
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

GABRIELE ANZELLOTTI, FRANCESCA MAZZINI

Differenze territoriali nei risultati di eccellenza in matematica nella scuola secondaria superiore e all'ingresso dell'università

*La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione
Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 2 (2009), n.1, p. 157–179.*

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2009_1_2_1_157_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2009_1_2_1_157_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Differenze territoriali nei risultati di eccellenza in matematica nella scuola secondaria superiore e all'ingresso dell'università

GABRIELE ANZELLOTTI - FRANCESCA MAZZINI

0. – Introduzione

Che ci sia un divario tra Nord e Sud del Paese nei risultati di apprendimento, in particolare per quanto riguarda la matematica, è noto da tempo (ad esempio, [5]). Questo fatto non risulta dai voti scolastici e neppure dalle percentuali di studenti con “debito formativo”, come vedremo anche nella sezione 4, ma risulta dalle indagini internazionali OECD-PISA e anche dai rilevamenti INValSI per la scuola secondaria. In particolare, secondo l'indagine PISA 2006 [1], [2] il punteggio medio degli studenti italiani nella scala complessiva di matematica è pari a 462⁽¹⁾ (deviazione standard 96), con il Nord Est a 505, il Nord Ovest a 487, il Centro a 467, il Sud 440 e le Isole a 417. Diversi autori hanno studiato tale divario e hanno trovato una relazione con le differenze tra i contesti sociali e tra le risorse disponibili per i sistemi formativi locali [3], [4], [6], [7]. Secondo diverse aspettative che abbiamo riscontrato, tale influenza dovrebbe però esercitarsi in modo minore sulle “eccellenze”, che dovrebbero risultare distribuite in modo più uniforme nelle diverse aree geografiche. Ma l'indagine PISA indica anche per le fasce alte di competenza un divario netto: le percentuali dei quindicenni che si trovano nei livelli più alti (5 e 6) sono: Nord-Est 13.4%, Nord Ovest 8.6%, Centro 5%, Sud 3.3%, Isole 2.2%. Queste “fasce alte” nell'indagine PISA non sono tuttavia propriamente definibili “eccellenza” e abbiamo rite-

⁽¹⁾ contro una media OECD pari a 498 (DS 92).

nuto che fosse necessario comprendere meglio la situazione del divario Nord Sud per i gradi più alti dell'istruzione e per le competenze di altissimo livello. A questo fine abbiamo esaminato per l'anno 2006/07 i risultati delle fasi finali nazionali delle Olimpiadi di Matematica (sezione 3) e i risultati del concorso indetto dall'Istituto Nazionale di Alta Matematica per assegnare borse di studio agli immatricolati nei corsi di laurea in matematica (sezione 2).

Ciò che abbiamo trovato conferma un significativo divario tra Nord e Sud del Paese anche nella fascia di eccellenza, con un livello sia di partecipazione, sia di risultati, significativamente più alto degli studenti del Nord rispetto agli studenti del Centro e soprattutto del Sud e delle Isole.

Precisamente, l'indice di partecipazione al concorso INDAM (ossia il rapporto fra il numero di partecipanti e l'indicatore di popolazione scolastica) è stato nel Nord quasi triplo rispetto al Sud (Tabella 2.3) ed è stato in alcune regioni del Nord cinque volte maggiore che in Campania e Sicilia (Tabella 2.2). Anche per quanto riguarda le Olimpiadi di Matematica l'indice di partecipazione è stato doppio nel Nord rispetto al Sud, nonostante la Commissione Scientifica Nazionale delle Olimpiadi di Matematica cerchi di garantire una partecipazione ragionevolmente equilibrata dalle diverse regioni alle fasi nazionali.

Lo squilibrio diventa via via maggiore se si guarda alla distribuzione territoriale degli studenti che stanno in fasce più alte delle graduatorie. Infatti, se definiamo *indice di successo INDAM* di un'area il rapporto fra il numero di residenti in quell'area che si trovano fra i primi 100 posti della graduatoria INDAM e l'indicatore di popolazione scolastica, si vede (Tabella 2.7) che tale indice nel Nord è dieci-dodici volte quello del Sud e delle Isole. Analogamente, se definiamo *indice di successo nelle Olimpiadi*, per una certa area, il rapporto fra il numero di medaglie ottenute da residenti in quell'area e l'indicatore di popolazione scolastica, si vede che tale indice è nel Nord circa cinque-sei volte quello del Sud e delle Isole (Tabella 3.3). Se considerassimo solo le medaglie d'oro, il Nord avrebbe un indice di successo circa dieci volte quello del Sud.

Se guardiamo agli stessi dati dal punto di vista della percentuale di individui che hanno ottenuto risultati di eccellenza nelle macro aree regionali rispetto al totale nazionale, abbiamo che alle regioni del Sud e

Isole, nelle quali complessivamente si trova circa il 42% della popolazione dei diplomati, sono andati

- appena il 5% dei primi 50 posti nella graduatoria INDAM per i migliori immatricolati ai corsi di laurea in matematica, e quindi anche appena il 5% circa delle borse in palio;
- appena il 14% circa delle medaglie di vario tipo (oro, argento e bronzo) e appena l'8% delle medaglie d'oro alle Olimpiadi di matematica.

Il divario Nord Sud si conferma quindi nettamente e ha come conseguenza che le risorse che vengono investite per lo sviluppo dell'eccellenza (ad esempio le borse di studio INDAM o del progetto Lauree Scientifiche) finiscono in parte prevalente al Nord del Paese e non sembra riescano a favorire adeguatamente neppure la *partecipazione* al concorso da parte degli studenti del Sud.

Riteniamo che questo sia un problema su cui si dovrebbe riflettere e indagare ulteriormente, anche al fine di individuare azioni mirate più efficaci per lo sviluppo delle potenzialità degli studenti delle Regioni meridionali, i quali sembra quasi rinuncino perfino a partecipare al concorso, convinti di non poter competere. Una possibile via sarebbe quella di prevedere borse aggiuntive per studenti residenti nelle regioni meridionali. Inoltre, un modo utile in generale per favorire la partecipazione al concorso e incentivare la preparazione matematica potrebbe essere quello di assegnare premi e riconoscimenti anche agli studenti che si collocano nella parte alta della graduatoria, ma non in posizione utile per ottenere la borsa. Si potrebbero anche prevedere premi e riconoscimenti per i docenti, ad esempio chiedendo a ciascuno dei migliori classificati di segnalare un docente (non necessariamente di matematica...) importante per la propria formazione scolastica.

I risultati delle indagini nazionali e internazionali sono ormai abbastanza noti e compaiono periodicamente sui media. Grazie alle seconde si sa che il nostro Paese occupa una posizione di retroguardia fra i paesi sviluppati e si sa, almeno grossolanamente, che c'è un divario Nord Sud. Queste informazioni vengono tenute in una certa considerazione da diversi soggetti locali e nazionali che sono responsabili delle politiche del sistema di istruzione, ma sembrano sostanzialmente

ignorate dalla stragrande maggioranza degli studenti, degli insegnanti e delle famiglie, cioè di coloro nelle cui mani essenzialmente è la possibilità di cambiare e migliorare la situazione. Questo sembra dovuto a due motivi. Il primo motivo è che è molto difficile comprendere precisamente cosa significhino i diversi gradi della scala di abilità nella *mathematical literacy*. Il secondo motivo è che comunque i risultati PISA non hanno alcuna conseguenza sulla vita delle persone. Quello che conta sono i voti scolastici e questi non mostrano particolari differenze territoriali.

I dati ⁽²⁾, diffusi nel luglio 2007 dal Ministero della Pubblica Istruzione, sui debiti degli studenti nella scuola secondaria, dicono che “Il 44% degli studenti ammessi con debito alle classi delle superiori ha un debito in matematica”, *con una distribuzione uniforme* da Nord a Sud. I più recenti dati disponibili pubblicamente sui voti negli esami di Stato, relativi al 2004, pubblicati nell'Osservatorio INValSI ⁽³⁾, mostrano un andamento territoriale essenzialmente uniforme del voto medio. Inoltre, da un recente comunicato ⁽⁴⁾ del Ministero della Pubblica Istruzione sulle “eccellenze”, si vede che le percentuali dei “100 e lode” nell'esame di Stato 2007 non sembrano essere in corrispondenza con altri dati sui livelli delle conoscenze nelle regioni stesse: ad esempio, in Calabria abbiamo 12 lodi per mille diplomati, mentre in Lombardia se ne hanno 5 per mille. Esaminando nella successiva sezione 4 i dati del rapporto del CISIA ⁽⁵⁾ sul test di ingresso somministrato nel 2006 dai corsi di laurea in ingegneria in molte università italiane si vedrà che il rapporto fra il voto di maturità e l'abilità matematica degli studenti misurata dal test è 27 in Sardegna e Calabria, 23 in Campania e Sicilia

⁽²⁾ <http://www.pubblica.istruzione.it/ministro/comunicati/2007/310707.shtml>

⁽³⁾ I dati statistici completi più recenti a nostra conoscenza riguardano il 2004 e si trovano nell'archivio INValSI, progetto ONES <http://archivio.invalsi.it/ones2000/scheda/risultati2004.pdf>

⁽⁴⁾ <http://www.pubblica.istruzione.it/ministro/comunicati/2008/100408.shtml>

⁽⁵⁾ Il Centro Interuniversitario per l'accesso alle Scuole di Ingegneria e Architettura (<http://www.cisiaonline.it/>) è un organismo pubblico promosso dalla Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Ingegneria (Co.P.I.) e dalla Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Architettura (C.P.A.). Il CISIA organizza e coordina le attività di orientamento in ingresso, nonché le prove di verifica, nelle facoltà aderenti.

ed è 12 in Toscana e Veneto, 13 in Puglia, Emilia-Romagna, Friuli-Venezia Giulia. Occorre quindi una opportuna cautela nell'usare i voti scolastici come elemento per l'assegnazione di punteggi in graduatorie nazionali o per l'assegnazione di premi per l'eccellenza (si veda ad esempio il Decreto Legislativo 14 gennaio 2008, n. 21, per l'accesso ai corsi di Laurea a numero programmato) e occorrerebbe realizzare diverse simulazioni prima di stabilire i criteri di tale uso.

Ciò che abbiamo detto non va inteso come una condanna dei voti scolastici o degli insegnanti, in particolare di alcune regioni italiane, né come una spinta nella direzione di abolire l'esame di Stato e neppure come un'indicazione contraria a valorizzare i risultati scolastici. Si comprende infatti che i voti scolastici debbano tenere conto dei contesti e che l'esame di Stato abbia comunque una funzione importante, che non può essere svolta da test o da altre modalità "oggettive" di valutazione. Ed è indubbio che i risultati scolastici devono avere un valore, se si vuole che studenti, famiglie e insegnanti siano incentivati a conseguire buoni risultati!

Le osservazioni precedenti sono state invece fatte con l'intento di indicare che è necessario che i voti scolastici si confrontino con altre valutazioni e certificazioni, che non li possono sostituire, ma che li possono completare e che possono contribuire a renderli più significativi e trasparenti. Questo comincia ad accadere già con le certificazioni linguistiche internazionali (di cui occorrerebbe studiare gli effetti) e potrebbe essere fatto anche per la matematica introducendo forme di certificazione, ad esempio all'uscita della scuola secondaria superiore, accreditate opportunamente dalle università al fine della verifica delle conoscenze per l'ingresso, resa ormai obbligatoria dal DM 270/04.

1. – Le indagini OECD-PISA e INValSI e alcune loro limitazioni

Come si è detto, i risultati [1], [2] dell'indagine OECD-PISA 2006, diffusi nel dicembre 2007, mostrano che il livello medio della "literacy matematica" dei quindicenni italiani è decisamente inferiore a quello di tutti, o quasi, i paesi sviluppati e che la situazione è significativamente disomogenea tra le regioni: il Nord, e in particolare

il Nord Est sono al di sopra della media internazionale, mentre il Sud e le Isole sono molto al di sotto.

Occorre ricordare che l'indagine PISA dà analoghi insoddisfacenti risultati anche per le conoscenze e competenze scientifiche e per le competenze di lettura (*reading literacy*), con una distribuzione territoriale analogamente disomogenea e con una forte correlazione tra le tre competenze. Inoltre occorre ricordare che anche le precedenti indagini PISA del 2000 e del 2003 avevano dato essenzialmente gli stessi risultati. Dunque *il problema non è solo della matematica, e non è nuovo*. La matematica e la questione delle differenze territoriali attirano però una particolare attenzione e su questi temi si sono avuti negli ultimi anni diversi studi [3], [4], [5], [6], [7] basati sia sulle indagini PISA sia sulle rilevazioni nazionali svolte dall'INValSI⁽⁶⁾. Tali indagini nazionali e internazionali, pur essendo di fondamentale importanza, presentano alcune limitazioni che richiameremo ora rapidamente, al fine di rendere più chiaro il punto specifico sul quale il presente articolo intende dare un contributo e anche al fine di indicare la necessità di sviluppare nel nostro Paese una maggiore capacità di indagine e di riflessione su questi temi.

L'indagine OECD-PISA

a) riguarda solamente una limitata, per quanto significativa, fascia di popolazione, e precisamente *i quindicenni scolarizzati*⁽⁷⁾;

b) dichiaratamente riguarda in modo prevalente *competenze funzionali relative all'uso della matematica in contesti "reali"*; tali competenze sono importanti, ma costituiscono solamente una parte delle conoscenze matematiche;

⁽⁶⁾ <http://www.invalsi.it/>

⁽⁷⁾ "PISA covers students who are aged between 15 years 3 months and 16 years 2 months at the time of the assessment, regardless of the grade or type of institution in which they are enrolled and of whether they are in full-time or part-time education." In: First results from PISA 2003 - <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/1/60/34002216.pdf>
La definizione però lascia qualche difficoltà di interpretazione su dove collocare gli allievi della formazione professionale.

c) utilizza domande di tipo non usuale ⁽⁸⁾ per gli studenti italiani, sia per la forma sia per i contenuti; in particolare per rispondere alle domande occorre spesso una significativa capacità di comprendere testi (descrittivi, argomentativi, contenenti tabelle e rappresentazioni grafiche di dati), nonché una capacità di produrre testi argomentativi;

d) ha reso pubblico un numero abbastanza piccolo di domande e, nonostante abbia prodotto e pubblicato un ampio quadro di riferimento per descrivere le competenze che intende misurare, non è così facile rendersi conto di cosa significhino i diversi livelli di abilità nella scala PISA.

L'ultimo rilevamento INValSI di cui sono stati pubblicati i risultati è del 2005/06. Per il primo ciclo di istruzione ha riguardato le classi II e IV primaria e la classe I della secondaria di primo grado di tutte le Istituzioni scolastiche statali. Nel secondo ciclo ha riguardato le classi I e III della secondaria di secondo grado delle istituzioni scolastiche che hanno aderito *volontariamente*. Il rilevamento mette in evidenza significative differenze territoriali: il Sud va molto meglio del Nord nella scuola primaria, mentre nella scuola secondaria va meglio il Nord.

L'interpretazione e l'effettiva utilizzazione dei dati INValSI risulta difficile per diversi motivi:

a) nel secondo ciclo la partecipazione è stata volontaria e non è chiaro se la popolazione interessata dal rilevamento sia un campione fedele, né sembrano disponibili dati relativi a qualche sottopopolazione opportunamente campionata;

b) nel primo ciclo, il fatto che il rilevamento sia stato per *tutte* le classi dei gradi interessati ha comportato inevitabili problemi organizzativi a causa dei quali molti ritengono non si sia potuto garantire con certezza che le risposte alle prove fossero fornite effettivamente dai soggetti esaminati; quindi il valore dei risultati potrebbe essere compromesso.

⁽⁸⁾ È stato detto da alcuni che con altri tipi di domande i risultati degli studenti italiani sarebbero migliori.

Nel complesso, sommando i diversi motivi indicati, *per quanto riguarda le conoscenze più avanzate e complesse e per quanto riguarda l'ultima parte degli studi secondari*, i dati PISA e INValSI non danno informazioni. Ci sembra quindi di dare un contributo utile presentando e analizzando nel presente articolo alcuni dati e indicatori relativi a:

- la prova per il conferimento delle borse di studio dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica, destinate ai migliori immatricolati nei corsi di laurea in matematica;
- le fasi finali delle Olimpiadi della Matematica (cui partecipano in prevalenza studenti degli ultimi anni delle scuole superiori).

Per entrambe le indagini PISA e INValSI si è inoltre sollevata la questione, non secondaria, dell'interesse che hanno gli studenti a impegnarsi nel rispondere ai quesiti. Le prove sono infatti anonime e non hanno alcun valore – perché gli studenti dovrebbero affrontarle con impegno? I dati che noi abbiamo considerato sono invece ottenuti da prove alle quali gli studenti dovrebbero essere interessati a rispondere al meglio e quindi dovrebbero essere meno soggetti a tale critica.

2. – Le graduatorie per l'assegnazione delle borse INDAM

A partire dall'anno accademico 2000/01, l'Istituto Nazionale di Alta Matematica (INDAM)⁽⁹⁾ ha assegnato ogni anno fra 40 e 50 borse di studio a immatricolati dei corsi di laurea in matematica, selezionandoli attraverso una prova scritta svolta presso le università sede dei corsi di laurea. L'importo delle borse è di 4000 euro all'anno, per tre anni. L'erogazione del secondo e del terzo anno è condizionata alla certificazione che gli studenti abbiano sostenuto entro il 31 dicembre gli esami dei corsi previsti per l'anno accademico trascorso, con una votazione media non inferiore a 27/30 e nessun voto inferiore a 24/30.

La prova di concorso è la stessa in tutte le sedi e si tiene nello stesso momento. Tutti gli elaborati vengono corretti e valutati da una commissione nazionale presso l'INDAM. Non è necessario essere iscritti a

⁽⁹⁾ <http://www.altamatematica.it/>

TABELLA 2.1 – INDAM – Numero partecipanti, numero borse e numero borse aggiuntive per anno.

	2000/01	2001/02	2002/03	2003/04	2004/05	2005/06	2006/07	2007/08
N. partecipanti	298	299	349	402	493	537	729	625
N. Borse	50	50	50	50	39	40	40	40
N. Borse aggiuntive	9	5	6	2	4	3	3	1

un corso di laurea in matematica nel momento in cui si svolge il concorso. In base al punteggio assegnato nella prova viene fatta una graduatoria nazionale e le borse sono assegnate seguendo tale ordine. È importante dire che i vincitori possono scegliere liberamente la sede in cui iscriversi, indipendentemente da quella in cui hanno sostenuto la prova. Alcune università mettono a disposizione borse aggiuntive, riservate a studenti che intendono iscriversi nell'università stessa, le quali vengono comunque assegnate nell'ordine della graduatoria nazionale. L'andamento del numero dei partecipanti al concorso per la matematica è mostrato nella Tabella 2.1. Nel 2006/07 le borse di studio sono state finanziate nella misura dell'80% dal Progetto Lauree Scientifiche (che ha anche finanziato 40 borse per ciascuna delle altre due aree della chimica e della fisica). Forse anche per la risonanza data alle borse dai media, in connessione con il Progetto Lauree Scientifiche, la partecipazione al concorso nel 2006/07 è stata particolarmente elevata.

Non conosciamo indagini o analisi che consentano di valutare l'effetto specifico delle borse INDAM sull'aumento considerevole degli immatricolati nei corsi di laurea in matematica che si è avuto negli ultimi anni (1750 nel 2001/02, 2094 nel 2005/06, 3159 nel 2007/08, dati MUR al 31 gennaio 2008), ma osserviamo che l'iniziativa delle borse

- dà a centinaia di studenti interessati una motivazione ulteriore per conoscere la matematica più da vicino e per migliorare la propria preparazione iniziale;
- dà agli studenti vincitori una consapevolezza delle proprie capacità e delle aspettative che si possono avere su di loro;

– mette a disposizione delle sedi universitarie una graduatoria nazionale che può essere utilizzata per assegnare anche borse o incentivi locali.

Il concorso per l'assegnazione delle borse mette a disposizione del Paese uno strumento nazionale valido e importante, pur con diverse limitazioni, per rilevare le conoscenze e le capacità matematiche di alto livello degli studenti che escono dalla scuola secondaria. Una prima limitazione è dovuta al fatto che i partecipanti al concorso sono un campione particolare, che non è detto rappresenti fedelmente la popolazione degli studenti. Una seconda limitazione sta nel fatto che, almeno fino ad ora, la valutazione delle prove e l'analisi statistica dei risultati è stata fatta solamente con il fine di ottenere un punteggio complessivo e una graduatoria, non di analizzare le conoscenze. Per ottenere informazioni e indicatori ottimali sul sapere matematico dei candidati occorrerebbe invece un maggiore livello di risoluzione nell'analisi delle risposte.

In ogni caso, già con i dati ora disponibili, si hanno informazioni interessanti sui *numeri di partecipanti e sul tasso di partecipazione per regione di residenza*, nonché sulla distribuzione territoriale dei candidati che si trovano in diverse fasce della graduatoria. L'analisi delle fasce dei primi 200, dei primi 100 e dei primi 50 classificati mostra che si ha una situazione di differenze territoriali molto marcate, da Nord verso Sud, dello stesso tipo di quella evidenziata dall'indagine OECD-PISA.

In questa sede presenteremo i dati e le analisi relativi al concorso INDAM 2006/07, che si è tenuto nel mese di settembre 2006 e che ci pare il più significativo, per il numero più alto di partecipanti. Il testo della prova si può trovare in <http://www.altamatematica.it/> (borse di studio). Riporteremo qui solo alcune delle analisi svolte. Altri dati potranno essere forniti agli studiosi interessati.

La Tabella 2.2 presenta la distribuzione territoriale dei partecipanti al concorso per l'anno accademico 2006/07. Nella seconda e terza colonna, per ciascuna regione di residenza, sono riportati il numero di partecipanti e la percentuale sul totale. Nella quarta colonna si trova il numero di diplomati nell'anno scolastico 2005/06, che noi prendiamo

TABELLA 2.2 – INDAM 2006 – Partecipanti per regione di residenza. Ripartizione percentuale per regione e indicatore di rapporto con la popolazione scolastica regionale.

Regione	Partecipanti per regione di residenza	%	Diplomati 2005-06	(partecipanti/diplomati) *10.000
Abruzzo	15	2.1%	11.745	12.8
Basilicata	6	0.8%	6.406	9.4
Calabria	22	3.0%	20.892	10.5
Campania	33	4.5%	61.685	5.3
Emilia Romagna	54	7.4%	23.885	22.6
Friuli Venezia Giulia	18	2.5%	7.285	24.7
Lazio	98	13.4%	45.567	21.5
Liguria	29	4.0%	8.725	33.2
Lombardia	110	15.1%	56.121	19.6
Marche	17	2.3%	11.706	14.5
Molise	5	0.7%	2.837	17.6
Piemonte	66	9.1%	25.510	25.9
Puglia	50	6.9%	37.692	13.3
Sardegna	19	2.6%	12.582	15.1
Sicilia	30	4.1%	50.422	5.9
Toscana	37	5.1%	22.339	16.6
Trentino Alto Adige	18	2.5%	6.319	28.5
Umbria	16	2.2%	6.445	24.8
Valle d'Aosta	1	0.1%	687	14.6
Veneto	70	9.6%	30.213	23.2
non pervenuta	15	2.1%		
Totale	729	100.0%	449.063	16.2

come indicatore della popolazione scolastica regionale. Nell'ultima colonna è indicato infine il numero di partecipanti per 10.000 diplomati nella regione, che chiameremo *indice di partecipazione della regione*. Come si vede, il maggior numero di partecipanti risiede in Lombardia (15,1 %), ma per quanto riguarda il rapporto tra numero di partecipanti e numero di diplomati il valore più alto è quello della Liguria (33,2).

Questo rapporto ha valori elevati anche per Emilia Romagna, Friuli Venezia Giulia, Lazio, Piemonte, Trentino Alto Adige, Umbria, Veneto, mentre è molto basso per Campania (5.3) e Sicilia (5.9).

La Tabella 2.3 contiene gli stessi dati della Tabella 2.2, raggruppati però per macro area regionale⁽¹⁰⁾.

TABELLA 2.3 – INDAM 2006 – Partecipanti per macro aree regionale di residenza. Ripartizione percentuale e indicatore di rapporto con la popolazione scolastica per macro area regionale.

Macro Aree Regionali	Partecipanti per macro area	%	Diplomati 2005-06	(partecipanti/diplomati) *10.000
Nord-Ovest	206	28%	91.043	22.63
Nord-Est	160	22%	67.702	23.63
Centro	188	26%	100.639	18.68
Sud	111	15%	126.675	8.76
Isole	49	7%	63.004	7.78
residenza non pervenuta	15	2%		
Totale	729	100%	449.063	16.23

La partecipazione scarsa al concorso INDAM, rispetto alla popolazione, nelle regioni del Sud, potrebbe essere attribuita ad una generale scarsa propensione verso il corso di laurea in matematica in tali regioni e quindi ad una scarsità di potenziali partecipanti. In effetti l'indice di partecipazione sopra utilizzato si può pensare come prodotto di due altri rapporti:

$$\frac{\text{partecipanti}}{\text{indic. popolazione}} = \frac{\text{partecipanti}}{\text{immatricolati}} \times \frac{\text{immatricolati}}{\text{indic. popolazione}}$$

⁽¹⁰⁾ Si usa la ripartizione standard: Nord-Est = Trentino Alto Adige, Veneto, Friuli Venezia Giulia, Emilia Romagna; Nord-Ovest = Piemonte, Liguria, Valle D'Aosta, Lombardia; Centro = Toscana, Umbria, Marche, Lazio, Abruzzo, Molise; Sud = Campania, Puglia, Calabria, Basilicata; Isole = Sardegna, Sicilia.

TABELLA 2.4 – INDAM 2006 – Immatricolati per la prima volta ai corsi di laurea nella classe 32 – scienze matematiche, per regione di residenza, e indicatore di rapporto con i diplomati e i partecipanti.

Regione	immatricolati cdl mat per regione di residenza 06/07	Partecipanti INDAM 06/07 per regione di residenza	Partecipanti/ immatricolati	Diplomati 2005-06	(immatricolati/ diplomati) *10.000
Lazio	443	98	0,22	45.567	97
Trentino Alto Adige	51	18	0,35	6.319	81
Piemonte	204	66	0,32	25.510	80
Umbria	47	16	0,34	6.445	73
Emilia Romagna	169	54	0,32	23.885	71
Liguria	61	29	0,48	8.725	70
Toscana	149	37	0,25	22.339	67
Friuli Venezia Giulia	42	18	0,43	7.285	58
Lombardia	326	110	0,34	56.121	58
Calabria	104	22	0,21	20.892	50
Veneto	144	70	0,49	30.213	48
Puglia	178	50	0,28	37.692	47
Sardegna	56	19	0,34	12.582	45
Abruzzo	50	15	0,30	11.745	43
Basilicata	27	6	0,22	6.406	42
Sicilia	207	30	0,14	50.422	41
Marche	44	17	0,39	11.706	38
Campania	195	33	0,17	61.685	32
Molise		5		2.837	
Valle d'Aosta		1		687	
non pervenuta		15			
Totale	2461	729	0,30	449.063	55

di cui troviamo degli approssimanti nella Tabella 2.4. Precisamente, nella seconda colonna della Tabella 2.4 troviamo, per ciascuna regione, i numeri ⁽¹¹⁾ di immatricolati per la prima volta ai corsi di laurea nella classe 32 – Scienze Matematiche, nell'anno accademico 2006/07, negli atenei di quella regione. Nella quarta colonna si trova, per ciascuna

⁽¹¹⁾ Fonte: sito web dell'Ufficio Statistico MIUR, dati scaricati il 12 giugno 2008.

regione, il rapporto⁽¹²⁾ fra il numero di partecipanti al concorso INDAM e tale numero di immatricolati e infine, nell'ultima colonna, si trova il rapporto fra gli immatricolati e l'indicatore di popolazione scolastica, moltiplicato per 10.000. *Entrambi* questi rapporti pre-

TABELLA 2.5 – INDAM 2006 – Ripartizione percentuale per regione di residenza di tutti i partecipanti – dei primi 200 – dei primi 100 – dei primi 50 della graduatoria.

	% per regione di residenza			
Regione	tutti i partecipanti	primi 200	primi 100	primi 50
Lombardia	15.1%	24.0%	22.0%	20.0%
Lazio	13.4%	7.5%	10.0%	14.0%
Veneto	9.6%	13.0%	15.0%	14.0%
Piemonte	9.1%	11.5%	16.0%	16.0%
Emilia Romagna	7.4%	11.0%	9.0%	6.0%
Puglia	6.9%	4.0%	1.0%	0.0%
Toscana	5.1%	4.5%	4.0%	8.0%
Campania	4.5%	1.0%	1.0%	2.0%
Sicilia	4.1%	2.5%	1.0%	0.0%
Liguria	4.0%	4.0%	7.0%	10.0%
Calabria	3.0%	1.5%	1.0%	0.0%
Sardegna	2.6%	2.0%	1.0%	0.0%
Friuli Venezia Giulia	2.5%	4.0%	2.0%	2.0%
Trentino Alto Adige	2.5%	3.0%	2.0%	0.0%
Marche	2.3%	1.5%	1.0%	0.0%
Umbria	2.2%	1.0%	1.0%	2.0%
Abruzzo	2.1%	1.0%	1.0%	0.0%
Basilicata	0.8%	1.0%	2.0%	2.0%
Molise	0.7%	0.0%	0.0%	0.0%
Valle d'Aosta	0.1%	0.5%	1.0%	2.0%
non pervenuta	2.1%	1.5%	2.0%	2.0%
Totale	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

⁽¹²⁾ Le due grandezze di cui si fa il rapporto non sono del tutto omogenee, poiché i diplomati sono *residenti* nella regione, mentre gli iscritti sono *in atenei della Regione* e possono provenire da altre regioni. Ovviamente il rapporto è zero per le regioni in cui non ci sono corsi di laurea della classe 32. Nonostante tale disomogeneità, l'indicatore è significativo ai nostri fini.

sentano un divario tra Nord e Sud, all'incirca di un fattore un po' più grande di 2, ed è il prodotto di tale divario in questi due indicatori che porta alla differenza di un fattore circa 5 che si vede nelle Tabelle 2.2 e 2.3 per quanto riguarda l'indice di partecipazione. Il valore molto alto che si ha per il Lazio del rapporto immatricolati/popolazione richiederebbe un supplemento di indagine, per vedere se gli iscritti negli atenei del Lazio provengono effettivamente dalla regione stessa (nel qual caso sarebbe un dato interessante) o da altre regioni e quali.

Nella Tabella 2.5, per ciascuna regione di residenza, si riportano:

- la percentuale dei partecipanti residenti in regione rispetto al totale dei partecipanti;
- la percentuale dei primi 200 classificati che risiedono in regione;
- la percentuale dei primi 100 classificati che risiedono in regione;
- la percentuale dei primi 50 classificati che risiedono in regione (che corrisponde essenzialmente alla percentuale dei *vincitori* della borsa residenti in regione).

Come si è già visto nella Tabella 2.1, le percentuali più alte di partecipanti sono in Lombardia e nel Lazio, ma la cosa più significativa è che nelle regioni del Nord la percentuale nelle fasce alte della graduatoria è maggiore della percentuale dei partecipanti, mentre per le regioni del Sud, in particolare per Campania e Sicilia, accade il contrario. Questo fenomeno è visibile in modo più sintetico e chiaro nella Tabella 2.6, in cui

TABELLA 2.6 – INDAM 2006 – Ripartizione percentuale per macro area regionale di residenza di tutti i partecipanti – dei primi 200 – dei primi 100 – dei primi 50 della graduatoria.

Macro Aree Regionali	% per regione di residenza			
	tutti i partecipanti	primi 200	primi 100	primi 50
Nord-Ovest	28%	40%	46%	48%
Nord-Est	22%	31%	28%	22%
Centro	26%	16%	17%	24%
Sud	15%	8%	5%	4%
Isole	7%	5%	2%	0%
non pervenuta	2%	2%	2%	2%
Totale	100%	100%	100%	100%

si riportano gli stessi dati della Tabella 2.5, però suddivisi per macro area regionale di residenza. Solamente il 4% dei primi 50 classificati risiede in una regione del Sud e solamente il 24% al Centro. Solamente il 7% dei primi 100 classificati risiede in una regione del Sud o delle Isole e solamente il 17% al Centro.

Il fenomeno si dovrebbe chiarire ulteriormente osservando le Tabelle 2.7 e 2.8, nelle quali sono riportati, per diverse fasce di graduatoria, i rapporti tra il numero di residenti nell'area che si trovano nella fascia e il numero di diplomati nell'anno scolastico 2005/06, che, come abbiamo detto, abbiamo preso come indicatore di popolazione scolastica. In particolare, il rapporto fra il numero di residenti nell'area che si trovano fra i primi 100 posti della graduatoria INDAM e l'indicatore

TABELLA 2.7 – INDAM 2006 – Rapporto tra i numeri di partecipanti e l'indicatore di popolazione scolastica, per macro area regionale di residenza.

Macro Aree Regionali	numeri per macro area di residenza/diplomati *10.000			
	tutti i partecipanti	primi 200	primi 100	primi 50
Nord-Ovest	22.63	8.79	5.05	2.64
Nord-Est	23.63	9.16	4.14	1.62
Centro	18.68	3.08	1.69	1.19
Sud	8.76	1.18	0.39	0.16
Isole	7.78	1.43	0.32	0.00

TABELLA 2.8 – INDAM 2006 – analisi del rapporto fra primi 100 in graduatoria e l'indicatore di popolazione scolastica regionale.

Macro Area Regionale	Residenti nella macroregione tra i primi 100	(rapporto tra il numero della colonna precedente e il numero di diplomati) *10.000	colonna precedente, con "Isole" normalizzate a 1
Nord-Ovest	46	5.05	15.92
Nord-Est	28	4.14	13.03
Centro	17	1.69	5.32
Sud	5	0.39	1.24
Isole	2	0.32	1

di popolazione scolastica ci pare particolarmente significativo e lo chiameremo *indice di successo INDAM* dell'area. Tale indice è il numero che si trova nella quarta colonna della Tabella 2.7 e si vede che nel Nord è più di 10 volte quello del Sud e delle Isole.

In particolare, la Tabella 2.8 dice che nel Nord-Ovest la percentuale di studenti eccellenti in matematica rispetto alla popolazione è circa 16 volte maggiore che nel Sud e nelle Isole.

3. – Le medaglie assegnate nelle Olimpiadi della Matematica

Il progetto “Olimpiadi della Matematica”⁽¹³⁾, coordinato da una Commissione Scientifica Nazionale nell'ambito delle attività dell'Unione Matematica Italiana, realizza gare di matematica destinate ai ragazzi e alle ragazze delle scuole superiori di tutta Italia. La prima fase delle gare (Giochi di Archimede), a cui partecipano ogni anno più di 300.000 ragazzi e ragazze, si svolge a livello di istituto scolastico e intende promuovere in generale l'attenzione dei giovani verso la matematica. I migliori studenti di ogni istituto accedono a gare provinciali, in base alle quali vengono scelti complessivamente circa 300 concorrenti per la gara finale nazionale delle Olimpiadi di Matematica. Tale selezione viene fatta tenendo conto delle abilità mostrate dai concorrenti nella risoluzione di problemi di matematica, ma anche cercando di garantire una partecipazione ragionevolmente equilibrata di studenti di tutte le regioni italiane. I primi classificati nella gara finale (circa 25) vengono premiati con una medaglia d'oro. I successivi 50 circa ricevono una medaglia d'argento e infine i successivi 75, in modo da arrivare circa fino a metà classifica, ricevono una medaglia di bronzo. Tutti coloro che totalizzano il massimo dei punti in almeno uno dei problemi assegnati nella prova ricevono una menzione d'onore. Alcuni tra i migliori classificati vengono infine scelti per partecipare alle Olimpiadi Internazionali, nelle quali l'Italia ha ottenuto negli ultimi anni diverse medaglie e si è classificata in buone posizioni.

In questo articolo presentiamo alcuni dati relativi alla fase nazionale del 2007 (anno scolastico 2006/07), che si è tenuta a Cesenatico. La

⁽¹³⁾ <http://olimpiadi.ing.unipi.it/index.php>; <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Giochi/archimede.html>

TABELLA 3.1 – Olimpiadi Matematica 2007 – La popolazione: numeri di partecipanti alla finale, per macro area regionale di residenza, e rapporto con il numero dei diplomati (come indicatore di popolazione scolastica).

Macro Aree Regionali	Partecipanti per macro area di residenza	%	Diplomati 2005-06	(partecipanti/diplomati)* 100.000
Nord-Est	68	23%	67.702	100.4
Nord-Ovest	72	24%	91.043	79.1
Centro	75	25%	100.639	74.5
Sud	53	18%	126.675	41.8
Isole	32	11%	63.004	50.8
Totale	300	100%	449.063	66.8

Tabella 3.1 presenta la distribuzione territoriale dei partecipanti. Nella seconda e terza colonna, per ciascuna macro area regionale di residenza, sono riportati il numero di partecipanti e la percentuale sul totale. Nella quarta colonna si trova il numero di diplomati nell'anno scolastico 2005/06. Nell'ultima colonna è indicato infine il numero di partecipanti per 100.000 diplomati nella macro area regionale. Dalla tabella si vede che la proporzione dei partecipanti rispetto alla popolazione scolastica è maggiore nel Nord, dove è circa doppia che nelle Isole.

Nella Tabella 3.2, per ciascuna macro area regionale di residenza, si riportano:

- il numero e la percentuale dei partecipanti residenti nella macro area regionale;
- il numero e la percentuale dei vincitori di una medaglia (d'oro, d'argento o di bronzo) residenti nella macro area regionale;
- il numero e la percentuale dei vincitori di una medaglia d'oro residenti nella macro area regionale.

Si osserva che tra i vincitori di medaglie solamente il 9% risiede nel Sud (mentre i partecipanti del Sud sono stati il 18%) e solo il 5% risiede nelle Isole (mentre i partecipanti delle Isole sono stati l'11%). Inoltre, nessun residente delle isole risulta vincitore di una medaglia d'oro.

TABELLA 3.2 – Olimpiadi Matematica 2007 – La distribuzione geografica delle medaglie, per macro area regionale

Macro Aree Regionali	Partecipanti per macro area di residenza		Medaglie oro + argento + bronzo per macro area		Medaglie d'oro per macro area	
	Numero	%	Numero	%	Numero	%
Nord-Est	68	23%	47	31%	6	23%
Nord-Ovest	72	24%	46	31%	13	50%
Centro	75	25%	37	25%	5	19%
Sud	53	18%	13	9%	2	8%
Isole	32	11%	7	5%	0	0%
Totale	300	100%	150	100%	26	100%

La situazione risulta ancora più chiara prendendo in esame il rapporto tra il numero di medaglie e il numero di diplomati. In particolare, ci pare particolarmente significativo il rapporto tra il numero di residenti nell'area che hanno ottenuto medaglie di qualsiasi tipo (oro, argento o bronzo) e l'indicatore di popolazione scolastica. Proponiamo di chiamare questo rapporto *indice di successo nelle Olimpiadi di matematica* dell'area. Tale indice è il numero che si trova nella quinta colonna della Tabella 3.3 e si vede che nel Nord è circa sei volte quello del Sud e delle Isole. Se avessimo considerato solo le medaglie d'oro il divario sarebbe stato ancora maggiore.

TABELLA 3.3 – Olimpiadi Matematica 2007 – Numeri di medaglie, in rapporto alla popolazione, per macro area regionale.

Macro Aree Regionali	Diplomati 2005-06	Partecipanti	Partecipanti/ diplomati *100.000	Medaglie oro, argento, bronzo/ diplomati *100.000	Medaglie d'oro/diplomati *100.000
Nord-Est	67.702	68	100.4	69.4	8.9
Nord-Ovest	91.043	72	79.1	50.5	14.3
Centro	100.639	75	74.5	36.8	5.0
Sud	126.675	53	41.8	10.3	1.6
Isole	63.004	32	50.8	11.1	0.0
Totale	449.063	300	66.8	33.4	5.8

4. – Il divario Nord Sud e i voti scolastici

Completiamo la nostra discussione del divario Nord Sud per quanto riguarda i livelli più alti della scuola secondaria, con una breve analisi di come tale divario non appare nei voti scolastici.

Abbiamo già osservato nell'introduzione che i dati diffusi nel luglio 2007 dal Ministero della Pubblica Istruzione dicono che "Il 44% degli studenti ammessi con debito alle classi delle superiori ha un debito in matematica", *con una distribuzione uniforme* da Nord a Sud. Se ne potrebbe dedurre che il problema dell'ignoranza della matematica è ugualmente distribuito tra Nord e Sud. Questa conclusione è probabilmente corretta se si considera il problema in termini relativi al contesto sociale e geografico, ma non è corretta in termini assoluti, perché, come abbiamo contribuito a mostrare anche qui, il divario Nord-Sud è molto netto. Gli stessi dati appena citati dicono anche che la percentuale più alta di studenti con debito in matematica, e cioè con un voto non sufficiente, si trova nei licei scientifici (51% circa), mentre la percentuale più bassa si trova nei licei classici e negli istituti professionali (41% circa). Questo potrebbe far pensare che gli studenti dei licei scientifici conoscono la matematica peggio dei compagni delle altre scuole, ma è noto da altre indagini che non è così: il punto è che nei licei scientifici si richiede un livello maggiore di competenze per ottenere la sufficienza.

Una situazione analoga si ha anche per i voti negli esami di Stato, i quali, come si è già detto nell'introduzione, non sembrano corrispondere ai dati che si hanno da altre fonti. Per fare solo un esempio abbiamo analizzato alcuni dati ricavati dal rapporto [8] del CISIA⁽¹⁴⁾ sul test di ingresso somministrato nel 2006 dai corsi di laurea in ingegneria in molte università italiane. Tale test comprendeva diverse sezioni, due delle quali di matematica. La prima di tali sezioni, deno-

⁽¹⁴⁾ Il Centro Interuniversitario per l'accesso alle Scuole di Ingegneria e Architettura (<http://www.cisiaonline.it/>) è un organismo pubblico promosso dalla Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Ingegneria (Co.P.I.) e dalla Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Architettura (C.P.A.). Il CISIA organizza e coordina le attività di orientamento in ingresso, nonché le prove di verifica, nelle facoltà aderenti.

TABELLA 4.1 – CISIA 2006 – Confronto tra voto di diploma e voto nel modulo MAT1 nel test CISIA 2006, per regione di residenza.

Regione	Studenti	Voto diploma	MAT1	VDIP/MAT1
Abruzzo	159	86,13	5,8	15
Basilicata	344	84,32	4,72	18
Calabria	1.456	87,29	3,28	27
Campania	2.664	84,78	3,68	23
Emilia Romagna	1.518	84,11	6,31	13
Friuli Venezia Giulia	570	82,56	6,49	13
Lazio	1.396	82,64	4,48	18
Liguria	122	89,45	6,44	14
Lombardia	965	80,28	5,74	14
Marche	191	86,21	6,35	14
Molise	114	86,09	5,16	17
Piemonte	1.800	81,99	4,99	16
Puglia	1.916	87,32	6,53	13
Sardegna	960	82,33	3,03	27
Sicilia	1.842	84,83	3,76	23
Toscana	1.671	84,5	7,26	12
Trentino Alto Adige	249	79,76	5,87	14
Umbria	424	86,34	6,04	14
Valle D'Aosta	67	77,19	4,21	18
Veneto	487	82,75	6,98	12
Nazionale	18.915	84,27	5,07	17

minata “MAT1”, era costituita da 20 domande di matematica “di base”. Nella Tabella 4.1, per ciascuna regione italiana, sono riportati:

- il numero di studenti, *residenti* nella regione, che hanno sostenuto il test presso qualche ateneo consorziato;
- il voto medio nell’esame di Stato di tali studenti;
- il voto medio nella sezione “MAT1” del test;
- il rapporto fra voto medio di diploma e voto medio nella sezione “MAT1”.

Come si vede dalla tabella, tale rapporto varia tra il valore massimo 27 di Calabria e Sardegna (si noti anche il valore 23 per Sicilia e Campania) e il valore minimo 12-13 di Toscana, Veneto, Friuli-Venezia Giulia, Emilia Romagna, Puglia. Un valore alto del rapporto sta a indicare una sopravvalutazione del voto dell'esame di Stato rispetto alla valutazione del modulo di matematica 1 nel test. La forte variabilità del rapporto rende evidentemente poco utilizzabile il voto dell'esame di Stato come indicatore della competenza matematica e, viene da supporre, anche di altre competenze specifiche.

5. – Conclusioni

Ci pare che i dati e le analisi che abbiamo fornito siano più che sufficienti per mostrare la necessità di indagini e riflessioni mirate e sistematiche sulle conoscenze matematiche degli italiani, collegate con interventi e incentivi per il miglioramento. Non è questo il luogo dove discutere come impostare indagini sulle conoscenze matematiche degli italiani, poiché questo richiederebbe troppo spazio. Per una prima analisi e alcune proposte su tale questione si fa riferimento a [9]. Per quanto riguarda invece i possibili interventi per migliorare la situazione e sviluppare l'apprendimento della matematica a tutti i livelli, in particolare nelle regioni del Sud e nelle Isole, si fa riferimento ancora a [9] e inoltre a [10] per l'aspetto specifico dello sviluppo professionale continuo degli insegnanti.

Riteniamo che nel nostro paese siano disponibili le competenze e le risorse umane per progettare e realizzare il sistema di azioni necessario, e anche le risorse finanziarie, ma ci sembra mancare un'ideale politica di coordinamento da parte di chi avrebbe l'autorevolezza e il potere di farlo.

Ringraziamenti. – Si ringrazia l'Istituto Nazionale di Alta Matematica per aver cortesemente messo a disposizione i dati necessari alla presente indagine, e in particolare si ringraziano i Presidenti Corrado De Concini e Vincenzo Ancona e la signora Gabriella Galati. Si ringrazia il Progetto Olimpiadi Di Matematica, in particolare il dottor Michele Barsanti, per i dati sulle medaglie assegnate nelle fasi finali nazionali delle Olimpiadi 2007.

BIBLIOGRAFIA

- [1] PISA 2006 - Science Competencies for Tomorrow's World. http://www.oecd.org/document/2/0,3343,en_32252351_32236191_39718850_1_1_1_1,00.html
- [2] INValSI: *Risultati di PISA 2006 - Un primo sguardo d'insieme*. Dicembre 2007.
http://www.invalsi.it/download/pdf/pisa06_Primirisultati_PISA2006.pdf
- [3] M. BRATTI, D. CHECCHI, A. FILIPPIN: *Da dove vengono le competenze degli studenti?* Il Mulino, 2008.
- [4] M. BRATTI, D. CHECCHI, A. FILIPPIN: *Territorial Differences in Italian Students' Mathematical Competencies: Evidence from PISA 2003*. IZA DP No. 2603
- [5] *Quaderno bianco sulla Scuola*. MEF e MPI. Settembre 2007.
http://www.pubblica.istruzione.it/news/2007/allegati/quaderno_bianco.pdf
- [6] P. CIPOLLONE, P. SESTITO (2007): *Quanto imparano gli Studenti Italiani: i Divari Nord-Sud*, mimeo.
- [7] P. CIPOLLONE, G. BARBIERI: *Alle radici delle disuguaglianze future: i differenziali di capacità cognitive tra i quindicenni italiani*, in C. Saraceno e A. Brandolini *Povertà e benessere. La geografia delle disuguaglianze in Italia*. Il Mulino, 2007.
- [8] CISIA : I risultati delle prove di ingresso 2006.
http://www.cisiaonline.it/uploads/volumeCISIA2006_hd.pdf
- [9] G. ANZELLOTTI: *La questione "matematica" nella scuola italiana*. Rivista dell'Istruzione – Scuola e autonomie locali. n. 5, 2008.
- [10] G. ANZELLOTTI, F. MAZZINI: *Formazione degli insegnanti e ricerca didattica finalizzata per le discipline scientifiche e tecnologiche*. Rivista dell'Istruzione-Scuola e autonomie locali. n. 4, 2007.

Gabriele Anzellotti,
Dipartimento di Matematica e Facoltà di Scienze
Università di Trento
e-mail: gabriele.anzellotti@unitn.it

Francesca Mazzini,
Progetto Lauree Scientifiche,
Orientamento e Formazione Insegnanti Matematica
e-mail: mazzini@science.unitn.it

