
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

FRANCESCA CELLAMARE

Costruzione di una versione interattiva dei "problemi" dell'Arithmetica Universalis di Isaac Newton: alcuni esempi

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 10-A—La
Matematica nella Società e nella Cultura (2007), n.2, p. 199–202.*

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2007_8_10A_2_199_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Costruzione di una versione interattiva dei “problemi” dell'*Arithmetica Universalis* di Isaac Newton: alcuni esempi

FRANCESCA CELLAMARE

Lo sviluppo di una sempre crescente cultura interattiva fa sì che ogni giorno migliaia di pubblicazioni riversino un'enorme quantità di informazioni in rete, fruibili da un numero di utenti in costante crescita. In questo contesto, l'idea di realizzare delle edizioni interattive di testi classici da pubblicare sul web rappresenta il mezzo più efficace per far rivivere le opere classiche e riaccendere l'interesse verso esse, come afferma D. E. Joyce, autore del sito della Clark University dedicato agli *Elementi* di Euclide, che deve la notorietà della sua opera principalmente alla potenza divulgativa di internet e al fatto che le figure che illustrano le proposizioni del trattato possono essere manipolate dagli utenti, al fine di modificare la posizione o la grandezza degli enti geometrici che le compongono. In tale ambito si colloca il progetto di ricerca consistente nella realizzazione di un'edizione interattiva dell'*Arithmetica Universalis* di Isaac Newton, attualmente in corso presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università degli Studi di Palermo.

Tale trattato fu composto tra il 1673 e il 1683, molto probabilmente come testo per le lezioni Lucasiane che Newton tenne all'Università di Cambridge e fu pubblicato per la prima volta da W. Whiston, nel 1707, senza l'autorizzazione di Newton. Nel 1722 lo stesso Newton ne pubblicò una nuova versione revisionata ed attualmente se ne annoverano cinque edizioni latine (1707, 1722, 1732, 1752, 1761), tre inglesi (1720, 1728, 1769) ed una francese, pubblicata da Noel Beaudeau nel 1802. Il trattato rappresenta il primo testo moderno di utilizzo della geometria cartesiana (prima c'erano solo le lezioni di Descartes, commentate dai suoi allievi) e per la sua organicità e snellezza è da considerarsi un modello per i corsi di algebra e di applicazione dell'algebra alla geometria. In particolare, la sezione più ampia del testo è dedicata al *modo di trasformare le questioni geometriche in equazioni* e in essa l'autore risolse sessantuno problemi geometrici, quasi tutti per via algebrica, compensando l'uso semplice della geometria con il ricorso a manipolazioni algebriche e corredandoli con figure esplicative.

Dal momento che tali figure non hanno un ruolo puramente chiarificatore, bensì fungono da supporto e sono parte integrante della risoluzione, si è scelto di realizzare l'edizione interattiva del testo corredando ciascuno dei problemi affrontati da Newton con delle immagini interattive.

La tesi dottorale a cui si riferisce la presente nota si inserisce nel suddetto progetto di ricerca attraverso la costruzione di alcune delle immagini interattive che illustreranno i problemi presentati da Newton nel suo trattato. Costruire un'immagine interattiva che illustra un dato problema significa costruire una figura in cui sono presenti tutte le soluzioni del problema e in cui si possano modificare gli elementi che costituiscono i dati iniziali per valutarne gli effetti sugli oggetti finali. Oltre al grande impatto visivo, un'immagine interattiva permette dunque di osservare, a differenza di un'immagine statica, come variano le soluzioni e il loro numero al variare dei dati iniziali.

Riuscire a realizzare immagini interattive con le caratteristiche descritte comporta come è ovvio delle difficoltà, che in tal caso sono dovute principalmente a due ragioni. La prima consiste nel fatto che l'intento di Newton quando scrisse la sua opera non fu di determinare tutte le soluzioni di ogni problema affrontato, come risulta subito evidente visionando il testo, ma piuttosto la convinzione di poter esprimere ogni proprietà geometrica in termini algebrici e la ricerca di un modo per mostrare, a scopo didattico, la potenza del metodo algebrico. La seconda consiste invece nel fatto che le equazioni risolventi cui egli ridusse ciascun problema dipendono dalle relazioni che sussistono tra gli elementi che sono coinvolti nel problema, in virtù delle loro reciproche posizioni nella figura che illustra la risoluzione, pertanto, in tutti i casi in cui cambiando la posizione degli oggetti iniziali cambia anche l'equazione risolvente, le risoluzioni da lui proposte non permettono di individuare le soluzioni che corrispondono ad ogni configurazione.

I procedimenti da adottare per superare le anzidette difficoltà comportano che ogni immagine non sia costituita da un'unica costruzione geometrica, bensì da più *sotto - costruzioni*. La presenza di più *sotto - costruzioni* implica però un'ulteriore difficoltà, consistente nel fatto che le *sotto - costruzioni* danno luogo a più soluzioni, che possono corrispondere alla stessa configurazione o a configurazioni diverse. Nel primo caso esse devono coesistere, nel secondo, per evitare ambiguità o la visualizzazione di soluzioni errate, ciascuna *sotto - costruzione* deve essere avviata solo quando si verificano determinate condizioni e invalidata ogni qualvolta la disposizione degli oggetti che intervengono nel problema dà luogo a configurazioni per cui le soluzioni da essa generate non soddisfano le condizioni del problema.

Per realizzare le immagini si è scelto di utilizzare la seconda versione del software di geometria dinamica prodotto con il nome di *Cabri - géomètre* dall'Università Joseph Fourier di Grenoble. La scelta di utilizzare tale software, fra quelli adatti allo scopo, è legata sia alla sua affermazione sul piano scolastico, in quanto è diffuso in molte scuole europee di ogni ordine e grado, sia alla possibilità di realizzare le *macro*, segmenti di costruzione che consentono di produrre nuovi strumenti e di conseguenza di risolvere problemi complessi scindendoli in altri più semplici.

Assimilando l'insieme delle azioni necessarie per la costruzione di una figura con una lista di operazioni, che a partire da alcuni oggetti iniziali danno luogo ad uno o più oggetti finali, ogni costruzione geometrica può essere interpretata come l'esito di un

algoritmo in cui le *macro* ricoprono il ruolo di *sub - routine* e rappresentano una prerogativa che diventa un requisito indispensabile quando la costruzione geometrica da realizzare è unione di molteplici *sotto - costruzioni*, come ad esempio nel caso di costruzioni relative a problemi che ammettono più soluzioni. In questa prospettiva, che dà al *Cabri* il carattere di un linguaggio di programmazione, non c'è alcun elemento che corrisponde alle istruzioni condizionali, come *if, if - then - else*, ecc. e ciò rende impossibile realizzare delle costruzioni che danno luogo agli oggetti finali solo quando si verificano alcune particolari condizioni o che sono costituite da più *sotto - costruzioni* che alternativamente generano gli oggetti finali desiderati. Questa esigenza nasce ad esempio quando la costruzione riguarda la realizzazione di un'immagine interattiva che illustra un problema geometrico il cui numero di soluzioni varia al variare della configurazione degli enti geometrici che costituiscono i dati iniziali.

Per realizzare immagini interattive di un tale livello di complessità occorrerebbe un software che, mantenendo la semplicità e le capacità interattive di *Cabri*, fosse dotato della possibilità di inserire dei segmenti di programma negli algoritmi che si celano dietro le costruzioni, per risolvere ogni indecisione con l'ausilio di semplici comandi. Riuscire a sviluppare un software che mantenendo le caratteristiche di quello attuale ne superi i limiti cambiandone la filosofia, per dargli la forza di un linguaggio di programmazione, è indubbiamente un interessante settore di ricerca, tanto più, che con i progressi fatti nel campo dell'informatica la possibilità di fare passi avanti in tal senso ora non è più solo sul piano teorico. Tuttavia, nel caso in questione, tutti i problemi che derivano dall'impossibilità di fare uso di un vero linguaggio di programmazione possono essere aggirati con l'ausilio della calcolatrice interattiva presente in *Cabri*, adottando delle strategie che, pur forzando la natura del *Cabri*, permettono di simulare i comandi di un linguaggio di programmazione che producono gli effetti desiderati.

Nella tesi è descritta la costruzione delle immagini interattive che illustrano ventitré problemi, suddivisi in quattro capitoli in base ai metodi usati per la realizzazione delle immagini. In quanto, i diversi metodi danno luogo a diverse tipologie di costruzione, ciascuna delle quali richiede il ricorso a tecniche informatiche diverse. Un ulteriore capitolo è dedicato alla traduzione della versione originale in cui gli anzidetti problemi sono presentati nel testo di Newton. In particolare, l'esposizione della descrizione relativa alla realizzazione dell'immagine interattiva che illustra ciascun problema è preceduta da un breve cenno alla risoluzione presentata da Newton (quantità considerate note, incognite scelte, equazioni risolventi, soluzioni), invece la traduzione delle versioni originali è corredata da note esplicative che ne facilitano la comprensione. Inoltre, per la numerazione dei paragrafi in ogni capitolo è stato rispettato l'ordine numerico che i problemi hanno nel trattato, tuttavia, ove ciò si è reso necessario per garantire una miglior comprensione, all'inizio del capitolo è stato inserito uno schema in cui è rappresentata la struttura del capitolo stesso, ovvero l'eventuale dipendenza di ogni problema dagli altri problemi discussi nella tesi.

Alla tesi è allegato un CD - Rom in cui sono raccolte tutte le figure e, dal momento che per poterle visionare è necessario disporre di *Cabri*, alcune di esse sono state riprodotte in modo interattivo con l'utilizzo di *Cabri-Java*, per dare modo di osservarne la dinamicità e le possibilità di manipolazione, pur senza essere in possesso di tale software.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] BRIGAGLIA A., *La riscoperta dell'analisi classica e i problemi apolloniani*, Geometria, Flussioni e Differenziali, Ist. Ital. Studi Filos. Semin. Sci (N.S.), 8, La città del sole, Napoli (1995), 221–269.
- [2] BRIGAGLIA A., NASTASI P., *Le ricostruzioni apolloniane in Viète e in Ghetaldi*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, **VI - fasc. 1** (1986), 83–133.
- [3] NEWTON I., *Arithmétique Universelle*, trad. par N. Beaudoux, Paris (1802).
- [4] NEWTON I., *The Mathematical Papers*, edited by D.T. Whiteside. **IV - V** Cambridge (1971-1972).
- [5] JOYCE D.E., <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/Euclid.html>, I tredici libri degli Elementi di Euclide in inglese illustrati da figure dinamiche realizzate in Java nel sito della Clark University Worcester, Massachusetts, USA.

Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università di Palermo
e-mail: cellamare@math.unipa.it

Dottorato in Scienze Computazionali e Informatiche

(sede amministrativa: Università Federico II di Napoli) - Ciclo XVIII

Direttori di ricerca: Prof. A. Brigaglia, Prof. G. Indovina, Università di Palermo