Bollettino
Unione Matematica Italiana

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

Roberto Giambò, Giulio Magli

Buchi neri e singolarità nude

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **8-A**—*La Matematica nella Società e nella Cultura* (2005), n.1, p. 37–50.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2005_8_8A_1_37_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2005.

Bollettino U. M. I.
La matematica nella Società e nella Cultura
Serie VIII, Vol. VIII-A, Aprile 2005, 37-50

Buchi neri e singolarità nude.

ROBERTO GIAMBÒ - GIULIO MAGLI

1. – Introduzione.

Subito dopo aver terminato il lavoro sulla Relatività Ristretta, pubblicato nel 1905, Albert Einstein cominciò a porsi il problema di come conciliare la Relatività con la Teoria della Gravitazione. Senza entrare nei dettagli di questo problema, ricorderemo soltanto che la Relatività Ristretta è costruita utilizzando dei sistemi di riferimento in qualche modo privilegiati, che si muovono di moto uniforme (cioè con velocità costante) l'uno rispetto all'altro. Quando si riflette sulla gravità ci si accorge che un campo gravitazionale è localmente equivalente ad un sistema di riferimento uniformemente accelerato e dunque, ad esempio, uno (sfortunato) osservatore che si trovasse all'interno di un ascensore in caduta libera (non a caso detto ascensore di Einstein) non sarebbe in grado di misurare la gravità alla quale è sottoposto (principio di equivalenza).

Era dunque necessario trovare una teoria che rimuovesse l'utilizzo di riferimenti privilegiati. Gli strumenti matematici necessari per formulare tale teoria erano stati già trovati dai matematici che posero le basi della Geometria Differenziale, in particolare Riemann, ma erano all'epoca poco noti e nessuno si sarebbe mai aspettato che essi sarebbero improvvisamente e senza alcun preavviso diventati fondamentali per la descrizione del mondo. Tuttavia, fu proprio così. Infatti il 25 Novembre del 1916 Einstein, dopo un entusiasmante crescendo di tentativi durato anni, scoprì le equazioni che descrivono il campo gravitazionale in Relatività Generale (RG), le stesse che oggi portano il suo nome, proprio basandosi sulla Geometria Differenziale. La storia emozionante di come Einstein, attraverso errori alcuni dei quali «clamorosi» (a posteriori, s'intende) è pervenuto a questo fondamentale risultato, è raccontata, ad esempio, nella biografia di Einstein di A. Pais [1].

Con la formulazione definitiva della RG la Teoria Newtoniana della Gravitazione viene definitivamente relegata allo stadio di prima approssimazione di una teoria fisica estremamente più raffinata in grado di descrivere i fenomeni macroscopici anche quando l'attrazione gravitazionale diventa arbitrariamente grande, come accade nel collasso gravitazionale delle stelle, che approfondiremo tra breve, e in Cosmologia (gli unici regimi in cui la RG non è più adeguata a descrivere la natura sono quelli in cui dovrebbe essere sostituita da una teoria quantistica della gravitazione – a tutt'oggi sconosciuta – come nei primi istanti del Big Bang).

Nella RG l'»arena» dei fenomeni fisici è lo *spazio-tempo*. Dal punto di vista matematico, si tratta di una varietà lorentziana quadridimensionale (l'esempio più semplice è il ben noto spazio-tempo di Minkowsky della Relatività Ristretta, teoria alla quale la Relatività Generale si riduce in assenza di gravitazione). Il campo gravitazionale è descritto dalla metrica dello spazio-tempo, e dunque da un tensore simmetrico. A questo oggetto corrispondono dieci componenti indipendenti, e dunque le equazioni della RG risultano essere dieci equazioni differenziali a derivate parziali, del secondo ordine, non lineari, in quattro variabili indipendenti. La geometria dello spazio-tempo è curva in presenza di massa, e dunque nelle equazioni di Einstein il tensore che contiene le informazioni sull'energia, la quantità di moto e gli sforzi della materia (detto tensore Energia-Momento), funge da sorgente per la curvatura, analogamente a quanto accade per l'equazione di Poisson che governa il potenziale gravitazionale newtoniano, nella quale la densità di massa compare come sorgente.

L'invarianza della teoria rispetto a trasformazioni arbitrarie di coordinate ha la fondamentale conseguenza che la RG è una *teoria di gauge,* analoga dunque all'elettromagnetismo. All'invarianza di gauge corrisponde il formidabile meccanismo geometrico che fa sì che le identità di Bianchi (cioè le identità puramente geometriche soddisfatte dal tensore di curvatura) siano equivalenti alle equazioni del moto della materia accoppiata con la gravitazione.

Come è ovvio, anche imponendo simmetrie e semplificazioni, è naturale aspettarsi che sia impossibile trovare soluzioni esatte di un sistema di equazioni a derivate parziali non lineare. Tuttavia, per le equazioni di Einstein questo «miracolo» accade. Il 16 Gennaio 1916, dopo meno di due mesi dalla divulgazione delle equazioni definitive della teoria e nel pieno dei drammatici eventi della Prima Guerra Mondiale, Einstein infatti riceve e «legge» (cioè comunica) all'accademia Prussiana delle Scienze un lavoro inviatogli da Karl Schwarzschild, uno dei più importanti scienziati tedeschi dell'epoca nonché direttore dell'Osservatorio Astronomico di Potsdam, che in quel momento presta servizio sul fronte russo; una seconda comunicazione di Schwarzschild viene letta da Einstein il 24 febbraio. L'undici di Maggio di quello stesso anno il grande fisico tedesco muore per una malattia contratta al fronte.

Nelle due comunicazioni di Schwarzschild sono contenute, incredibilmente e contrariamente ad ogni aspettativa, due soluzioni esatte delle equazioni di Einstein, soluzioni che descrivono rispettivamente il campo gravitazionale generato da un corpo a simmetria sferica nel vuoto in ipotesi di staticità e una possibile sorgente di tale campo, composta da un fluido incomprimibile. La soluzione nel vuoto (cioè tale che il tensore Energia-Momento vale zero) a simmetria sferica, trovata da Schwarzschild sotto ipotesi di staticità, è di fondamentale importanza (ed è anche l'unica formula presente in questo articolo, e sarà discussa in dettaglio nel prossimo paragrafo) poiché, in virtù di un teorema noto come teorema di Birkhoff, essa è *l'unica* soluzione a simmetria sferica di vuoto, cioè è anche il campo generato da un qualunque oggetto non statico, purché sia a simmetria sferica. Ciò significa, ad esempio, che la soluzione di Schwarzschild descrive anche il campo gravitazionale di una stella che collassa, purché l'ipotesi di simmetria sferica si possa assumere come valida.

Tra gli anni venti e gli anni cinquanta lo studio delle soluzioni esatte e, di fatto, anche quello delle proprietà generali delle soluzioni, e dunque della fisica della RG, progredì ben poco. Agli inizi degli anni sessanta tuttavia il relativista neozelandese Roy P. Kerr iniziò a studiare alcune classi di metriche dotate di particolari proprietà algebriche, cercando di capire se tali proprietà si potevano usare per semplificare ed eventualmente integrare le equazioni di Einstein. Incredibilmente e senza alcun preavviso, ne risultò una intera classe di soluzioni (quelle che oggi prendono il nome di soluzioni di Debney-Kerr-Schild [2]) e, ancora più incredibilmente, risultò che una famiglia a due parametri (da allora tradizionalmente e universalmente chiamati a ed m) di queste soluzioni descriveva un possibile campo gravitazionale di vuoto generato da un corpo stazionario a simmetria assiale (ad esempio, una stella ruotante) i due parametri essendo la massa e il momento angolare per unità di massa.

Il «miracolo» avvenuto sul foglio di carta su cui Kerr lavorava ha fatto sì che si potesse aprire un intero nuovo campo di studi.

La fisica dei buchi neri.

2. – La soluzione di Schwarzschild

È la seguente:

$$dS^2 = -(1-2M/r)\,dt^2 + (1-2M/r)^{-1}dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2)$$

qui M è la massa del corpo e vengono usate, come d'abitudine in RG, unità di misura tali che la velocità della luce e la costante di gravitazione valgono entrambe uno, così che (come si controlla con un semplice esercizio) massa, lunghezza e tempo hanno le stesse dimensioni.

La soluzione di vuoto di Schwarzschild perde di significato quando r è pari a $2M$ o quando r si annulla. Tuttavia ripristinando le unità ordinarie si controlla facilmente che, ad esempio, $2M$ è pari ad alcuni km per il sole (alcuni cm per la terra).

Ovviamente, la soluzione di vuoto cessa di valere molto «prima», cioè nel punto in cui l'oggetto gravitante «comincia» (il raggio del sole è di circa 700 mila km) e deve essere raccordata con una soluzione all'interno del corpo, soluzione che dipenderà dalla proprietà fisiche del materiale che lo compone e che sarà, per un oggetto statico come la terra, perfettamente regolare sia in $2M$ che, a maggior ragione, nell'origine. Per questo motivo, la «singolarità schwarzschildiana» in $r = 2M$ fu considerata per lungo tempo non interessante dal punto di vista astrofisico. Nel frattempo, ci si rese conto che non si trattava di una vera singolarità: la divergenza della metrica in $r = 2M$ è infatti rimuovibile con trasformazioni di coordinate (il primo esempio di una di tali trasformazioni fu trovato da Eddington in una lettera alla rivista Nature del 1924). La regolarità della soluzione in $r = 2M$ è confermata dal fatto che gli invarianti del tensore di Riemann (il quale misura la *curvatura* dello spazio-tempo) rimangono finiti in $r = 2M$, mentre invece divergono a $r = 0$. Senza entrare nei dettagli della definizione di singolarità in RG, che ci porterebbe al di fuori degli scopi di questa rassegna, è però evidente che il comportamento divergente di una funzione scalare segnala un processo fisico reale che non può essere rimosso con una trasformazione di coordinate: dunque in $r = 0$ si trova una vera singolarità fisica dello spazio-tempo.

Se si segue la traiettoria di particelle che cadono nel campo gravitazionale e passano la superficie $r = 2M$ (tale traiettoria sarà perfettamente regolare, visto che la singolarità non è fisica), già usando le coordinate di Eddington ci si rende conto che tale superficie ha delle caratteristiche molto speciali. Il modo più semplice per visualizzarle è ricordare che ad ogni osservatore in movimento è associato un *cono di luce*, cioè il cono che contiene tutti gli eventi accessibili nel futuro all'osservatore medesimo, in virtù del fatto che la velocità della luce è finita e insuperabile.

Il concetto di cono di luce, ben noto in relatività ristretta, è facilmente esportabile alla RG. Si vede allora che nel passaggio della superficie $r = 2M$ tutti i coni diventano tangenti alla superficie stessa. Poichè nulla può uscire dal cono senza viaggiare a velocità maggiore di quella della luce, e dunque *nulla* può uscire, si deduce immediatamente che la superficie $r = 2M$ si comporta come una membrana selettiva che permette alle particelle il transito in una sola direzione. Una superficie siffatta prende il nome di *orizzonte degli eventi*.

La sistemazione matematica definitiva della «singolarità» di Schwarzschild fu data da Kruskal e da Szekeres, che nel 1960 pubblicarono indipendentemente l'uno dall'altro la massima estensione analitica della soluzione di Schwarzschild [3,4].

La struttura della soluzione di Kruskal-Szekeres è rappresentata nella Figura 1. Gli assi cartesiani sono orientati secondo le nuove coordinate, con il tempo sull'asse delle ordinate. L'estensione contiene

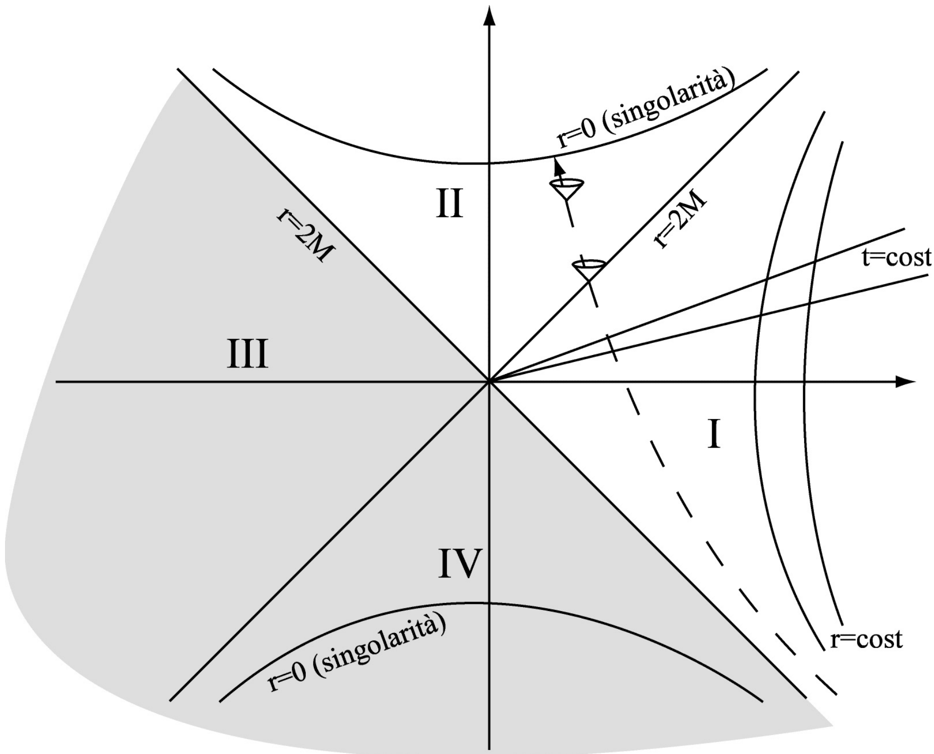

Fig. 1. – La massima estensione analitica della soluzione di Schwarzschild. In questo sistema di coordinate l'asse di simmetria dei coni di luce è parallelo all'asse verticale.

di fatto quattro regioni, e non due, ma la parte fisicamente rilevante del piano di Kruskal-Szekeres è quella (non ombreggiata in figura) costituita da I, la regione che contiene «l'infinito spaziale», e II, la regione «racchiusa» da $r = 2M$ e che contiene la vera singolarità in $r = 0$ (la regione III-IV o «Buco Bianco» non ha significato fisico). La linea tratteggiata rappresenta la traiettoria di un osservatore che decida di attraversare l'orizzonte. La singolarità è rappresentata dall'arco di iperbole indicato in figura e si trova evidentemente nel futuro di ogni osservatore che penetri nella regione II. Di conseguenza, è un «ultimo tempo» per chiunque si trovi in contatto con essa (*spacelike singularity)*. È evidente che non esiste alcuna possibilità di «tornare a raccontare» che cosa avviene nella singolarità, perché non esistono segnali o curve di particelle che «escono» da essa. Una singolarità di questo tipo è universalmente considerata «accettabile». Sono invece considerate da molti (ma non da tutti!) inaccettabili le singolarità «che possono comunicare con gli osservatori».

Per fissare le idee su di esse dobbiamo prima parlare della soluzione di Kerr.

3. – La soluzione di Kerr.

Naturalmente, la natura aborre la simmetria sferica, che è esclusivamente una palestra per costruire modelli matematici semplici. Tutti gli oggetti gravitanti ruotano, e la rotazione fa sì che, al massimo, la simmetria che è naturale aspettarsi sia quella assiale. Lo schiacciamento ai poli dei corpi ruotanti – e dunque il fatto che la terra non è una sfera - ha effetti importanti perfino nella nostra vita di tutti i giorni. La completa inadeguatezza dei modelli a simmetria sferica è particolarmente frustrante per i relativisti. Infatti, come è noto, la teoria della RG prevede l'esistenza delle onde gravitazionali. Queste onde, la cui osservazione diretta è attesa ormai da molti anni, una volta osservate apriranno una vera e propria nuova «finestra» sull'universo, analoga a quella che si è aperta quando è cominciata l'astronomia a raggi x. Si pensa che i fenomeni di contrazione gravitazionale violenta siano sorgenti di forti emissioni gravitazionali, ed è dunque importante studiarne la dinamica anche da questo punto di vista. Ebbene, si può mostrare facilmente che un corpo a simmetria sferica non emette onde gravitazionali. Dunque, è di fondamentale importanza poter considerare il caso di oggetti ruotanti.

Come abbiamo accennato, la soluzione di Kerr descrive degli oggetti ruotanti a simmetria assiale. A differenza della soluzione di Schwarzschild, che è l'unica soluzione di vuoto a simmetria sferica, la soluzione di Kerr non è affatto l'unica soluzione di vuoto stazionaria a simmetria assiale. Tuttavia, essa gode di alcune proprietà speciali. Innanzi tutto, è univocamente caratterizzata da due soli parametri, la massa m ed il momento angolare per unità di massa, tradizionalmente indicato con la lettera a (si noti che, nel sistema di unità di misura relativistico che stiamo utilizzando, m ed a hanno le stesse dimensioni). Inoltre, grazie ad un importante teorema (detto *no-hair theorem*) congetturato da

Carter e provato da Robinson, fin dagli anni settanta sappiamo che la soluzione di Kerr è l'unica soluzione stazionaria a simmetria assiale delle equazioni di Einstein che descrive un corpo isolato ed ammette, se a è minore di m, un orizzonte degli eventi, analogo a quello presente nella soluzione di Schwarzschild, al di fuori del quale è regolare [5] (in realtà se il momento angolare per unità di massa è minore della massa la soluzione di Kerr presenta due orizzonti: il primo è appunto l'orizzonte degli eventi, il secondo viene detto Orizzonte di Cauchy).

Un osservatore che giungesse nella regione che contiene la singolarità di Kerr (che si può dimostrare avere la topologia di un anello) si troverebbe in una situazione completamente diversa da quella della regione II di Schwarzschild. Infatti, egli non sarebbe affatto obbligato ad andare a schiantarsi sulla singolarità: si può dire che la singolarità di Kerr è *un luogo* dove si può scegliere di andare oppure no, e dal quale si possono ricevere segnali. La singolarità è di conseguenza detta *nuda*.

B. Carter ha dimostrato che esistono, nei dintorni della singolarità ad anello, curve di tipo tempo chiuse, cioè curve lungo le quali un osservatore, muovendosi, può tornare nel proprio passato. Si hanno dunque, in presenza della singolarità di Kerr, delle possibili *violazioni della causalità.* Tuttavia, se a è minore di m, un osservatore che incontrasse in questo modo il proprio antenato che ha fatto la prima crociata non potrebbe comunque raccontare l'interessante esperienza al «mondo esterno» dal quale proviene, in virtù della presenza dell'orizzonte degli eventi. La singolarità è dunque nuda solo *localmente* o, se si vuole, è «vestita» dall'orizzonte. Se invece a è maggiore di m la singolarità di Kerr è visibile da qualunque osservatore: è dunque *globalmente* nuda.

4. – Collasso gravitazionale e Buchi Neri.

Una stella «normale», come il Sole, è un corpo nel quale la materia si trova allo stato di plasma. Le reazioni di fusione nucleare producono una pressione, detta di radiazione, che si oppone alla contrazione gravitazionale mantenendo il corpo stabile. Quando il combustibile nucleare si esaurisce la pressione di radiazione viene meno e l'oggetto entra in una fase di collasso gravitazionale durante la quale avvengono fenomeni violenti come le cosiddette esplosioni di supernova. Se la massa dell'oggetto risultante è inferiore al cosiddetto *limite di Chandrasekar* pari a circa 1.4 masse solari, l'oggetto che si forma è una nana bianca, tipicamente con un raggio di 10^4 km e una densità al centro di 10^6 g/cm^3. Se invece la massa è superiore al limite di Chandrasekar ma inferiore al cosiddetto *neutron star limit*, pari a circa 3 masse solari, si forma una stella di neutroni (da cui il nome del limite sopra citato), un oggetto ancora più denso (circa 10^{15} g/cm^3) e di dimensioni ancora più ridotte.

Non esistono stati stabili della materia per oggetti di massa più grande del limite di stella di neutroni. Il problema di capire cosa possa avvenire se, durante il collasso, non viene espulsa una quantità di massa sufficiente a far sì che l'oggetto terminale abbia massa inferiore a tale limite fu studiato per la prima volta in modo sistematico da Oppenheimer e Snyder nel 1939 [6]. Utilizzando un modello enormemente semplificato a simmetria sferica (il collasso di una nube incoerente di polvere omogenea, cioè con densità di energia indipendente dalla coordinata radiale), essi mostrarono che si può costruire un modello completo di collasso gravitazionale in RG nel quale tutta la materia collassa al di sotto dell'orizzonte prima che si formi la singolarità centrale (ovviamente l'avverbio «prima» va giustificato, perché il tempo non ha alcun carattere assoluto in Relatività: si tratta del tempo *comobile*, cioè segnato da orologi solidali con le particelle del materiale che collassa).

La situazione è schematizzata nella Figura 2.

Gli oggetti proposti da Oppenheimer e Snyder non furono presi molto sul serio dagli astrofisici fino agli anni sessanta, quando cominciò ad emergere l'evidenza dell'esistenza di oggetti fortemente collassati di massa superiore al limite di stella di neutroni. Oggi di fatto sappiamo che molti nuclei galattici (compreso quello della nostra vecchia Via Lattea) contengono un oggetto di massa pari a migliaia di masse solari. Sappiamo inoltre che molti sistemi binari contengono un oggetto gravitante di massa superiore al *neutron star limit* (il primo ad essere individuato fu Cygnus X-1, nel 1971). Nel 1973, finalmente, questi oggetti ebbero anche un nome ufficiale, inventato dal relativista John

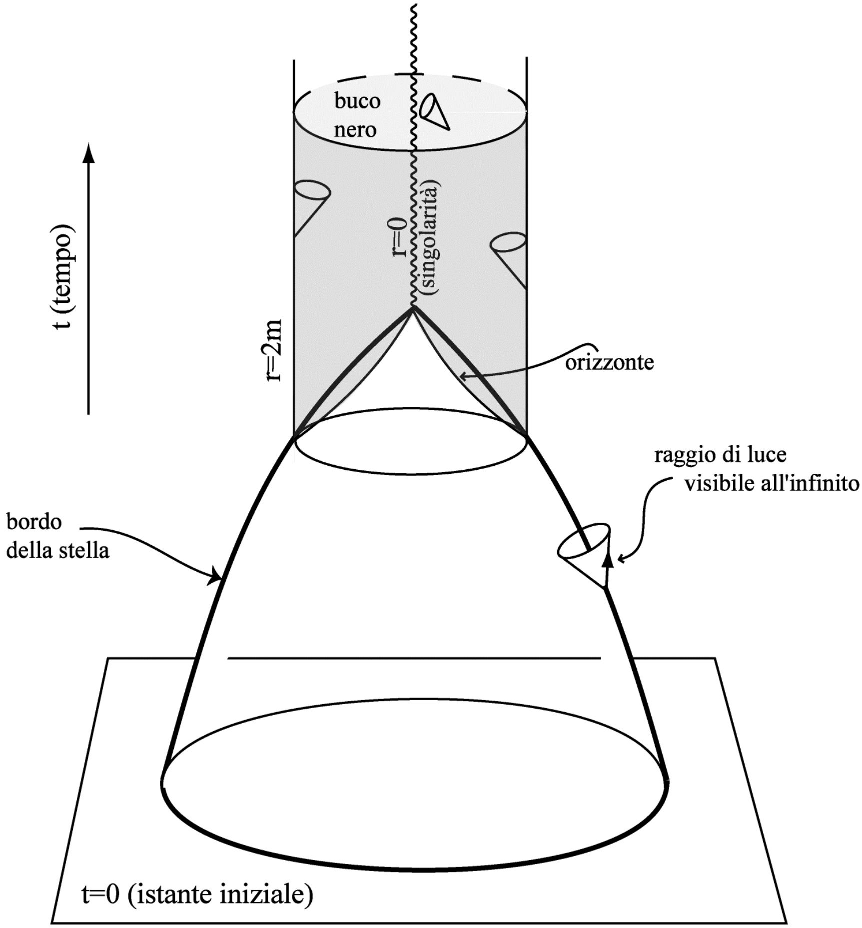

Fig. 2. – Collasso gravitazionale di una nube di polvere omogenea a simmetria sferica. Una delle 3 dimensioni spaziali è stata soppressa. La parte ombreggiata rappresenta la regione nella quale le particelle di prova, passato l'orizzonte, sono intrappolate e costrette ad andare a finire sulla singolarità.

Wheeler: *blackholes*, buchi neri. L'osservazione di un buco nero è, naturalmente, sempre indiretta e si basa su misure dei cosiddetti *dischi di accrescimento*, cioè «aloni» di particelle che ruotano attorno all'oggetto centrale. Da misure sull'emissione da questi dischi si può infatti risalire alla massa dell'oggetto centrale e verificare che essa supera il *neutron star limit*.

5. – La Congettura del Censore Cosmico.

Come abbiamo visto, un buco nero contiene una singolarità che, non potendo comunicare con osservatori esterni, non può influire nel loro futuro. Una singolarità di questo tipo è generalmente ritenuta «accettabile» perché non viola la causalità temporale. Invece, almeno nel caso della singolarità di Kerr, una singolarità nuda può dare violazioni della causalità nella forma di *curve di tipo tempo chiuse,* cioè di traiettorie seguendo le quali si può andare nel proprio passato. Naturalmente, il fatto che ciò avvenga per la singolarità di Kerr non significa affatto che debba avvenire nel caso di ogni singolarità nuda, e di fatto a tutt'oggi non conosciamo quali fenomeni fisici siano veramente possibili in presenza di una singolarità nuda. Ad esempio, non sappiamo se essa emette onde gravitazionali oppure no. In ogni caso, nel 1969 Roger Penrose fu il primo a congetturare, in un lavoro apparso su un'edizione speciale della Rivista del Nuovo Cimento [7], che la natura impedisca sempre la formazione di singolarità nude.

La congettura di Penrose, nota come «Congettura del Censore Cosmico» è stata per molti anni ritenuta inattaccabile tanto che l'intera astrofisica osservativa si è basata – e di fatto si basa tuttora – sull'assunto che esistano solo tre stati finali possibili del collasso gravitazionale, e cioè le Nane Bianche, le Stelle di Neutroni e i Buchi Neri. Tuttavia, come abbiamo visto, il modello di Oppenheimer e Snyder che prevede la formazione dei buchi neri è enormemente semplificato e, nel 1984, D. Christodoulou [8] dimostrò che è sufficiente rimuovere l'ipotesi di omogeneità spaziale per costruire dei modelli in cui si ha la formazione di singolarità nude al termine del collasso gravitazionale di una nube di polvere (vedi Figura 3). Da allora, sono stati trovati molti altri esempi fisicamente ragionevoli di singolarità nude, anche in presenza di pressioni (v. per es. [9]). La questione dell'accettabilità o meno delle singolarità nude si impose dunque all'attenzione della comunità scientifica, dando origine anche ad una famosa scommessa fra S. W. Hawking, favorevole alla congettura, da una parte, e J. P. Preskill e K. S. Thorne dall'altra: il perdente della scommessa, concordata nel 1991, avrebbe simboli-

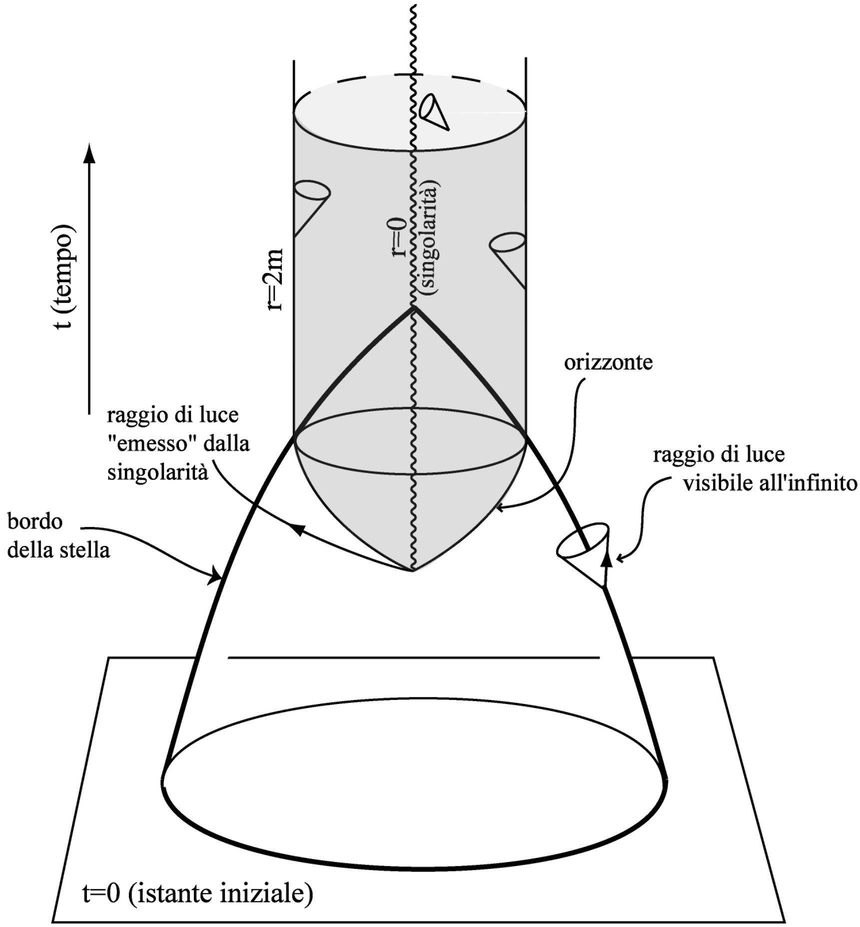

Fig. 3. – Collasso gravitazionale di un modello di polvere non omogenea. A differenza di quanto accade in Figura 2, possono esistere raggi di luce che escono dalla singolarità.

camente coperto la nudità del vincitore con una maglietta «recante una scritta appropriata». La scoperta delle prime soluzioni che violavano la congettura e che venivano generate da sorgenti prive di singolarità a livello newtoniano (campi scalari) [10] sembrò far pendere la bilancia a favore di Preskill e Thorne, ma Hawking sostenne la *non genericità*, cioè l'instabilità rispetto a piccole perturbazioni, delle soluzioni trovate, e l'accordo venne rinegoziato nel 1997 (la scommessa è ancora aperta).

6. – Conclusioni e prospettive.

Le questioni connesse allo studio del collasso gravitazionale in RG sono dunque lontane dall'avere una risposta soddisfacente.

Anzitutto, i modelli fisici di spazio-tempo sui quali è possibile fare considerazioni matematiche rigorose godono di proprietà particolari (come la simmetria sferica) che sarebbe sperabile indebolire. Anche solo volendo considerare spazi-tempo a simmetria assiale, come si sta faticosamente cercando di fare negli ultimi tempi, numerose ostruzioni di carattere matematico ostacolano il compito, per non parlare di oggetti più generali senza particolari simmetrie, laddove anche la semplice formulazione del problema in termini matematici (definizione di singolarità, esistenza di orizzonti) appare piuttosto complicata. In questo contesto si inserisce anche il dibattito sulla genericità dei contro-esempi, sul quale Hawking basa il suo rifiuto di accettare di aver perso la scommessa cui si accennava nel paragrafo precedente. Uno spazio-tempo che costituisca un contro-esempio al censore cosmico, dovrebbe infatti possedere proprietà di stabilità rispetto a piccole perturbazioni, sia dei dati iniziali che delle simmetrie. Perturbare una soluzione a simmetria sferica significa dunque avere a che fare con oggetti sui quali, a tutt'oggi, non si sa dire niente a parte qualche parziale (a dir poco!) risultato basato su simulazioni numeriche.

C'è poi da considerare che, quand'anche si riuscisse a fornire risposte esaurienti per modelli fisici senza simmetrie, si tratterebbe pur sempre di risultati ottenuti nel campo della RG classica, senza tenere conto degli effetti quantistici. È senza dubbio possibile che, quando la curvatura diventa così alta da non poter più trascurare tali effetti, le divergenze vengano «fermate» appunto da un processo quantistico. Purtroppo, la gravità quantistica è una teoria che ancora non conosciamo.

Infine, è evidente che l'essenza stessa della congettura di Penrose («la natura aborre la singolarità nuda») può essere motivo di discussione: interpretare matematicamente il concetto di «natura» è infatti compito ben arduo, tanto che in genere si preferisce ragionare su ipotesi di «ragionevolezza fisica» sulle quali, però, non esiste un accordo universale.

Per tutti questi motivi, e malgrado siano passati quasi quaranta anni dalla formulazione della congettura del censore cosmico, è ancora oggi quanto mai attuale l'opinione che Penrose stesso espresse allora, definendo l'esistenza di singolarità nude come «la fondamentale questione irrisolta della teoria relativistica del collasso gravitazionale».

BIBLIOGRAFIA

[1] A. PAIS, *Sottile è il Signore...la scienza e la vita di Albert Einstein*, Bollati Bonghieri (Torino, 1991).

[2] G. C. DEBNEY - R. P. KERR - A. SCHILD, *Solutions of the Einstein and Einstein-Maxwell equations*, J. Math. Phys. **10** (1969), 1842-1854.

[3] M. D. KRUSKAL, *Maximal Extension of Schwarzschild Metric*, Physical Letters **119** (1960), 1743.

[4] G. SZEKERES, *On the singularities of a Riemannian manifold*, Publ. Math. Debrecen **7** (1960), 285.

[5] S. CHANDRASEKAR, *The mathematical theory of black holes*, Oxford University Press (New York, 1998).

[6] J. R. OPPENHEIMER - H. SNYDER, *On Continued Gravitational Contraction*, Phys. Rev. **56** (1939), 455.

[7] R. PENROSE, *Gravitational Collapse: the Role of General Relativity*, Nuovo Cimento **1** (1969), 252 (ristampato su Gen Rel Grav **34** (2002), 1141).

[8] D. CHRISTODOULOU, *Violation of cosmic censorship in the gravitational collapse of a dust cloud*, Comm. Math. Phys. **93** (1984), 171.

[9] R. GIAMBÒ - F. GIANNONI - G. MAGLI - P. PICCIONE, *New solutions of Einstein equations in spherical symmetry: the Cosmic Censor to the court*, Comm. Math. Phys. **235** (2003), 545.

[10] M. CHOPTUIK, *Universality and scaling in gravitational collapse of a massless scalar field*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993), 9.

Roberto Giambò, Dipartimento di Matematica e Informatica,
Università di Camerino

Giulio Magli, Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano