

CORRADO SEGRE

CORRADO SEGRE

Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque

Atti R. Acc. Scienze Torino, Vol. **22** (1886-87), p. 362–363

in: Corrado Segre, *Opere*, a cura della Unione Matematica Italiana, Volume I, Edizione Cremonese, Roma, 1957, p. 78–79

<http://www.bdim.eu/item?id=GM_Segre_CW_1_78>

V.

NUOVI RISULTATI SULLE RIGATE
ALGEBRICHE DI GENERE QUALUNQUE

«Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino»,
vol. XXII, 1886-87, pp. 246-247.

In una Memoria intitolata *Recherches générales sur les courbes et les surfaces réglées algébriques*, che verrà pubblicata nei *Mathematische Annalen*, mi sono occupato, per quanto riguarda le rigate algebriche di genere p di qualunque spazio, di alcune questioni generali che per i casi di $p = 0$ e $p = 1$ avevo già risolto in lavori sulle rigate razionali ed ellittiche comparsi negli Atti di quest'illustre Accademia (vol. XIX e XXI). Mi pare perciò opportuno l'enunciare qui brevemente alcuni dei principali risultati ottenuti, tanto più che ragioni di salute mi fanno ritardare la pubblicazione della suddetta Memoria.

In questi enunciati le rigate considerate si suppongono sempre di genere p e di ordine n non minore di $4p$; questa restrizione non è sempre necessaria, come si vedrà in quella Memoria; qui la faccio solo per semplificare gli enunciati. Inoltre supporrò sempre esclusi i conici.

1. (Le rigate di genere $p > 0$ appartenenti ad S_{n-p+1} sono conici). — Le rigate di genere $p > 1$ appartenenti ad S_{n-p} hanno una retta direttrice doppia. — Le rigate di genere $p > 2$ appartenenti ad S_{n-p-1} hanno una conica doppia, oppure una retta direttrice doppia o tripla, od infine (se $p = 3$) una curva semplice piana del 4° ordine. — E così via.

2. In generale. — Una rigata appartenente ad $S_{n-p-i+1}$ dove $0 < i < p$, contiene sempre una curva direttrice appartenente ad un S_h dove $h \leq i$, e il cui ordine (tenendo conto della sua molteplicità) è $\leq i + h$. — Se $2i \leq p$ e quella curva è semplice, i moduli di tale rigata non possono essere generali. — Nel caso più generale che possa

presentare tale rigata, cioè quando $i + 1$ qualunque delle sue generatrici sono indipendenti, si ha $h = i$ e la rigata è iperellittica avendo per curva direttrice doppia una curva razionale normale d'ordine i appartenente ad un S_i . Va solo eccettuata la rigata appartenente ad S_{n-2p+2} , cioè il caso estremo di $i = p - 1$: per tale rigata il caso più generale è quello in cui vi sia una curva direttrice semplice di genere p e ordine $2p - 2$ appartenente ad un S_{p-1} .

3. Le rigate appartenenti ad S_{n-2p+1} danno colle loro proiezioni tutte le rigate d'ordine n , genere p degli spazi inferiori.

Questa proposizione riduce lo studio delle rigate appartenenti a spazi inferiori, per esempio di quelle dello spazio ordinario, specialmente per quanto riguarda la geometria delle curve tracciate su esse, a quello delle rigate appartenenti ad S_{n-2p+1} . Citerò qui soltanto la seguente conseguenza:

4. Ogni rigata contiene curve direttrici d'ordine $\leq (n + p)/2$.

Le curve minime delle rigate d'ordine n e genere p danno col loro ordine un nuovo criterio di classificazione di queste. Nel caso più generale, a seconda che $n + p$ è pari od impari, le curve minime sono ∞^1 curve d'ordine $(n + p)/2$ ovvero un certo numero finito di curve d'ordine $(n + p - 1)/2$ (numero che per $p = 0, 1, 2$ vale risp. 1, 2, 4) (1).

Tralascio per brevità risultati relativi a quelle particolari rigate che contengono due curve i cui ordini m, m' sono tali che $m + m' = n$.

Torino, Gennaio 1887. (*)

(1) Pei coni di genere p ed ordine $n > 2p - 2$ le curve minime sono una ∞^{n-2p+1} lineare di curve d'ordine n . In un tal cono vi sono poi ∞^{n-2p+3} curve d'ordine $n + 1$ ed una tal curva è individuata dandone $n - p + 2$ punti qualunque e la generatrice del cono che le è tangente nel vertice.

(*) A proposito dei risultati preventivi di questa Nota, sviluppati in due successive Memorie dei Math. Ann. (pubblicate in questo volume coi n° VI ed XI), occorre tener presente che il punto di vista proiettivo cui l'Autore si limita (in via del tutto naturale, dati i tempi) non è sufficiente per dar pieno significato a certi risultati, pei quali rinviamo a talune osservazioni contenute nei n° 13, 17 della Memoria di F. SEVERI, *Sulla classificazione delle rigate algebriche* (Rend. di matem. e delle sue appl., (6) 2 (1941), pp. 1-32 (N.d.R.).