I Grandi Matematici Italiani online

Corrado Segre

Franceso Severi

Prefazione

in: Corrado Segre, Opere, a cura della Unione Matematica Italiana, Volume I, Edizione Cremonese, Roma, 1957, p. v–xii

<http://www.bdim.eu/item?id=GM_Segre_CW_1_P5>

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI
http://www.bdim.eu/

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI
http://www.bdim.eu/

PREFAZIONE

La commissione dell'U.M.I. per la pubblicazione delle Memorie scelte di CORRADO SEGRE m'ha pregato di presentare il I volume (1).

Ho aderito volentieri anzitutto perchè l'occasione è per me propizia per manifestare ancora una volta, insieme all'ammirazione per l'opera del genialissimo geometra e la venerazione verso la cara memoria di Lui, tutta la gratitudine del discepolo diretto, che molto deve all'impareggiabile Maestro di vita e di sapere (2), prodigo ai giovani d'orientamenti, di consigli e d'incoraggiamenti. Che cosa CORRADO SEGRE rappresenti negli ultimi tre lustri del secolo XIX, tuttora dunque nel periodo formativo di quel grandioso travaglio (cominciato vent'anni prima con LUIGI CREMONA) che rese l'Italia (secondo l'espressione di FELICE KLEIN) l'aquilifera della geometria nel mondo matematico, dissi già di recente in discorsi commemorativi del decennale della scomparsa di F. ENRIQUES.

Dopo L. CREMONA esistevano in Italia pochi elementi preparatori del rinnovamento che doveva culminare in una delle creazioni più ricche, armoniche ed eclettiche, della matematica moderna: voglio dire la geometria algebrica. Vi erano, è vero, i due maggior discepoli diretti di CREMONA, veramente grandi ed onorevoli eccezioni, GIU-

---

(1) La preparazione del volume e la revisione dei lavori, sono state compiute dai Colleghi B. SEGRE, A. TERRACINI, E. TOGLIATTI. Il primo ha curato i lavori che portano nel volume i n.i V, VII, VIII, X, XV, XXI; il secondo i lavori III, XIV, XVI, XVII, XIX, XX; il terzo i lavori I, II, IV, VI, IX, XI, XII, XIII, XVIII La revisione delle bozze è stata fatta da E. TOGLIATTI e D. GALLARATI.

(2) Nel 1905 dedicai a SEGRE il mio libro « Complementi di geometria proiettiva » (Bologna, Zanichelli) con le parole seguenti: A — CORRADO SEGRE — Maestro incomparabile — che con assidua cura — m'educò l'intelletto — alle severe indagini della scienza — questo libro dedico — elevando il cuore — ai più alti sentimenti filiali — nel ricordo caro e venerato — di mio Padre.

SEPPE VERONESE ed EUGENIO BERTINI, ai quali (sopratutto al primo) la nostra scienza è debitrice di conquiste che sopravvivono; ma non era ancor nata una florida scuola che eccitasse, col calore della vita e con la necessaria ampiezza di visioni, la continuità dell'indagine, l'ardore comunicativo e febbrile della ricerca e l'emulazione fra i seguaci. La tradizione cremoniana, prolungatasi con toni molto elevati in taluni importanti, ma isolati, lavori di VERONESE e di BERTINI, era quasi dovunque degenerata, presso parecchi degli epigoni, deficienti di genio creativo, in tic tac geometria, secondo il pittoresco *mot d'esprit* di ENRICO d'OVIDIO. A costituire la desiderata scuola e a risollevare la tradizione cremoniana al livello donde doveva spiccare il volo verso le altezze cui era predestinata valse appunto in primissima linea l'opera possente di CORRADO SEGRE.

Secondo i criteri fissati nel 1954-55 dalla Commissione scientifica dell'U.M.I. all'uopo incaricata, si decise, per ragioni di omogeneità ed in parte anche di prospettiva storica, di non legarsi all'ordine cronologico nella pubblicazione dei volumi delle Memorie scelte di CORRADO SEGRE.

In conseguenza, le Memorie con cui il Maestro iniziò nel 1883 l'intensa operosità scientifica della sua prima giovinezza, con la ponderosa dissertazione di laurea sulle ipersuperficie quadriche d'uno spazio lineare proiettivo S_n e sulle applicazioni alla geometria della retta, secondo le vedute di KLEIN, non figurano nel presente volume. Con questo libro si è voluto invero aprire la serie dei volumi (saranno probabilmente quattro), ponendo anzitutto in evidenza il progressivo distacco di CORRADO SEGRE dalle più ristrette visioni proiettive o metrico-proiettive alle quali i geometri (salvo specialmente le eccezioni della scuola riemanniana) erano allora abituati; e l'assurgere graduale di Lui alla visione delle proprietà invarianti per trasformazioni birazionali.

Per inquadrare obiettivamente l'atmosfera in cui SEGRE cominciava a lavorare, bisogna tener presente che il suo immediato Maestro ENRICO d'OVIDIO, grazie a lavori del 1873-75 e in ispecie ad una notevole Memoria lincea del 1877, si era dedicato fra i primi, in Italia, alle ricerche sugl'iperspazi, con visione geometrica, sia pure metrico-proiettiva, piuttosto che analitica. Con d'OVIDIO l'Italia entrava dunque nella grande scia del movimento d'idee create da GRASSMANN, PLÜCKER, RIEMANN, CLEBSCH, NOETHER, KLEIN in Germania; da CAYLEY, SYLVESTER, SALMON, CLIFFORD in Inghilterra; da JORDAN e HALPHEN in Francia.

Questo richiamo storico mi dà l'occasione di rivendicare l'opera quasi dimenticata di ENRICO d'OVIDIO, del quale fui assistente a Torino, nei primordi della mia carriera. Opera modesta di precursore, accompagnata però da tale larghezza di vedute da suggerire al vivace matematico napoletano la più opportuna scelta degl'impulsi iniziali da dare ad un giovane del valore di CORRADO SEGRE.

L'atmosfera di lavoro nel nostro Paese in quei lontani anni viene ulteriormente e completamente caratterizzata, io credo, col richiamare le ripercussioni della fondamentale Memoria di Geometria iperspaziale, pubblicata da VERONESE nel 1882. GIUSEPPE VERONESE, educato alla scuola di CREMONA, era andato in Germania da KLEIN, con la mente arricchita dalle idee geniali e, si potrebbe dire, artistiche, del caposcuola italiano. Il contatto col grande tedesco, il cui pensiero matematico aveva tante affinità col substrato sintetico ed estetico dei concetti cremoniani, produsse quel mirabile frutto, che fu la Memoria del 1882. Era il primo lavoro in cui la geometria d'uno spazio lineare a n dimensioni, veniva « organizzata sistematicamente quale scienza geometrica » con visione proiettiva analoga a quella valevole nello spazio ordinario. Tale affermazione non è mia, ma dello stesso CORRADO SEGRE, nell'ammirabile articolo enciclopedico « Mehrdimensionale Räume ». Parole di serena obiettività, che attestano l'elevatezza d'animo del nostro Maestro, che pure aveva preso subito notevolissimo posto, vicino a VERONESE, fra i creatori della geometria iperspaziale come *scienza geometrica* (3).

Nel dir ciò insisto sul carattere *geometrico* dell'opera di VERONESE e di SEGRE. Quando i concetti hanno vissuto quasi un secolo è difficile per chi li possiede d'imaginare lo sforzo che i pionieri dovettero compiere per impadronirsene. Occorre all'uopo sobbarcarsi ad una fatica di ricostruzione critica, alla quale oggi si dà scarsissimo peso, essendo diffuso il vezzo di ridurre quasi a zero la bibliografia e la prospettiva storica, le quali evidentemente costano molto lavoro di consultazione, di comparazione e di riflessione, che pur sarebbe sempre onesto ed utile di compiere!

Per VERONESE, per SEGRE, per BERTINI, per tutti i nostri Maestri insomma di geometria iperspaziale, punti, rette, piani di un

---

(3) Si vegga con quale tatto rispettoso verso il più anziano collega, SEGRE corregge, al principio della Memoria I del presente volume, l'errore in cui era incorso VERONESE di considerare cioè proiettivamente identiche tutte le rigate razionali normali!

S_n lineare, sono vere entità geometriche e non meri attributi di entità analitiche. Lo spazio lineare ad n dimensioni per loro è *come se* realmente esistesse: non ridotto cioè alle ombre di una banale finzione del linguaggio.

È con questa fede soltanto che a poco a poco si forma una sorta d'intuizione iperspaziale e ci si pone il problema del significato logico che quest'intuizione può avere, significato dal principio un po' vago, ma di cui gradatamente si riesce a costruire il fondamento razionale ([4]).

In ciò i miei contatti personali diretti coi tre grandi geometri che ho nominato, furono particolarmente illuminanti. Ricordo in modo particolare le incisive convinzioni di VERONESE, nei colloqui che talvolta avevamo mentre eravamo colleghi all'Università di Padova. Non disconosco tuttavia che questo modo di vedere era molto vicino al pensiero di RIEMANN e dei seguaci immediati. Ed è forse per ciò che VERONESE e KLEIN s'intesero tanto agevolmente.

È così che nacque in VERONESE e si approfondì in SEGRE l'idea di fissare bene in un S_n la teoria delle operazioni proiettive fondamentali (proiezioni e sezioni); è così che furono studiate figure tipiche generabili proiettivamente, fino ad ottenere per proiezione da un iperspazio nuove entità geometriche (curve, superficie, configurazioni) dello spazio ordinario. È così infine che nacque l'idea (che fu pure di BRILL e NOETHER) di ridurre allo studio di modelli proiettivi lo studio di proprietà delle figure invarianti per trasformazioni birazionali: in una parola insomma di geometrizzare l'algebra, piuttosto che considerare la geometria come una finzione dell'algebra.

Molti dei lavori di CORRADO SEGRE pubblicati in questo volume, specialmente quelli più elementari, hanno per così dire carattere sperimentale, per educare l'Autore e coloro che lo seguono o lo seguiranno, a formarsi una visione sempre più sicura dell'ambiente iperspaziale della nuova geometria, preannunciata dall'opera di RIEMANN e le cui linee essenziali erano già state tracciate nella fondamentale Memoria di BRILL-NOETHER (1872).

Questo proposito è del resto esplicitamente dichiarato nella Memoria II del presente volume.

« Penso — Egli scrive — che per ora in questo campo vastissimo e quasi inesplorato della geometria proiettiva a più dimensioni

(4) A tal proposito si deve ricordare il grosso volume che VERONESE pubblicò nel 1891 ed in cui è contenuta fra l'altro la prima scoperta della geometria non archimedea

sia bene far così (cioè mirare soltanto alle proposizioni essenziali) per poter più presto acquistare una qualche conoscenza dei vari enti che vi sono da studiare e delle questioni che vi sono da risolvere ».

Ecco perchè certe ricerche, ora che la sperimentazione del nuovo ambiente è compiuta, essendo esso a sufficienza conosciuto, non hanno più l'interesse di una volta.

Presto (nel 1886) le ricerche di CORRADO SEGRE si elevano verso problemi (ved. per es. il n. III del volume) involgenti proprietà invarianti per trasformazioni birazionali. Sono i primi esempi dei procedimenti sintetici che d'ora in poi caratterizzeranno la geometria algebrica italiana, anche quando riguarderà concetti più strettamente algebrici e trascendenti. Nella Memoria ricordata di VERONESE questo spirito di sintesi geometrica era evidente per es. nella riconosciuta possibilità di ottenere una curva algebrica piana dotata di singolarità qualunque per proiezione d'una curva iperspaziale priva di singolarità. Lo stesso spirito domina la celebre ricerca di BERTINI (1877-1880) diretta a classificare, dal punto di vista delle trasformazioni cremoniane, le involuzioni piane di secondo ordine.

Erano i primi albori dei nostri metodi preferiti, che hanno condotto a tanti successi.

È però soltanto nella Memoria (n. VI del volume) apparsa nei Mathematische Annalen, 1887, che si fa più vivo e sensibile il contatto di SEGRE coi metodi di NOETHER e di BRILL-NOETHER, derivanti direttamente dall'ambiente riemanniano ed aventi carattere più algebrico ed analitico (nei quali tuttavia si rifletteva già forse l'indirizzo cremoniano pochi anni innanzi reso noto).

Un concetto fondamentale affiora e giuoca in una breve Nota del 1887 (n. VII del volume): quello cioè di serie caratteristica di un sistema lineare di curve piane. Il nome non c'è ancora (sarà poi CASTELNUOVO a introdurlo in un'importante Memoria del 1891 sui sistemi lineari di curve piane). È un concetto che si è dipoi notevolmente allargato fino ai sistemi continui (anche non lineari) d'ipersuperficie sopra una varietà qualunque e che domina parecchie essenziali questioni della geometria algebrica moderna nell'indirizzo nostro (che le nuove generazioni chiamano « classico ») e nell'indirizzo astratto.

Non possiamo passare sotto silenzio, in questi pur concisissimi commenti, i lavori che si successero negli anni 1887, 1888, 1889 (n.i VIII, IX, X, XI del volume), perchè in essi opera un'idea che da quel momento darà spesso ottimi frutti nella geometria algebrica italiana: quella cioè di sfruttare relazioni puramente numerative, che a priori sembrerebbero inerti e insignificanti, per conseguire proprietà geometriche di riposto carattere funzionale. In particolare è sul fondamento di relazioni numerative che si costruisce la geometria delle serie lineari sopra una curva algebrica secondo il metodo iperspaziale, che CREMONA e VERONESE avrebbero detto di « geometria pura ». Tale metodo fu imaginato da SEGRE e completato e perfezionato da CASTELNUOVO. Non furono ad esso estranei incitamenti e visioni di EUGENIO BERTINI, come lo stesso nostro Maestro dichiara.

Siamo così in pieno nella trattazione con spirito sintetico delle proprietà delle funzioni algebriche di una variabile di fronte al gruppo delle trasformazioni birazionali. Siamo cioè giunti alle radici della geometria d'oggi.

Nella stessa direzione è prossimo uno dei lavori culminanti di CORRADO SEGRE: la « Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito » del 1894 (n. XV del volume) dove la geometria delle serie lineari sopra una curva viene appunto esposta secondo il metodo iperspaziale, sottolineando che non occorrono in essa nè considerazioni funzionali nè sviluppi algebrici e che l'algebricità degli enti interviene soltanto attraverso al principio di corrispondenza di CHASLES! La sintesi in questo terreno ha raggiunto la sua efficienza massima. Mirabili ad esempio le dimostrazioni del teorema di RIEMANN-ROCH e del principio di corrispondenza di CAYLEY-BRILL.

Ma l'occasione è pel grande Maestro propizia per precisare, nello spirito del metodo, taluni concetti fondamentali, come quelli di varietà algebrica e di corrispondenza algebrica fra due varietà. È qui che una tal corrispondenza viene considerata quale una varietà algebrica contenuta nella varietà delle coppie ordinate di elementi (o punti) delle due date. Definizione di somma importanza, su cui dirò ancora qualche parola più sotto e che restò in ombra finchè, dopo una decina di anni, sul suo fondamento, io stesso non ebbi la ventura di adottarla per creare una teoria sintetica delle corrispondenze algebriche fra curve e successivamente una teoria generale delle corrispondenze fra varietà (anche di diverse dimensioni) e dei connessi.

Il concetto di SEGRE era restato al suo apparire talmente in ombra che la riferita definizione fu dai geometri sopravvenuti attribuita a me. Naturalmente mi affrettai a restituire la priorità al mio Maestro.

La Memoria, segnante una pietra miliare nella marcia della geometria italiana, fu dedicata (in un'apposita pagina degli estratti) a ENRICO d'OVIDIO e ad EUGENIO BERTINI: cioè al primo Maestro diretto ed al Maestro che lo aveva con devozione e chiarezza d'intelletto ravvicinato intimamente alla tradizione cremoniana.

Nello stesso volume degli Annali di Matematica dove vide la luce la Memoria di SEGRE, fu pubblicata, per amichevole accordo fra i due Autori, una notevole Memoria dove BERTINI espone la geometria delle serie lineari secondo il metodo algebrico di BRILL NOETHER, perfezionandolo però e permeandolo del pensiero più squisitamente geometrico della scuola italiana.

Sopra un altro lavoro, che ha la modesta apparenza di voler risolvere un problema elementare, occorre ancora fermarsi. È la breve Nota del 1891 (n. XIII del volume) dove si considera la varietà (che tutti oggi chiamano « di SEGRE ») dei gruppi di k punti presi, uno per ciascuno, da altrettanti spazi lineari di date arbitrarie dimensioni. È un lavoro che ha avuto grandissime ripercussioni sulla geometria del XX secolo, sia nell'indirizzo classico, come negli indirizzi topologico ([5]) e astratto ([6]). Nel linguaggio moderno si chiama *prodotto* dei dati spazi lineari. Questo concetto si riflette senz'altro, con banale estensione della definizione di SEGRE, nello studio delle corrispondenze topologiche tra varietà topologiche.

Serie caratteristica, corrispondenze tra varietà, prodotto d'insiemi, ecco tre idee semplici, precorrenti i tempi, le quali da sole, nella loro costruttiva semplicità, basterebbero ad attestare la genialità di chi le ha esposte pel primo.

Nel definire il prodotto di più spazi lineari CORRADO SEGRE ebbe la mano felice anche per la scelta della relativa rappresentazione parametrica. Essa infatti offre il modello « minimo » della varietà. Inoltre la varietà medesima, usata pel problema di rappresentare gli enti complessi, di cui SEGRE s'occupò diffusamente in Memorie che compariranno in un volume successivo, conduce al modello più semplice (che si può ridurre facilmente ad essere situato tutto al finito, a malgrado che SEGRE non l'osservi) della riemanniana (algebrica) di un S_n proiettivo complesso.

Desidero rendere meno incompleta la presentazione di questo volume e la rievocazione della statura scientifica di CORRADO SEGRE,

---

([5]) Si parla talora in topologia di prodotto di STEINITZ (ved. per es. LEFSCHETZ, *Topology*, New York, 1930, p. 220); ma trattasi sempre in ogni modo del concetto di SEGRE applicato a questa o a quella classe d'insiemi.

([6]) Ved. per es. VAN DER WAERDEN, *Einführung in die algebraische Geometrie*, Springer, 1939, p. 11.

con due richiami, rivelanti un aspetto dei criteri scientifico-didattici di Lui.

Egli era uno dei più accurati preparatori delle proprie Lezioni, ch'io abbia mai conosciuto. Invero esse venivano scritte in precedenza parola per parola ed in forma definitiva in certi piccoli libriccini, ch'Egli recava con sè a lezione, per trarne le citazioni bibliografiche, sempre precise ed esaurienti.

Un primo richiamo è delle parole con cui si chiude la Nota storica sul principio di corrispondenza di CHASLES (n. XIV del volume). Sono le seguenti:

« Alla conoscenza completa, generale, dell'ente o del risultato esatto, si è giunti non in un sol tratto e per opera di un solo, ma per opera alternata o simultanea di vari, passando per più gradi sì di generalità che di rigore »!

Così gli attuali assertori del rigore a oltranza sono ammoniti.

Un secondo richiamo è diretto a rievocare un aneddoto riferitomi nel 1932 da GAETANO SCORZA.

Nel 1899, mentre SEGRE svolgeva all'Università di Torino (dove io ero allora studente e dove SCORZA, che era già laureato, seguiva le lezioni di Lui) la geometria sopra una curva, secondo il metodo di BRILL e NOETHER, il nostro Maestro si accorse di una lacuna nella dimostrazione che quegli Autori dànno del RESTSATZ. Con sorpresa lo SCORZA constatò che, ciò nonostante, il Maestro espose la dimostrazione incompleta, senza avvertirne gli scolari. Egli chiarì dipoi allo SCORZA, che, non avendo potuto eliminare la lacuna, aveva stimato didatticamente inopportuno di porre i discepoli in una condizione di disagio, dato che la proprietà era indubbiamente vera e che d'altronde gli scolari non avrebbero ancora avuto la finezza per apprezzare il valore della obiezione.

Effettivamente l'obiezione aveva scarsa importanza ed era sottilissima, del che io pure m'accorsi molti anni dopo redigendo il mio Trattato di geometria algebrica dove, senza far cenno della cosa, la lacuna è colmata.

La stessa lacuna e la correzione relativa furono posteriormente oggetto di una breve Nota di VAN DER WAERDEN « Zur Begründung des Restsatzes mit dem NOETHERschen Fundamentalsatz », Math. Ann. 1931.

FRANCESCO SEVERI