
La Matematica nella Società e nella Cultura

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ROBERTO CATANUTO

Un'analogia formale tra l'ottica geometrica e il routing ottimale nelle reti wireless di tipo multihop

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 1 (2008), n.2 (Fascicolo Tesi di Dottorato), p. 267–269.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2008_1_1_2_267_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2008_1_1_2_267_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Un'analogia formale tra l'ottica geometrica e il *routing* ottimale nelle reti wireless di tipo *multihop*

ROBERTO CATANUTO

1. – Argomento della tesi.

Inizialmente, è stata studiata la vasta letteratura presente in materia per conoscere meglio le problematiche più attuali in questo settore. Dopo di ciò si è concentrata l'attenzione sulla possibilità di definire un protocollo di routing (responsabile della scelta del cammino che deve seguire l'informazione per andare dalla sorgente alla destinazione) per reti *wireless multihop* che sfrutti analogie con schemi derivati da altri settori della scienza. In natura esistono infatti delle grandezze che in certi sistemi fisici assumono valori estremi: basti ricordare il caso della teoria elettrostatica o dell'ottica geometrica.

Nel caso presente è stato sfruttato il noto teorema di *Fermat* per l'ottica geometrica, in base al quale i raggi ottici, in un mezzo con indice di rifrazione variabile, percorrono i cammini che rendono minima una grandezza detta "lunghezza ottica". Mediante l'opportuna sostituzione dell'indice di rifrazione per l'ottica con una funzione detta *di costo* per il routing nella rete, si prova che si può definire un cammino di costo minimo per i pacchetti di informazione tra i nodi sorgente e destinazione, mantenendo l'analogia formale con il modello variazionale originale.

2. – Contributo originale.

Nell'ambito evidenziato nel punto precedente l'attività di ricerca si è concentrata sulle suddette reti *wireless multihop*, cioè quel tipo di reti nelle quali il trasferimento dell'informazione avviene senza fili e mediante l'utilizzo di nodi intermedi tra la sorgente e la destinazione.

L'utilizzo di tali reti è una scelta obbligata quando i nodi vengono depositi in un'area priva di una vera e propria infrastruttura per la comunicazione. Infatti, in casi di questo tipo, lo scambio di informazioni può avvenire solo utilizzando il mezzo *wireless* e se, in aggiunta, la sorgente e la destinazione sono lontani l'una dall'altra, i nodi intermedi devono anche fungere da ripetitori.

Il lavoro svolto si è principalmente focalizzato su scenari di reti *wireless multihop* contenenti un numero così elevato di nodi che oltre alla consueta descrizione *microscopica* emerge una nuova visione *macroscopica* della rete, che, pur non così

dettagliata come la precedente, contiene abbastanza informazioni ai fini dello studio e conseguentemente dell'ottimizzazione di tale tipo di reti.

In questo contesto, si è fatto un uso esteso della possibilità di descrivere i cammini dei pacchetti in termini di curve geometriche le quali, a loro volta, vengono poi ottimizzate per soddisfare i bisogni dell'utente. Più in dettaglio, il lavoro di tesi è organizzato secondo la seguente struttura:

- viene formalizzata l'analogia tra le leggi della geometria ottica e il routing nelle reti *wireless multihop* in uno schema generale. Più esattamente, viene specificato l'equivalente nell'ambito delle reti della *equazione eikonale*, fondamentale nell'ottica geometrica;
- vengono proposte alcune metodologie per il calcolo della funzione di costo, che ha lo scopo di indicare quale sia la quantità di risorse spesa dalla rete per la consegna dei pacchetti a destinazione;
- vengono applicate tali metodologie a due importanti tipi di reti: *a banda limitata* e *ad energia limitata*;
- questi risultati, infine, vengono anche supportati da simulazioni numeriche, allo scopo di fornire una comprensione grafica del modo in cui i nodi possono trasportare informazione attraverso la rete dalla sorgente alla destinazione.

Parte di questo lavoro è stata svolta durante un periodo di ricerca all'estero in collaborazione con il Dr. S. Toumpis dell'Università di Cipro.

3. – Risultati pubblicati.

Il lavoro di ricerca è stato raccolto nelle pubblicazioni [1, 2, 3, 4], che illustriamo brevemente qui di seguito:

- in [1], gli autori propongono uno schema per la valutazione del percorso ottimo in reti *wireless multihop* che sfrutti analogie con la geometria ottica; in particolare, viene definita una funzione di costo per misurare quanto viene speso dalla rete, in ogni sua regione, per l'inoltro dei pacchetti. Questa funzione viene definita facendo uso della densità dei nodi in ogni punto della rete. Tale schema viene anche confermato con simulazioni numeriche;
- in [2], sfruttando in certo modo lo schema già avanzato nel lavoro in [1], vengono qui affrontati alcuni aspetti importanti allo scopo di ottenere un vero e proprio protocollo di routing per reti *wireless multihop*: per es., viene discusso il problema della scoperta del cammino da parte del nodo sorgente, considerando anche casi complessi dove i percorsi basati sull'analogia con la geometria ottica si auto-intersecano oppure non riescono a fornire una copertura della rete in maniera abbastanza soddisfacente; inoltre, viene qui proposta l'analogia tra routing in reti *wireless multihop* e la geometria ottica con un approccio fondato sulla programmazione dinamica. Tale metodo ha il vantaggio di mostrare su base formale una interessante

analogia tra i percorsi derivati dall'analogia con la geometria ottica e quelli derivati dal tradizionale algoritmo di routing per i cammini minimi, detto di Bellman-Ford;

- in [3], viene fondamentalmente esteso e particolareggiato in alcuni casi pratici lo schema proposto nei due lavori precedenti, con alcune sostanziali modifiche che di fatto vengono poi discusse estesamente nel lavoro di tesi; riportiamo qui un esempio di funzione di costo usata per gli scopi del lavoro:

$$(1) \quad c(\mathbf{r}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d\mathbf{c}(\varepsilon)}{\mathbf{c}_{\text{nominal}} \times \varepsilon}.$$

si rimanda alla bibliografia per una descrizione più dettagliata;

- in [4], gli autori raccolgono, a titolo di *review*, i risultati e le prospettive dettati dai precedenti lavori

BIBLIOGRAFIA

- [1] R. CATANUTO and G. MORABITO, *Optimal Routing in Dense Wireless Multihop Networks as a Geometrical Optics Solution to the Problem of Variations*, Proc. of IEEE ICC, Istanbul (Turkey) (2006).
- [2] R. CATANUTO, G. MORABITO and S. TOUMPIS, *Optical Routing in Massively Dense Networks: Practical Issues and Dynamic Programming Interpretation*, Proc. of IEEE ISWCS, Valencia (Spain) (2006).
- [3] R. CATANUTO, G. MORABITO and S. TOUMPIS, *Opti{c,m}al: Optical/Optimal Routing in Massively Dense Wireless Networks*, Proc. of IEEE INFOCOM, Anchorage (Alaska), (2007).
- [4] R. CATANUTO, G. MORABITO and S. TOUMPIS, *On Asymptotically Optimal Routing in Large Wireless Networks by Analogy to Geometrical Optics*, submitted to Computer Networks (2008).

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Catania
e-mail: catanuto@dmf.unict.it

Dottorato in Matematica per la Tecnologia
(sede amministrativa: Università di Catania) - Ciclo XIX
Direttore di ricerca: Prof. G. Morabito, Università di Catania

