma dalla forma dell'espressione, dalle definizioni annesse.⁽³⁷⁾

E ancora il 10 gennaio 1867:

Sono stato due giorni a Pavia. Vedo spesso Casorati perché egli fa corse frequenti a Milano. Egli sta stampando il suo lavoro sulla teoria generale delle funzioni: sarà un grosso volume, e, ritengo, fatto bene e molto importante. La stampa non sarà compiuta prima di sei mesi ancora. Spero che non vorrete paragonare il libro di Clebsch con quello di Neumann. Questo ha una forma più elementare, ma quello è il lavoro di un ingegno decisamente superiore: è un libro meraviglioso, almeno a me fa questo effetto.⁽³⁸⁾

Ora a Milano gli stimoli non mancano. Cremona appare ancora giovane, proteso a rinnovare il proprio linguaggio matematico. Il grande impegno didattico si fonde armoniosamente con lo slancio nella ricerca e proprio a Milano prende forma una vera e propria scuola matematica da lui ispirata. Il corso famoso sulle funzioni ellittiche tenuto da Brioschi, Casorati e Cremona segna la nascita dei metodi e delle linee guida della scuola geometrica italiana, che avrà così cominciato a penetrare i *misteri riemanniani* e che presto produrrà un primo grande risultato: la dimostrazione di Bertini dell'invarianza del genere di una curva rispetto a una trasformazione birazionale, dimostrazione pubblicata nel 1869 e che fornisce l'aggancio definitivo tra i risultati di Cremona e la nuova impostazione che, seguendo Riemann, nasce dall'analisi e dalla geometria.

Di nuovo, il 20 febbraio 1869:

... la scuola mi assorbe completamente: notte e giorno non fo altro che lavorare e studiare per la scuola. Ciò non vi riuscirà difficile a intendere se penserete che oltre al corso di Statica grafica faccio anche quello sulle applicazioni geometriche delle funzioni abeliane. Sono veramente felice che a Brioschi sia venuta l'idea di combinare questo corso triplice: così, da un lato ci aiutiamo a vicenda e dall'altro l'obbligo di far lezioni a dei giovani veramente distinti (come Armenante,

⁽³⁷⁾ Cerroni – Fenaroli, 2007, op. cit. p. 103

⁽³⁸⁾ Cerroni – Fenaroli, 2007, op. cit. p. 143.

Jung, Bertini, Ascoli e altri) ci costringe a studiare e lavorare con fervore. Il libro che più mi occupa è quello di Clebsch dove m'è riuscito, se non m'inganno, di semplificare e completare alcuni punti importanti: e forse avrò occasione di pubblicare qualche cosa in proposito. ⁽³⁹⁾ *Anche Casorati stamperà presto un articolo sulla periodicità, essendogli venuto fatto di semplificare moltissimo il 4° Abschnitt del Clebsch. Assisto alle lezioni di Casorati, e così comincio a vedere un po' entro ai misteri riemaniani. È proprio vero che l'unione fa la forza: da me solo non sarei mai riuscito a fare questi studi, dei quali ora vedo tutta l'importanza anche per la geometria.* ⁽⁴⁰⁾

(fine della prima parte)

Ringraziamenti. – Questo lavoro è stato svolto nell'ambito dei finanziamenti PRIN 2006, che sono stati utilizzati anche per contribuire alla digitalizzazione dell'Archivio Cremona dell'Istituto Mazziniano, con la collaborazione del Centro “matematita”. Per il suo svolgimento è stata pertanto essenziale la collaborazione dell'Istituto Mazziniano (con cui è stata anche firmata una convenzione) e dei suoi direttori prof. Leo Morabito e dott.ssa Raffaella Ponte, nonché del sig. Nasta che qui ringraziamo. Il nostro ringraziamento va anche alla direzione della Casa Carducci che ci ha permesso di accedere alle lettere di Cremona a Carducci e di pubblicare alcune illustrazioni. Abbiamo fatto uso anche di alcune utili indicazioni dei recensori e del prof. Claudio Citrini, direttore della rivista.

Aldo Brigaglia, Dipartimento di Matematica e Applicazioni,
Università di Palermo
e-mail: brig@math.unipa.it

Simonetta di Sieno, Dipartimento di Matematica “F. Enriques”,
Università di Milano
e-mail: simonetta.disieno@unimi.it

⁽³⁹⁾ E in effetti Cremona pubblicherà alcuni lavori in questo indirizzo. Cfr. ad esempio, Sulla trasformazione delle curve iperellittiche, *Rend. del R. Ist. Lombardo di Scienze e Lettere*, (2), 2, 1869, pp. 566-571, ma anche: Intorno al numero de' moduli dell'equazioni e delle curve algebriche di dato genere, *ibidem*, pp. 620-625, pubblicato insieme a Casorati.

⁽⁴⁰⁾ Cerroni – Fenaroli, 2007, op. cit. p. 157; nella nota 515 si danno i riferimenti relativi al lavoro di Casorati.