I Grandi Matematici Italiani online

CORRADO SEGRE

CORRADO SEGRE

Commemorazione del socio nazionale Giuseppe Veronese

Rend. R. Acc. Naz. Lincei, Vol. **26** (1917), p. 249–258 in: Corrado Segre, Opere, a cura della Unione Matematica Italiana, Volume IV, Edizione Cremonese, Roma, 1963, p. 474–486

 $<\! http://www.bdim.eu/item?id\!=\! GM_Segre_CW_4_474 >$

LXXXVII.

COMMEMORAZIONE DEL SOCIO NAZIONALE GIUSEPPE VERONESE

« Atti della Reale Accademia dei Lincei», Rendiconti; classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, serie quinta, vol. XXVI, 1917 - 2º semestre, pp. 249-258.

GIUSEPPE VERONESE nacque a Chioggia il 7 maggio 1854 da Antonio, modesto pittore decoratore, e da Ottavia Duse (1). Ancora giovinetto, mostrava una spiccata inclinazione per il disegno e per la pittura. Ma la mancanza a Chioggia di valenti maestri, e le condizioni disagiate della famiglia, gli tolsero di seguire quella via. Gli rimase però sempre un grande amore per l'arte; e nel seguito della sua vita, appena gli fu possibile, pur fra le altre sue occupazioni, studiò pittura, e fu, per suo diletto, pittore, e specialmente ritrattista non spregevole.

Percorse a Chioggia le scuole tecniche, e a Venezia l'istituto tecnico, dando prova di raro ingegno, apprezzato altamente dai suoi maestri, tra cui, a Venezia, il noto matematico PIETRO CASSANI. Per compire quegli studì dovette procurarsi i mezzi col proprio lavoro, copiando e dando lezioni (2). Accettò poi (1872) di andare a Vienna,

⁽⁴⁾ Cugina della grande attrice Eleonora Duse. Tolgo alcune delle notizie biografiche che seguono da un articolo dell'ing. C. Bullo pubblicato nel 1904, nell'occasione della nomina di Veronese a Senatore. Ringrazio l'amico prof. Levi Civita per avermi comunicato quell'articolo e qualche altro utile elemento.

⁽²⁾ Nella prefazione all'estratto della sua Memoria sull'esagramma di PASCAL (vedi l'elenco alla fine di questo scritto, nº 2), VERONESE ringrazia il conte NICOLÒ PAPADOPOLI e il suo agente generale, che contribuirono generosamente, in molte occasioni, alla sua educazione. Ed è bello vedere come, molti anni dopo, in gennaio 1911, nel cedere la presidenza dell'Istituto Veneto allo stesso conte PAPADOPOLI, VERONESE si compiacque di ricordare quest'obbligo di gratitudine, che mai non si era cancellato dall'animo suo (Atti Ist. Veneto, 70, 1910-1911, p. 28).

come impiegato presso un'impresa per la sistemazione del Danubio, e disegnatore per l'esposizione mondiale di Vienna del 1873. Ma dopo un anno lasciò quel posto per ritornare agli studì recandosi al Politecnico di Zurigo, a cui da molto tempo aspirava; e in quella città visse, per ragioni di economia, fra gli operai. Da prima frequentò nel Politecnico la Sezione meccanica. Poi, riconoscendo che gli studì pratici non lo interessavano, e che invece era la Matematica pura che lo attraeva, nell'estate 1875 chiese ed ottenne da W. FIEDLER di passare nella Sezione matematica (3).

Così egli si trovò in un ambiente adatto per elevarsi negli studî, sotto un dotto maestro quale era il FIEDLER. Principalmente si sentiva portato verso la geometria sintetica, projettiva, quale appunto insegnava il FIEDLER, o come trovava svolta, ad esempio, nelle lezioni di STEINER pubblicate dallo SCHRÖTER (4). In questo indirizzo egli si occupò allora di alcuni semplici teoremi, specialmente sulle coniche, che qualche anno dopo pubblicò (n⁰ 3) nel Giornale di BATTAGLINI, sotto forma di enunciati, la cui dimostrazione è presentata come esercizio ai giovani lettori.

Ma una ricerca di maggior momento gli si presentava. La configurazione delle 60 rette di PASCAL relative ai 60 esagoni semplici, che hanno i vertici in 6 punti di una conica, gode di proprietà notevolissime, che han condotto successivamente a considerare altri punti e altre rette; ed era stata rilevata da Hesse nel 1868 (Crelle, 68, p. 193) una corrispondenza fra le 60 rette di Pascal e i 60 punti di Kirkman, e quindi poi fra i 20 punti di Steiner e le 20 rette CAYLEY-SALMON, come pure fra le 15 rette di STEINER e i 15 punti di Salmon; la quale presenta, per quel che riguarda i detti elementi, i caratteri di una reciprocità. HESSE si era posta la domanda, se quella corrispondenza provenisse da una polarità; ma non era riuscito a rispondervi in modo esauriente. Schröter, nelle citate jezioni di Steiner, tra le questioni proposte al lettore, aveva presentato (a p. 218) appunto il quesito di vedere se quella corrispondenza sia contenuta in una polarità, od almeno in una reciprocità del piano.

VERONESE, leggendo l'enunciato di questo problema, si propose di risolverlo, e di trattarne in una conferenza che doveva tenere

⁽³⁾ Queste notizie son tratte da alcune lettere di Veronese al Cremona (di cui dirè in seguito), la cui conoscenza debbo all'amico prof. Castelnuovo.

⁽⁴⁾ Vorlesungen über synthetische Geometrie, 2er Theil, 2e Auflage, Leipzig 1876.

nel Seminario matematico del Politecnico. Fu così condotto ad approfondire la configurazione dell'esagramma, e a preparare quel lavoro che, poi, completato, doveva rivelare il suo nome al mondo scientifico.

Per quel che riguarda la questione di Hesse e Schröter, si ottiene una risposta negativa, che deriva dalla scoperta che Veronesse fa, entro la figura dell'esagramma, di 6 configurazioni parziali π , ognuna delle quali è composta di 10 rette di Pascal e dei 10 punti di Kirkman corrispondenti : una configurazione (10)₃, in cui i punti e le rette corrispondenti sono omologhi in una polarità. Ora dalle 6 figure π si hanno così 6 polarità diverse. La distribuzione dei varì elementi dell'esagramma nelle 6 figure π di Veronese è di notevole importanza; essa serve ad illuminare in modo nuovo e più completo tutta la configurazione.

Diciamo subito che il giovane geometra scoprì in questa varie altre proprietà. Citiamo solo l'esistenza di una successione infinita di configurazioni (60)₃ di 60 rette z e 60 punti Z, le quali, senz'essere configurazioni di Pascal, hanno proprietà analoghe a quelle delle 60 rette di Pascal e dei 60 punti di Kirkman, e si comportano come questi elementi coi 20 punti di Steiner e colle 20 rette Cayley-Salmon del dato esagramma (vale a dire, a tre a tre, i punti Z di una di quelle configurazioni sono sulle 20 rette Cayley-Salmon e le rette z passan per i 20 punti Steiner).

Nell'estate del 1876 VERONESE scriveva al CREMONA esprimendogli il desiderio di compire i suoi studì nell'Università di Roma, ove allora insegnavano CREMONA e BATTAGLINI. Chiedeva di essere ammesso al 4º anno di corso per la laurea in Matematica, ed annuziava di poter presentare come dissertazione di laurea un lavoro sull'esagramma di PASCAL, che al FIEDLER era parso interessante. CREMONA esaminò il lavoro di VERONESE, e ne ebbe un'impressione favorevole (5), tanto che non solo la domanda di lui fu accolta, ma egli, ancora un anno prima della laurea, e cioè nel novembre 1876, fu nominato assistente alla cattedra di Geometria projettiva e descrittiva (occupata allora all' Università di Roma dal prof. Salvatore Dino).

⁽⁵⁾ Com'è ben noto, CREMONA, per verificare quei risultati, che VERONESE otteneva principalmente con successive considerazioni di triangoli omologici, ricorse alla superficie cubica dotata di punto doppio, le cui 15 rette non passanti per quel punto doppio formano una configurazione spaziale analoga a quella dei 15 lati dell'esagramma.

In quell'ufficio rimase per quattro anni (prestando anche nel 1879-80 il servizio militare).

Il lavoro sull'esagramma fu presentato all'Accademia dei Lincei dal Battaglini nell'aprile 1877, e pubblicato fra le Memorie (nº 2) (6). Poco dopo il Fiedler ne riportava i principali risultati in un'apposita nota della sua 4ª edizione delle Coniche del Salmon (7); e una lunga esposizione ne faceva Giusto Bellavitis nella 14ª delle sue Riviste di giornali, lodando il lavoro come « veramente profondo e degno d'encomio » (8).

Qualche anno dipoi i volumi dei Lincei accoglievano un altro lungo lavoro del Veronese (nº 5), sopra alcune notevoli configurazioni nel piano e nello spazio (9). Si compone di due Memorie. Nella 1ª, fissate due coniche o quadriche, si prendono, nell'omografia che è il prodotto delle polarità rispetto ad esse, i successivi trasformati di un punto, o di una retta, ecc.; e si studiano le particolarità che essi presentano, specialmente nel caso che l'omografia risulti ciclica, il che dà luogo a particolarità nella posizione reciproca delle due coniche o quadriche. Le equazioni di queste, riferite al triangolo o tetraedro polare comune, facilitano la ricerca. Bisogna riconoscere che qui, come poi in qualche lavoro posteriore, il Veronese non seppe sceverare varie cose che si potevan riguardare come sostanzialmente note, o come troppo ovvie, o di scarso interesse, da altre che sono veramente importanti. Fra queste ultime van messi i nuovi risultati sulle terne di tetraedri, che egli chiama fasciali, e che C. STÉPHANOS aveva chiamati desmici. La 2ª Memoria approfondisce appunto quei tetraedri, e le superficie del 4º ordine che fanno fascio con essi, ottenendone nuove interessanti proprietà.

L'anno 1880-81 VERONESE fu a Lipsia, a fruire di un posto di perfezionamento che aveva ottenuto. Insegnava allora in quell'Università F. KLEIN; e fu questi che esercitò su di lui una speciale

⁽⁶⁾ V. anche la Nota 1 dell'elenco, contenente un breve sunto della Memoria fatto dall'Autore. La segue subito una Nota di CREMONA, che enuncia il metodo di deduzione per mezzo della superficie cubica, testè accennato (poi svolto ampiamente nelle Mem. Acc. Lincei, (3) 1, 1876-77, pp. 854-874).

⁽⁷⁾ Anal. Geom. der Kegelschnitte, 1878, p. 688.

⁽⁸⁾ Atti Ist. Veneto, (5) 4, 1877-78, pp. 359-384.

⁽⁹⁾ Nell'aprile 1880 il BATTAGLINI aveva presentato, per i Transunti, la Nota (4) in cui si trovano enunciati gran parte dei risultati della Memoria (5) (presentata poi dal CREMONA nel gennaio 1881).

L'estratto della (5) è dedicato alla memoria di Bellavitis.

impressione, e che gli fu largo (come VERONESE scrisse) di ogni sorta di consigli e d'indirizzi. Frutto di quell'anno fu, anzitutto, la celebre Memoria (nº 8)(¹º), pubblicata in tedesco nel vol. 19º dei Mathematische Annalen, che fa epoca nella storia della geometria projettiva degli spazi superiori.

Com'è noto, si avevano già da tempo numerose ricerche di geometria iperspaziale (11). Lasciando da parte l'indirizzo metrico differenziale che si riattacca specialmente a Riemann, e guardando solo all'indirizzo projettivo e in particolare agli enti algebrici, eran noti varî risultati staccati; come taluni della grande terna di geometri inglesi, Cayley, Sylvester, Salmon, a cui più tardi s'aggiungeva Clifford; altri della scuola tedesca che si riattacca a Plücker, Grassmann e Clebsch, tra i quali si posson citare i lavori del norvegese S. Lie e quelli di Noether, Brill, Klein, Frahm, Voss; in Svizzera le ricerche di Schläfli; in Francia di Jordan e Halphen; in Italia di D'Ovidio. Ciò, limitandosi alle cose di maggior momento; e prescindendo anche da quei lavori, per esempio di Reye, che, pur senza usare locuzioni iperspaziali, indagavano problemi relativi, in sostanza, al campo che stiamo considerando.

Ma i fatti projettivi che s'imparano da quegli studi riguardano generalmente argomenti staccati. In essi gli spazi superiori son concepiti analiticamente; oppure i punti di quegli spazi non sono altro che enti geometrici dello spazio ordinario dipendenti da più parametri (così, ad esempio, per Cayley, Plücker, Halphen). Si procede con una certa timidezza. Pochi osano dire esplicitamente, come facevano Grassmann e Sylvester, che la scienza dell'estensione deve essere studiata negli spazi a quante si vogliano dimensioni!

Colla Memoria di Veronese si può dire che la geometria projettiva di questi spazi è per la prima volta organizzata e svolta sistematicamente, come scienza geometrica, e non come una specie di analisi travestita. Per Veronese gli elementi generatori degli spazi superiori non sono più elementi di natura qualsiasi, bensì i punti tali quali ce li immaginiamo nel nostro spazio; e con essi si formano le diverse varietà e corrispondenze, si opera con projezioni e sezioni, ecc., come nella geometria ordinaria. Vengono studiate le projettività; e con forme fondamentali delle varie specie riferite projettivamente

⁽¹⁰⁾ Preannunciata nelle Note n. 6 e 7.

⁽⁴¹⁾ V. più minuti particolari nell'introduzione storica del mio articolo Mehrdimensionale Räume, nella Encyklopädie der mathem. Wissenschaften,

si generano varietà algebriche molto generali, fra le quali poi l'Autore approfondisce parecchi casi speciali. Per le curve algebriche dello S_n (di cui già Brill e Noether, e poi più esplicitamente Clifford, avevan dato delle proprietà fondamentali), vengono assegnate formole generali che ne legano i caratteri, analogamente a quelle di Plücker e Cayley per le curve ordinarie.

Un altro grande merito del lavoro è l'aver introdotto l'uso sistematico della projezione di una conveniente figura iperspaziale sul piano o nello spazio ordinario, per ottenere le proprietà di una data figura del piano o dello spazio. Veronese rileva che può essere più facile, o più luminoso, lo studio della figura iperspaziale; e che inoltre questa figura, variamente projettata, può dare nel piano o nello spazio diverse sorta di enti geometrici. Questo metodo viene da lui applicato a talune configurazioni di punti, rette e piani; alle curve razionali d'ordine n (o minore), che l'Autore dimostra esser projezioni di quella appartenente ad S_n ; alle superficie rappresentabili sul piano mediante sistemi di curve d'ordine m (o minore), le quali risultano tutte projezioni di una notevole superficie d'ordine m^2 dello spazio di dimensione m (m+3)/2 (12).

Il procedimento usato è generalmente sintetico; ed è quello che, dopo la Memoria di Veronese, tenderà a prevalere nella Geometria projettiva iperspaziale.

Numerosissimi furono gli scritti, specialmente italiani, che vennero, subito dopo di questo, a completare od a proseguire le ricerche ivi contenute, e che contribuirono a provare ulteriormente l'importanza di quei metodi.

Possiamo mettere con essi due altri lavori dello stesso Veronese. Nell'uno $(n^0 \ 12) \ (^{13})$ si fa la Geometria descrittiva dello spazio a 4 dimensioni analogamente a quella dello spazio ordinario; e cioè la projezione centrale dello S_4 su S_3 , rappresentando rette, piani e spazi colle tracce e cogli elementi di fuga; poi la projezione ortogonale, ecc. Così Veronese dimostrava nel modo più intuitivo la possibilità di una geometria iperspaziale, i cui punti sono della

⁽⁴²⁾ Anche notiamo che da curve iperspaziali prive di punti singolari, con convenienti projezioni, l'Autore ottiene curve piane e sghembe dotate di singolarità.

⁽⁴³⁾ Presentato all'Ist. Veneto nel maggio 1882; ma già un anno prima l'Autore ne aveva comunicato i principali risultati nel Seminario matematico diretto dal Klein.

stessa natura che i punti ordinari (14). L'altro scritto (0 15) studia diffusamente quella notevolissima superficie del 40 ordine dello S_{5} , a cui poi fu dato il nome di Veronese e la V_{4}^{3} che l'accompagna. La superficie dà per projezione nello spazio ordinario la superficie romana di Steiner: della quale in tal modo il nostro geometra ritrova le proprietà (15).

Durante il soggiorno di Lipsia, Veronese scrisse un'altra Memoria (nº 9), voluminosa, per rispondere alla questione che l'Accademia delle scienze del Belgio aveva messa a concorso pel 1881: ossia l'estensione della teoria dell'esagramma di Pascal a curve e superficie superiori. Seguendo un concetto del Klein, l'A. rappresenta le sostituzioni su n lettere, e i gruppi di sostituzioni, prendendo un punto $(x_1 \dots x_n)$ di S_{n-1} , insieme con quelli che si traggono da esso facendo sulle sue coordinate le date sostituzioni. Approfondisce varie configurazioni a cui così si è condotti. Poi, posto n=6, i gruppi di sostituzioni fra i 6 vertici di un esagono di Pa-SCAL, che mutano in sè una retta di PASCAL, o un punto di STEINER, ecc., vengono colla detta rappresentazione a rispecchiarsi in configurazioni di punti di S_{n-1} , e quindi poi in varietà diverse, che si possono riguardare come analoghe, in certo senso, ai detti elementi dell'esagramma di Pascal. Tralasciamo, per brevità, altre rappresentazioni od estensioni di questo.

Era intanto venuto a mancare, nel novembre 1880, il Bellavi-Tis, che insegnava la Geometria analitica nell'Università di Padova. Messa la cattedra a concorso, il giovane Veronese vinceva la prova nell'ottobre 1881. Così un cultore dei più moderni indirizzi geometrici succedeva ad un acerbo critico degli stessi indirizzi (16).

^{(&}lt;sup>14</sup>) A quel lavoro si collega la breve Nota (nº 14) in cui, facendo la projezione centrale dell'intersezione di due V_3^2 coni di S_4 , si ottiene una costruzione semplice della superficie del 4º ordine a conica doppia, dei suoi piani tangenti, ecc.

⁽¹⁵⁾ Facendo invece due projezioni piane della superficie di S₅, l'una dal piano di 3 suoi punti, l'altra dal piano di una sua conica, si ottengono le corrispondenze biunivoche quadratiche fra i punti di due piani. Ma il ragionamento, con cui Veronese ha creduto di trarne la dimostrazione della scomponibilità di ogni trasformazione Cremoniana piana in un prodotto di trasformazioni quadratiche, non regge. (Cfr. la mia recensione di quel lavoro nel Jahrbuch der Fortschritte der Mathem., 16, 1884, p. 733).

⁽¹⁶⁾ Veggasi, ad esempio, l'ironico commento di Bellavitis allo scritto di Klein sulla Geometria non-euclidea, in Atti Ist. Veneto, (4) 2, 1872-73, p. 441; o la recensione di lavori del D'Ovidio (Atti Ist. Veneto, (5) 3, 1876-77, p. 196) nella quale vuol chiamare, insistentemente, «la geometria falsa» quella che in D'Ovidio é la «metrica projettiva»; e parla (p. 203) delle aberrazioni geometriche che son cominciate coll'opera di Lobacefski!

Colla cattedra di Geometria analitica VERONESE tenne, fino alla morte, per incarico, quella di Geometria superiore; e fu apprezzato dai suoi discepoli come insegnante efficace.

Fin dai primi tempi egli prese a svolgere, come corso libero, o nel corso di Magistero, una serie di lezioni elementari sui fondamenti della geometria a più dimensioni, partendo dai primi principî. Volendo lavorare su basi sicure, e fare della geometria sintetica, egli si trovò condotto ad analizzare e a rifare anche le prime proposizioni dell'ordinaria geometria elementare. Nacque così, come frutto di un assiduo lavoro di quasi 10 anni, un'opera di grande mole (nº 17), subito ristampata in tedesco (nº 21), il cui titolo, Fondamenti di geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee, esposti in forma elementare, mette in rilievo due fatti. L'uno è che si tratta della parte fondamentale, elementare, non delle parti più alte, della Geometria a più dimensioni. L'altro fatto, a cui alludono le varie « unità rettilinee », è che in questa opera, per la prima volta, si fa una Geometria che non si basa sul così detto assioma 5º d'Ar-CHIMEDE. Così a VERONESE spetta il vanto di avere dato, dopo la grande invenzione della Geometria non-euclidea, un secondo esempio di Geometria diversa da quella tradizionale: la Geometria non-Archimedea (17). I segmenti rettilinei che compaiono in questa Geometria possono essere, gli uni rispetto agli altri, infiniti o infinitesimi. Si ha una classe di numeri trasfiniti (diversi da quelli di G. CANTOR). La natura delicata dell'argomento, e un po' anche una certa oscurità e trascuranza nell'esposizione, hanno permesso che si elevassero dei dubbi sulla solidità dell'edifizio non-archimedeo di VERONESE. Ma i dilucidamenti forniti da questo e più ancora dal LEVI-CIVITA, e certamente anche il fatto che, più tardi, HILBERT per via analitica semplicissima ha pure mostrato la possibilità logica di una geometria non-archimedea, hanno fatto tacere le discussioni che s'eran sollevate al riguardo (18).

Molte altre cose originali s'incontrano nel libro dei *Fondamenti*. Così: una trattazione della corrispondenza biunivoca di uguaglianza delle figure, che esclude completamente l'uso del movimento; una definizione di rette parallele (come rette simmetriche rispetto ad un

 $^(^{47})$ Nella Memoria n^0 16 è minutamente analizzato il legame dell'assioma d'Archimede coi postulati della continuità.

⁽⁴⁸⁾ Su queste discussioni (e anche sulla questione di priorità) versano parecchie delle Note, che nell'elenco portano i nⁱ 19 e segg.

punto), che non esige la precedente cognizione del piano, e permette in compenso una dimostrazione della proprietà fondamentale del piano (che la retta congiungente due punti di questo giace in esso); tutto lo svolgimento fatto in modo da tener conto sì della geometria euclidea, come di quelle non euclidee.

Dai Fondamenti Veronese trasse poi, aiutato da Paolo Gazzaniga, il materiale per un trattato di Geometria elementare (nº 25), notevole sotto varî riguardi: sia per le originali trattazioni di alcune teorie fondamentali testè accennate, a cui qui vanno aggiunte anche la teoria dell'equivalenza (¹º) e quella delle proporzioni; e sia perchè in questo trattato, come già nei Fondamenti, l'analisi dei fatti che la Geometria trae dalla osservazione empirica, anzi che dal ragionamento, è spinta più innanzi di ciò che non si fosse fatto nei trattati elementari precedenti. L'opera, variamente presentata pei varî ordini di scuole, ha già avuto molte edizioni; e non è stata senza influenza sugli altri Elementi di geometria italiani.

Le pubblicazioni di cui abbiamo discorso avevano dato larga fama al Veronese, in Italia e fuori, procurandogli onori da parecchi corpi scientifici. Ma la scienza e l'insegnamento non bastavano alla sua attività. Egli volle anche dedicarsi alla vita pubblica; e fu, durante la 20^a legislatura, dal 1897 al 1900, deputato del Collegio di Chioggia; dal 1899 in poi consigliere comunale di Padova; nel marzo 1904 fu nominato senatore. In ambi i rami del Parlamento assiduo, studioso, pronunziò spesso discorsi apprezzati. Non solo patrocinava gl'interessi di Padova o di Chioggia; ma a tutte le questioni d'importanza per la nostra Italia egli s'interessava. Più specialmente, oltre che delle cose attinenti alla pubblica istruzione, si occupò con tutto l'animo di quelle relative al regime forestale ed idraulico del Paese; e in particolar modo della protezione della laguna veneta (20). Così egli contribuì attivamente al ripristino del Magistrato alle Acque per le provincie venete, e alla fondazione dell'Istituto idrotecnico di Stra per lo studio sperimentale dei problemi idraulici (di cui fu presidente); diede impulso, nell'Istituto Veneto, alle ricerche lagunari; e nella riforma della Scuola degl'ingegneri di Padova fece sì che avesse un largo posto l'indirizzo idraulico. Merita pure di essere rilevata, fra le altre sue benemerenze, l'opera attivissima spiegata a favore della

⁽¹⁹⁾ V. su questa la Nota nº 22.

⁽²⁰⁾ Cfr., per esempio, il discorso su *La laguna di Venezia*, letto nell'adunanza solenne del R. Ist Veneto il 29 maggio 1904; Atti, (8) 6, pp. 137-157.

Scuola d'arte « PIETRO SELVATICO » per le arti decorative e industriali, che è vanto di Padova.

Era Veronese d'idee schiettamente liberali, anzi democratiche, in conformità della sua origine; e si adoperava in ogni occasione per il bene e l'elevazione del popolo. Aveva modi bonari, cordiali con tutti. In famiglia fu marito e padre affettuosissimo (21).

Alto di statura, di aspetto robusto, forte, simpatico, aveva uno sguardo acuto che pareva rivelare l'acutezza dell'ingegno.

Nell'inverno 1911-12 si ammalò d'influenza; e con questa si manifestarono anche gravi disturbi circolatori. Fu come un crollo. Sebbene egli riprendesse poi tutte le sue occupazioni svariatissime, conservando intatte le facoltà intellettuali, gli rimase impresso in volto il male che lo aveva colpito. E all'alba del 17 luglio scorso, improvvisamente, si spegneva, lasciando la Patria in lutto per la perdita di uno dei suoi scienziati più illustri, dei suoi cittadini più operosi e benemeriti.

⁽²¹⁾ S'era sposato nell'agosto 1885 colla gentile signora baronessa BEATRICE BERTOLINI; e fu un matrimonio felicissimo. Ebbe cinque figli, fra cui due maschi, che ora sono fra i nostri combattenti.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI SCIENTIFICHE

DI G. VERONESE

- « Nuovi teoremi sull' Hexagrammum mysticum », Transunti Acc. Lincei,
 (3) 1, 1876-77, pp. 141-142.
- 2. « Nuovi teoremi sull'Hexagrammum mysticum », Mem. Acc. Lincei, (3) 1, 1876-77, pp. 649-703.
- 3. « Teoremi e costruzioni di Geometria projettiva », Giornale di matem., 17, 1879, pp. 172-182.
- 4. « Sopra alcune notevoli configurazioni di punti, rette e piani, di coniche e di superficie di 2º ordine », Note I e II, Transunti Acc. Lincei, (3) 4, 1879-80, pp. 132-149.
- 5 «Sopra alcune notevoli configurazioni di punti, rette e piani, di coniche e superficie di 2º grado, e di altre curve e superficie», Memorie 1 e II. Mem. Acc. Lincei, (3) 9, 1880-81, pp. 265-343.
- 6. «Die Anzahl der unabhängigen Gleichungen, die zwischen den allgemeinen Charakteren einer Curve im Raume von n Dimensionen stattfinden», Math. Ann., XVIII, 1881, p. 448.
- « Alcuni teoremi sulla geometria a n dimensioni », Transunti Acc. Lincei, (3) 5, 1880-81, pp. 333-338.
- « Behandlung der projectivischen Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen durch das Princip des Projectivens und Schneidens », Math. Ann., XIX, 1882, pp. 161-234.
- 9. «Interprétations géométriques de la théorie des substitutions de n lettres, particulièrement pour n=3,4,5,6, en relation avec les groupes de l'Hexagramme mystique », Ann. mat., (2) 11, 1882-83, pp. 93-236.
- 10. «Sui gruppi $(P)_{360}$, $(II)_{360}$ della figura di sei complessi lineari di rette due a due in involuzione », Ivi, pp. 284-290.
- 11. « Dei principali metodi in Geometria, e in ispecial modo del metodo analitico », Prelezione al corso di Geometria analitica, Verona, Drucker e Tedeschi, 1882, pp. 32.
- 12. «Sulla Geometria descrittiva a quattro dimensioni», Atti Ist. Veneto, (5) 8, 1881-82, pp. 987-1024 (con tre tavole).
- 13. « Dimostrazione della formola

$$\left| \begin{array}{c|c} p \\ r-1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c} q-1 \\ 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c|c} p \\ r \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c} q-1 \\ 2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} p \\ r+1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c} q-1 \\ 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} p \\ r+2 \end{array} \right| + \ldots = \left| \begin{array}{c|c} p+q-1 \\ q+r-2 \end{array} \right|$$

mediante la Geometria a *n* dimensioni», Atti Ist. Veneto, (6) 2, 1883-84, pp. 137-143.

« Di una costruzione della superficie del 4º ordine dotata di conica doppia », Atti Ist. Veneto, (6) 2, 1883-84, pp. 1841-1842.

- 15. «La superficie omaloide normale a due dimensioni e del quarto ordine dello spazio a cinque dimensioni e le sue projezioni nel piano e nello spazio ordinario», Mem. Acc. Lincei, (3) 19, 1883-84, pp. 344-371.
- 16. «Il continuo rettilineo e l'assioma V d'Archimede », Mem. Acc. Lincei, (4) 6, 1889 (letta il 21 dicembre 1890), pp. 603-624.
- 17. « Fondamenti di Geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee, esposti in forma elementare. Lezioni per la Scuola di magistero in Matematica », Padova, Tip. del Seminario, 1891, pp. XLVIII + + 630.
- 18. « A proposito di una lettera del prof. Peano », Rend. Palermo, 6, 1892, pp. 42-47.
- 19. « Osservazioni sopra una dimostrazione contro il segmento infinitesimo attuale », ivi, pp. 73-76.
- 20. « Osservazioni sui principii della geometria », Atti Acc. Padova, 10, 1893-94, pp. 195-216.
- 21. « Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten gradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt. Mit Genehmigung des Verfassers nach einer neuen Bearbeitung des Originals übersetzt von Adolf Schepp.», Leipzig, Teubner, 1894, XLVI + 710 S.
- 22. « Dimostrazione della proposizione fondamentale dell'equivalenza delle figure », Atti Ist. Veneto, (7) 6, 1895, pp. 421-437.
- 23. «Intorno ad alcune osservazioni sui segmenti infiniti e infinitesimi attuali », Math. Ann., XLVII, 1896, pp. 423-432.
- 24. «Sul postulato della continuità», Rend. Acc. Lincei, (5) 6, 1897_2 , pp. 161-167.
- 25. « Elementi di Geometria, ad uso dei licei e degli istituti tecnici (primo biennio), trattati con la collaborazione di P. GAZZANIGA », Verona e Padova, Drucker, 1897, pp. XXIV + 392. (Una 1ª Parte, autografata, era già uscita a Padova nel 1895).
- 26. « Appendice agli Elementi di geometria », Verona e Padova, Drucker, 1897, pp. VIII + 89.
- 27. « Segmenti e numeri transfiniti », Rend. Acc. Lincei, (5) 7, 1898, pp. 79-87.
- 28. « Les postulats de la Géométrie dans l'enseignement », Compte rendu du 2º Congrès international des mathématiciens (Paris, 1900), Paris, 1902, pp. 433-450.
- 29. « Nozioni elementari di Geometria intuitiva, ad uso dei ginnasi inferiori », Verona e Padova, Drucker, 1901, pp. VIII + 80.
- 30. « Commemorazione del Socio Luigi Cremona », Rend. Acc. Lincei, (5) 12, 1903₂, pp. 664-678. (Traduzione in polacco in Wiadamosci Matematycznych, 8, 1904, pp. 150-164).
- 31. « La geometria non-archimedea. Una questione di priorità », Rend. Acc. Lincei, (5) 14, 1905, pp. 347-351.

- 32. «Il vero nella matematica. Discorso inaugurale dell'anno scolastico 1905-1906 letto nell'Aula Magna della R. Università di Padova il giorno 6 novembre 1905 », Roma, Forzani e C., 1906, pp. 38.
- 33. « La geometria non-archimedea », Atti del 4º Congresso internaz. dei Matematici (Roma, 1908) I, 1909, pp. 197-208. (Traduzione francese in Bull. des sc. math., (2) 33, 1909, pp. 186-204).
- 34. « Complementi di Algebra e Geometria ad uso dei Licei moderni, trattati con la collaborazione di Paolo Gazzaniga », Padova, Drucker, 1915, pp. VI + 103.
- N. B. Sono omesse in questo elenco le ulteriori edizioni degli « Elementi di geometria » (n^0 25) e delle « Nozioni elementari di geometria intuitiva » (n^0 29), destinate a diversi ordini di scuole medie.

Si possono aggiungere le brevissime commemorazioni pronunciate dal Veronese all'Istituto Veneto, e pubblicate negli Atti, di: F. Brioschi, (7) 9, 1897-98; A. Caccianiga, (8) 11, 1908-09; F. Berchet, G. Omboni, S. Cannizzaro, (8) 12, 1909-10; G. Schiaparelli, P. Mantegazza, F. Salmoiraghi, C. Malagola, (8) 13, 1910-11.