Corrado Segre

Le superficie degl'iperspazi con una doppia infinità di curve spaziali

Atti R. Acc. Scienze Torino, Vol. **57** (1921-22), p. 307–317

in: Corrado Segre, Opere, a cura della Unione Matematica Italiana, Volume II, Edizione Cremonese, Roma, 1958, p. 176–185

<http://www.bdim.eu/item?id=GM_Segre_CW_2_176>

XXXIV.

LE SUPERFICIE DEGL'IPERSPAZI CON UNA DOPPIA INFINITÀ DI CURVE SPAZIALI

Nota 2.ª
« Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino »,
Vol. LVII, 1921-22, pp. 307-317.

---

1. Al n^0 9 della *Nota 1ª* su questo argomento (¹), volendo escludere che su una superficie di S_5 appartenente alle *specie isolate* le ∞^2 curve spaziali C possano essere *del 5° ordine e genere 2* (e quindi con 2 punti di mutua intersezione, necessariamente variabili), *e tali inoltre che per 2 punti generici ne passino due*; ho fatto, nella 1ª parte della p. 152 [qui a pp. 170-171], un breve ragionamento, che è errato (²).

Lo scopo di questa 2ª Nota è di dimostrare in modo rigoroso l'impossibilità di quel caso, sì da rendere sicura in ogni parte la conclusione a cui nella *Nota 1ª* (p. 157 [qui a p. 175]) ero giunto.

La dimostrazione apparirà un po' lunga, e probabilmente sostituibile con altra più breve. Ciò nondimeno la pubblico tal quale, desiderando di non ritardare più oltre a colmare la detta lacuna.

Supporrò che esista una superficie F, colle proprietà anzidette; e proverò che l'ipotesi è assurda.

È subito visto che F sarà una delle così dette *superficie di* JACOBI, i cui punti si posson porre in corrispondenza biunivoca colle coppie di punti di una curva irriducibile di genere 2 (³). Si osservi da prima che il sistema ∞^1 delle C che passano per un punto P fissato in modo generico su F, sistema che d'or innanzi indicherò

(¹) In questi *Atti*, vol. LVI, 1921, pp. 143-157 [Questo volume, p. 163].

(²) Non avevo pensato, nello scrivere quelle righe, alle *superficie di* JACOBI, che contraddicono appunto a quanto ivi affermavo! Ciò mi fece notare il sig. A. TERRACINI.

(³) Cfr. il n^0 22 (p. 308) del *Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques* di F. ENRIQUES e F. SEVERI, Acta math., 32, 1909, pp. 283-392.

con $\{P\}$, quando lo si seghi con una generica di quelle stesse curve, risulta riferito biunivocamente ai punti di essa; ed è quindi del genere 2. Sono di conseguenza riferite biunivocamente due C generiche di $\{P\}$: che sono poi due C generiche della ∞^2. Sicchè le ∞^2 curve C e gli ∞^2 sistemi $\{P\}$ sono, generalmente, di genere 2 e cogli stessi moduli.

Se ora fissiamo un tal sistema $\{P\}$, e riguardiamo ogni punto M di F come rappresentato dalla coppia delle C di $\{P\}$ che si tagliano in esso, risulta l'insieme dei punti M riferito biunivocamente alle coppie di elementi dell'ente $\infty^1 \{P\}$ di genere 2: come s'era asserito.

2. *La superficie* F *non contiene alcuna curva razionale* (e quindi, in particolare, nessuna *curva eccezionale*).

Sia, in fatti, D una curva razionale di F (irriducibile, dunque). Le ∞^2 C generiche la incontreranno in un numero fisso m di punti, tutti variabili. Distinguiamo due casi, secondo che $m > 0$, oppure $m = 0$.

1° caso. — Sia $m > 0$. Il sistema $\{P\}$ delle C passanti per un punto generico P segna su D un sistema ∞^1 di gruppi di m punti, tale che per un punto generico di D passan 2 tali gruppi; od anche uno solo, se $m = 1$, o se D è contenuta in una di quelle C. In ogni modo, essendo D razionale, segue da due proposizioni note che quel sistema di gruppi di punti è razionale. D'altra parte, se fosse $m > 1$, il sistema sarebbe in corrispondenza biunivoca con $\{P\}$: mentre questo è di genere 2. Sarà dunque $m = 1$ (4).

Ne deriva che una C per 2 punti di D dovrà aver comuni con questa curva infiniti punti: ossia conterrà D come parte. Non può quella C ridursi alla sola D: altrimenti, siccome due C s'incontrano in generale in 2 punti, dovrebbe l'unico punto comune a D e ad una C generica essere punto di contatto fra queste; avremmo quindi $m = 2$, e non $m = 1$. Vi è dunque una C spezzata in D e una curva ulteriore Δ. Ogni C generica, incontrando questa $D + \Delta$ in 2 punti, e D in un punto, incontrerà pure Δ in un punto. Le C passanti per un punto fissato su Δ (che sono quindi delle C generiche) saran riferite biunivocamente alle loro tracce su D; e quindi formeranno un sistema razionale. Segandolo con una di quelle stesse

(4) Cfr. il n° 16 (p. 119) della Nota di M. de Franchis, *Sulle varietà ∞^2 delle coppie di punti di due curve o di una curva algebrica*, Rend. Palermo, 17, 1903, pp. 104-121.

C, si dedurrebbe che anche questa è razionale: mentre si tratta, come ho detto, di una C generica.

Così resta escluso il caso $m > 0$ (per qualsiasi superficie di JACOBI).

3. 2° CASO. — Se $m = 0$, le ∞^1 C che passano per un punto di D dovranno contenere questa curva, come parte. I resti saranno ∞^1 linee Δ. Per un punto generico P passerà una (almeno) di queste. Le C di $\{P\}$, dovendo incontrare la $D + \Delta$ in 2 punti, e non incontrando D, segheranno Δ in 2 punti, uno dei quali è P; l'altro, variabile al variar della C, risulta in corrispondenza biunivoca colle C di $\{P\}$. Dunque la Δ è di genere 2. — Se però la Δ passante per P fosse ulteriormente riducibile, il ragionamento fatto si applichi a quella parte irriducibile di Δ che è descritta dal detto punto d'intersezione variabile di Δ colle curve di $\{P\}$. Risulta ancora che quella parte di Δ sarà di genere 2.

Ora qui occorre invocare il fatto che sulla nostra F dell'S_5 le C sono del 5° ordine. La D dev'essere parte di ∞^1 tali curve, in modo che nei resti stia sempre una curva irriducibile di genere 2, incontrata in 1 punto, od in 2, da ogni C. Tale curva potrà solo essere una quartica piana variabile. La D sarà una retta, e le Δ saranno quartiche piane incontrate in 2 punti dalle C.

Gli ∞^1 piani delle Δ saranno dunque incidenti in rette agli $\infty^2 S_3$ delle C. Ora questi S_3 non passan tutti per uno stesso punto (5). Se ne prendiamo 4 generici, e quindi tali che a 3 a 3 non abbiano un punto comune, gli ∞^1 piani che sono ad essi incidenti in rette risultano intersezioni d'iperpiani omologhi di 4 fasci projettivi: sicchè quei piani formano una V_3^3. F sta in una tale V_3: non è dunque delle *specie isolate*, come abbiamo supposto.

È così stabilita la proposizione enunciata al principio del n° 2.

Qui è bene aggiungere che quella proposizione si può estendere, escludendo anche l'esistenza su F di una retta *multipla*. Invero, se su F stesse una tal retta D, le C non potrebbero incontrarla in più di un punto: se no, i loro spazi passerebbero per D, e F non apparterrebbe alle specie isolate (5). Dunque, o D è incontrata dalle

(5) In generale l'avere gli ∞^2 S_3 delle C un punto O in comune trae che le *quadriche focali* di quegli spazi (*Nota 1ª*, n° 3) sono coni col vertice in O, e che quindi la projezione di F da O in un S_4 è una superficie con ∞^2 coniche: onde F non è delle specie isolate. — In particolare, sulle superficie di specie isolate le C non possono passare tutte per uno stesso punto.

C in *un* punto, e si applichi allora la 2ª parte del ragionamento del nº 2; oppure D non è incontrata dalle C generiche, e valgon le considerazioni di questo nº 3.

4. Converrà ancora osservare che *F è normale in S_5.*

Invero, se così non fosse, essa sarebbe projezione di una superficie Φ immersa in S_6, sulla quale le C^5 di F avrebbero come imagini ancora ∞^2 C^5, di genere 2, e quindi appartenenti a spazi ordinari. Poichè queste curve s'incontrano mutuamente in 2 punti, i loro S_3 si taglieranno a due a due secondo rette. Ne deriva facilmente — per qualche lettore la cosa sarà forse più ovvia sotto forma duale in S_6, cioè per piani di S_6 che siano incidenti a due a due — che, non potendo gli S_3 stare tutti in un S_5, gli spazi stessi dovranno passare per un punto fisso, oppure incontrare un S_3 fisso secondo piani. Nel 1º caso passerebbero per un punto anche gli S_3 di S_5, projezioni di quelli: ciò che è escluso dalla (5). Ove invece gli ∞^2 S_3 di S_6 incontrassero un determinato S_3 secondo piani, sicchè le loro mutue intersezioni fossero rette di quello spazio, lo stesso fatto si avrebbe di nuovo, con projezione, per gli S_3 delle ∞^2 C di F. Su ognuno di questi S_3 il *regolo focale* starebbe in un S_3 fisso: e quindi tutta F giacerebbe quivi!

5. Rivolgiamo ora la nostra attenzione alle curve L, residue intersezioni di F cogli S_4 che passan per le C.

Per l'S_3 di una C passa un fascio d'iperpiani, che segna su F un fascio (lineare) di curve L. È questo il sistema lineare *completo* determinato da una L. In fatti, per essere F normale (nº 4), cioè completo il sistema lineare delle sue sezioni iperpiane, la C che, rispetto a questo sistema, è *resto* della L, sarà resto di tutte le L di quel sistema completo: il quale dunque sarà dato appunto dagl'iperpiani passanti per l'S_3 di C. — La stessa considerazione fa vedere che le *L appartengono* agli S_4: se no, il sistema lineare completo determinato da una C sarebbe di dimensione > 0, il che non è (com'è noto, e come ritroveremo al nº 7). — Ne segue, in particolare, che le L sono ∞^3.

Segando una C con un iperpiano passante per un'altra C, e quindi anche per una L, dal fatto che le intersezioni han da essere 5, e che 2 si hanno già nei punti comuni alle due C, si deduce che: *una* C *e una* L *si tagliano in 3 punti.*

6. Si tratti, in particolare, di una C e una L poste in uno stesso S_4: dico che *i loro 3 punti d'intersezione sono allineati.*

In fatti ognuno di quei punti, come punto doppio della sezione fatta dall'S_4 su F, sarà punto di contatto di quell'iperpiano colla superficie (6). Gli ∞^3 iperpiani analoghi, ossia passanti per le ∞^2 C, sono dunque tritangenti a F.

Ora quando in S_5 ∞^3 iperpiani son tangenti a una superficie F, le loro *rette caratteristiche* (7) passano per i rispettivi punti di contatto con F. La cosa è presso che evidente per via geometrica. Analiticamente: si può determinare un iperpiano ξ del sistema con 3 parametri u, v, w, scegliendo pei primi due i parametri che su F servono a determinare il punto x di contatto con ξ. Si ha allora, per ipotesi, con le notazioni solite:

$$(\xi, x) = 0, \qquad (\xi, x_u) = 0, \qquad (\xi, x_v) = 0. \tag{1}$$

D'altra parte la retta caratteristica di ξ è l'intersezione di ξ cogl'iperpiani ξ_u, ξ_v, ξ_w. Si tratta dunque di far vedere che

$$(\xi_u, x) = 0, \qquad (\xi_v, x) = 0, \qquad (\xi_w, x) = 0. \tag{2}$$

Ciò risulta subito derivando, rispetto a u, o v, o w, la prima delle (1), e tenendo conto delle altre due e del fatto che x non dipende da w.

Nel caso nostro, gli ∞^3 iperpiani essendo tritangenti a F, i 3 punti di contatto di ognuno di essi saranno sulla retta caratteristica.

Così le intersezioni di una C col fascio delle L residue, cioè giacenti negl'iperpiani per C, sono le terne di punti di questa curva situate sulle sue trisecanti (rette del regolo incidente al regolo focale).

7. Nella Memoria citata in (3) s'incontra, di passaggio, a p. 317, questo fatto: Su una superficie di Jacobi, priva di linee eccezionali, se un sistema lineare completo è ∞^r, di grado n e genere π, si ha (8):

$$\pi = r + 2, \qquad n = 2r + 2. \tag{3}$$

---

(6) Non potrà essere in generale un punto doppio di F, perchè, come vedremo (n° 8), la superficie non ha una linea doppia.

(7) V. i miei *Preliminari di una teoria delle varietà luoghi di spazi*, Rend. Palermo, 30, 1910_2, pp. 87-121: al n° 16 [qui a p. 88].

(8) Come mi fa osservare il prof. Severi, la cosa risulta subito, senza basarsi sulle ricerche analitiche che là son citate. Sulle superficie di Jacobi si sa che è $p_a = -1$, $p_g = 1$; la curva canonica è d'ordine zero. Se mancano le curve eccezionali, ogni sistema lineare sarà perciò aggiunto di se stesso. Il numero $2\pi - 2 - n$ rappresenta il numero delle intersezioni di una curva del dato siste-

Ad esempio, per una curva di genere 2, come son le C, non può essere $r > 0$.

Applichiamo le (3) alle nostre curve L, fondandoci sull'assenza di curve eccezionali dalla particolare superficie di JACOBI F (n^0 2), e sull'essere per le L (n^0 5) $r = 1$. Ne deduciamo che *le* L *sono in generale di genere 3, e si tagliano mutuamente in 4 punti.* Segando una L coll'iperpiano di un'altra L e di una C, ne segue che *le* L *sono d'ordine* $4 + 3 = 7$ (sicchè F è d'ordine $7 + 5 = 12$).

Se consideriamo le L di uno stesso fascio lineare, otteniamo che questo avrà 4 punti base, nell'S_3 della C di cui quelle L sono residue. Sono i punti in cui questo S_3 incontra F, all'infuori dei punti della C. Le L stesse, giacendo in S_4 passanti per quell'S_3, segano questo spazio in 7 punti: cioè nei 4 punti fissi nominati, e nei 3 punti variabili allineati (n^0 6) d'incontro colla C.

8. Non può spezzarsi una C, nè una L. Perchè una C^5 spezzata avrebbe una componente del 1^0 o del 2^0 ordine: ciò che è escluso dal teorema del n^0 2. Similmente se una L si spezzasse, poichè essa è incontrata dalle C generiche in 3 punti, vi sarebbe una sua parte irriducibile A incontrata dalle C generiche in un sol punto, o in nessuno; onde A starebbe in una C condotta per 2 suoi punti: vale a dire (essendo la C irriducibile) coinciderebbe con questa C. La rimanente parte di L^7 sarebbe di nuovo del 2^0 ordine!

Ora siamo pure in grado di dimostrare che F non può avere una linea doppia. Invero le tracce di una tal linea D sull'iperpiano di una generica sezione del tipo $C + L$ sarebbero fra i tre punti doppi di questa sezione: e però D sarebbe del 3^0 o del 2^0 ordine (non certo del 1^0, come s'è già visto alla fine del n^0 3). Tutto il fascio delle L residue di una C fissa passerebbero per 3, o per 2 punti di C (d'incontro con D); e nell'un caso si potrebbe tirare una di quelle L per un 4^0 punto di C, sicchè essa si spezzerebbe; nell'altro caso C sarebbe incontrata in un sol punto variabile dalle L del fascio, e quindi sarebbe razionale.

Così è stabilito un fatto che si era presupposto al n^0 6: v. la nota [6]. Possiamo perciò basarci su quel n^0 6 per riconoscere l'impossibilità che uno dei 4 punti base di un fascio di curve L vada

---

ma colla curva canonica, sicchè $n = 2\pi - 2$. D'altra parte, il sistema aggiunto di quello essendo (com'è pur noto) regolare, si avrà $r = n - \pi + p_a + 1 = n - \pi = \pi - 2$. Così le (3) sono dimostrate.

a cadere sulla C residua: chè, se così fosse, tutte quelle L avrebbero a comune anche gli altri due punti di C situati sulla trisecante di questa che passa per quel primo punto; e si ricadrebbe nell'assurdo che esisterebbe una L contenente la C.

9. Dal n^0 7 la superficie F ipotetica era riuscita molto precisata. Dobbiamo dimostrare che *essa non esiste.*

Per giungere a ciò, considereremo le sue trisecanti: e più particolarmente quelle che escono da un suo punto generico.

Premettiamo che se una retta g è trisecante di F, essa starà nell'S_3 di una delle C che passano per 2 dei tre punti d'appoggio di g su F. Questo S_3 sega F, oltre che nella C, in 4 punti (n^0 7). La g avrà il suo terzo punto d'appoggio, o sulla C ancora, o in uno di quei 4 punti. Nel 2^0 caso sarà una delle corde tirate alla C da questi punti: e in questo modo si ottengono solo ∞^2 trisecanti di F, negli ∞^2 S_3 delle C. Restano ∞^3 trisecanti di F, date dalle ∞^3 trisecanti delle C. Naturalmente non è escluso che questa triplice infinità contenga la doppia infinità precedente. Ma quel che risulta da questa considerazione, e che ci basta, è il fatto che le trisecanti *generiche* di F son le trisecanti delle C.

Per un punto P di F passa un *cono di trisecanti* della superficie, costituito da trisecanti delle ∞^1 C uscenti da P. Non possiamo escludere che per P passi anche qualche altra trisecante di F: ma, se mai, saranno in numero finito, in causa dell'osservazione precedente. Tali trisecanti non saran considerate nel parlare del cono di trisecanti.

Ogni generatrice di questo cono è trisecante per una sola C del sistema $\{P\}$: perchè due C non possono avere 3 punti in comune. Poichè il sistema $\{P\}$ è una ∞^1 del genere 2, sarà dunque di genere 2 anche quel cono. Ne segue che l'ordine del cono è ≥ 4. Ma nemmeno può essere 4: se no, il cono starebbe in un S_3; e i punti d'appoggio variabili delle sue generatrici su F formerebbero una curva di S_3. Di tali curve spaziali su F si avrebbero ∞^2, una per ogni punto P. Esse, incontrando le generatrici del cono di 4^0 ordine in 2 punti variabili, sarebbero dell'8^0 ordine almeno: il che non può accadere per una superficie delle specie isolate.

Possiamo enunciare quest'osservazione così: *per un punto generico* P *di* F *passano almeno 5 trisecanti di* F *giacenti in un iperpiano per* P.

Ora faremo un'altra considerazione, che ci porterà ad un risultato in contrasto con questo.

10. Scegliamo cioè come iperpiano uscente da P, col quale seghiamo F, quello che unisce P all'S_3 di una C non passante per quel punto, e che quindi taglia ulteriormente F in una L uscente da P. Le trisecanti di F passanti per P e giacenti in quest'iperpiano risulteranno essere *al più 4*: donde l'assurdo che cercavamo.

Quelle trisecanti di F, ossia della curva composta $C+L$, non possono incontrare in 2 punti la C, perchè P non sta nello spazio di questa curva. Sono dunque: o trisecanti di L, o corde di L appoggiate a C.

Quanto alle trisecanti di L, non può per un punto generico di questa passarne più di una. Suppongasi in fatti che pel punto P ne passino due (almeno) x, y. Projettando sopra un piano la L, che è del 7^0 ordine e di genere 3, dalla x, la projezione non sarà biunivoca: se no, darebbe una quartica con punto doppio nella projezione di y, dunque del genere 2. Ne deriva che le coppie della g_2^1 segnata su L dagli S_3, che (entro l'S_4 di L) passano pel piano xy, sono in piani per x; e similmente saranno in piani per y: sono dunque su rette passanti pel punto P (cioè P è vertice di un cono di trisecanti della L: considerazione che ci occorrerà di nuovo al n^0 seguente). Se per *ogni* punto di L passassero due trisecanti di questa curva, ne verrebbe che le coppie della g_2^1 (la quale non può variare) sarebbero allineate con *ogni* punto di L!

Dunque: per un punto generico della L passa al più una trisecante di questa.

Per determinare poi quante corde di L passano per P, le quali si appoggino a C, visto che (per le osservazioni precedenti e pel n^0 9) dovrebb'esservi sempre un numero finito >0 di tali rette, facciamo andare P in uno di quei 4 punti d'incontro di L coll'S_3 di C, che non stanno su C: e sia a. Per questa particolare posizione di P soddisfano alle condizioni imposte le 3 rette che congiungono a rispettivamente ai 3 punti d'intersezione di C ed L [9]. Altre

---

[9] Si badi che esse non incontrano altrove C; ossia non sono fra le corde di C passanti per a: perchè si può sempre supporre che la L sia, nel fascio delle residue di C, diversa da quelle che passano pei punti d'appoggio delle dette corde. — In conseguenza quelle 3 soluzioni del problema attuale non son da considerare come multiple. In fatti, quando P è un punto generico mobile sulla L, le corde di L passanti per P e appoggiate a C si posson riguardare come generatrici comuni ai due coni che da P projettano L e C. Se P prende la posizione particolare considerata a, e la corda diventa una delle 3 rette su nominate, essa è generatrice semplice dei due coni, e questi non risultano tangenti lungo essa.

soluzioni non potrebbero aversi che fra le congiungenti di a con un altro dei 4 punti prima nominati di L: e sia b. Ma bisognerebbe allora che la retta ab riuscisse incidente a C. Se farò vedere che, per una C generica, non può presentarsi questo fatto, resterà stabilito che per un punto conveniente di una L, entro l'S_4 di questa, passano al più $1+3$ trisecanti di F: e così sarà raggiunto lo scopo propostoci al principio di questo n^0.

11. Supponiamo dunque che *per ogni* C accada che i 4 punti base del fascio delle sue L residue (punti d'incontro, fuori di C, di queste L collo spazio di C) presentino la particolarità che la retta congiungente due di essi, a e b, incontri C. Sia k il punto d'incontro.

Nel detto fascio di curve L ve ne sarà una passante per k. Per questa particolare L, essendo k uno dei suoi punti d'incontro con C, gli altri due $k_1\,k_2$ saranno allineati con k (n^0 6). La L ha così due trisecanti uscenti da uno stesso punto k. Ne deriva che i punti di L sono a coppie allineati con k. Basta applicare di nuovo la considerazione fatta al n^0 10, quando s'è supposto che per un punto di L passino due trisecanti x, y: solo avvertendo che ora la L è *particolare*, sicchè, pur senza spezzarsi (n^0 8), potrebbe avere dei punti doppi che ne abbassino il genere; ma la considerazione citata si applica ugualmente (10). Sarà dunque k il vertice di un cono che projetta doppiamente L^7, e che quindi risulta del 3^0 ordine: cono di trisecanti di F.

Ora se la C si prende negli ∞^2 modi possibili, i punti k che così si otterranno saran pure ∞^2, cioè *tutti* i punti di F. Se no, un punto di F che sia punto k per una C dovrebbe esser tale per infinite,

---

(10) Per maggior cautela rileviamo a parte il caso che un punto doppio di L venisse a cadere proprio su una delle rette x, y, che ora sono kab, kk_1k_2. In k non può essere: altrimenti, dalla retta kab la L, che si abbasserebbe al genere 2, verrebbe projettata su un piano secondo una cubica. Se poi la L avesse un punto doppio in k_1, con cui di conseguenza coinciderebbe k_2, sicchè la retta kk_1 sarebbe tangente in k_1 alla C; le due tangenti alla L in quel punto starebbero con questa retta in un piano: il piano tangente a F in k_1 (che è in generale un punto semplice di F, poichè F non ha una linea doppia: n^0 8). Quindi, projettando su un piano dalla trisecante kab la L di genere 2, di nuovo, come al n^0 10, la projezione non potrebbe essere biunivoca: se no, darebbe una quartica con tacnodo nella projezione di k_1, ossia una curva di genere 1; e lo stesso varrebbe per la projezione dalla retta kk_1. Dunque anche in questo caso si applicherebbe il citato ragionamento del n^0 10. — Analogamente, se il punto doppio della L cadesse in un punto, in cui verrebbero a coincidere a e b.

e quindi per le infinite particolari curve L ottenute dalle C nel modo esposto. Quel punto sarebbe vertice di ∞ coni di trisecanti di F; starebbe su ∞^2 trisecanti, e quindi su ∞^2 curve C, cioè su tutte le C: assurdo.

Dunque ogni punto di F, come punto k, sarà vertice di un cono di trisecanti di F *del* 3^o *ordine*: contrariamente al n^0 9.

Rimane così escluso che possa avvenire per ogni C il fatto speciale (incidenza di una retta ab colla C) che alla fine del n^0 precedente si offriva alla nostra considerazione.