Bollettino Unione Matematica Italiana

Giorgio Israel

Oltre il mondo inanimato: la storia travagliata della matematizzazione dei fenomeni biologici e sociali

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **7-B** (2004), n.2, p. 275–304.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2004_8_7B_2_275_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica) SIMAI & UMI

http://www.bdim.eu/

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2004.

Bollettino U. M. I.
(8) **7**-B (2004), 275-304

Oltre il mondo inanimato: la storia travagliata della matematizzazione dei fenomeni biologici e sociali (*).

Giorgio Israel

Summary. – *Ever since the second half of the 18th century the success achieved in the mathematization of physical phenomena encouraged efforts to obtain similar results in the field of life phenomena and of socio-economic processes. Little attention has so far been devoted to the history of mathematization in these contexts. The aim of the present article is to map the principal lines of the historical development of these forms of mathematization, to describe the results obtained and the problems that remain to be solved. Some mention is made of the reasons why this history may prove of value also in a research context. It could provide a basis for reflection on the nature of the difficulties that have hindered research carried out in a much more complex context than that of physical phenomena.*

Sunto. – *Fin dalla seconda metà del Settecento, i successi conseguiti nella matematizzazione dei fenomeni fisici stimolarono a realizzare analoghi risultati nel campo dei fenomeni della vita e dei processi sociali ed economici. Fino ad ora, la storia della matematizzazione in questi contesti ha ricevuto scarsa attenzione. Scopo di questo articolo è di tracciare una panoramica delle linee principali dello sviluppo storico di queste forme di matematizzazione, di descrivere i risultati ottenuti e i problemi ancora aperti. Si fa inoltre cenno alle ragioni per cui questa storia può essere utile anche nel contesto della ricerca. Difatti essa permette di sviluppare delle riflessioni circa la natura delle difficoltà che hanno ostacolato e ostacolano un'attività di ricerca che si svolge in un contesto ben più complesso di quello dei fenomeni fisici.*

1. – Premessa.

Per possedere una propria storiografia, una scienza (o una branca scientifica) deve avere raggiunto una consistenza ed una struttura sufficientemente elevate. Ciò significa che essa non deve soltanto avere accumulato un deposito di conoscenze esteso, ma che essa deve essersi strutturata in istituzioni, asso-

(*) Conferenza tenuta a Milano il 13 settembre 2003 in occasione del XVII Congresso U.M.I.

ciazioni, accademie, riviste, che permettano il costituirsi di una «memoria» scientifica, che è la materia prima indispensabile per la formazione di una storiografia matura. E una storiografia «matura» può essere considerata tale se verifica due criteri: il rigore dei metodi di analisi proprî, e il fatto che essa sia considerata dai membri della comunità scientifica come uno strumento indispensabile, nel senso in cui Henri Poincarè diceva – riferendosi alla matematica — che, «per prevederne l'avvenire il vero metodo è studiarne la storia e lo stato presente».

Raggiungere una condizione del genere è difficile per le discipline di confine, che sono soggette al predominio dei settori più forti di cui sono l'intersezione e che incontrano grandi difficoltà nel tentare di conseguire una strutturazione indipendente (1). Questo spiega l'inesistenza di una storiografia della biomatematica o dell'economia matematica, nonché di molti altri settori della modellizzazione matematica di questioni non fisiche. E quando si è sviluppata qualche forma parziale di analisi storica, essa è stata per lo più opera di economisti e biologi, secondo punti di vista spesso particolari e unilaterali.

Fino a poco tempo fa, chi ricercasse qualche riferimento storico serio – e non ridotto a curiosità o aneddoti – alle origini della matematizzazione delle scienze non fisiche – scienze sociali ed economiche, scienze della vita e della mente – non trovava altro che alcuni brevi commenti contenuti in poche pagine degli *Studi newtoniani* di Alexandre Koyré (2).

Questi commenti di Koyré, per quanto generici, mettono in luce due aspetti di importanza cruciale. Il primo è che la matematizzazione delle scienze non fisiche era stata inspirata dall'idea di imitare il modello newtoniano che tanto successo aveva ottenuto nel campo dei fenomeni fisici, o – per meglio dire – dall'idea di trasferire concetti e metodi della scienza newtoniana nei nuovi campi di studio:

> «Il successo schiacciante della fisica newtoniana ebbe come risultato praticamente inevitabile che le sue caratteristiche furono considerate come essenziali all'edificazione della scienza in quanto tale, di non importa quale scienza; tutte le nuove scienze che apparvero nel XVIII° secolo – scienze dell'uomo e della società – tentarono di conformarsi al modello newtoniano della conoscenza empirico-deduttiva e di attenersi alle leggi for-

(1) Un indicatore molto preciso di un simile stato di cose è talvolta dato dalla difficoltà di disporre di «referee» per gli articoli presentati per la pubblicazioni su riviste. Un episodio clamoroso, che costituisce un esempio emblematico di una situazione del genere, è dato dalla difficoltà che si incontrò per trovare dei «referee» adeguati ad esaminare il fondamentale articolo di Arrow e Debreu (Arrow, Debreu 1954) in cui si dimostrava l'esistenza dell'equilibrio economico generale. Sia il matematico che l'economista chiamati alla bisogna si rivelarono del tutto inadeguati e una comunità di economisti-matematici era ancora praticamente inesistente. La vicenda è stata narrata da E. Roy Weintraub sulla base della documentazione d'archivio (Weintraub 2002).

(2) Koyré 1968.

mulate da Newton nelle sue celebri *Regulae Philosophandi*, tanto spesso citate e tanto spesso mal comprese» ([3]).

Ciò aveva avuto alcune implicazioni. Le scienze matematizzate della vita o dell'uomo non si erano costituite in forme autonome, ma attraverso un processo di imitazione delle scienze fisico-matematiche e, in particolare, della meccanica. Da cui la pervasività di concetti come quelli di punto materiale, di forza e di interazione, di azione e di minima azione, di equilibrio, di cui si erano ricercati ostinatamente – e un po' scolasticamente – i corrispettivi. A differenza di quanto era accaduto per la fisica, la matematica non aveva assunto un ruolo *costitutivo* nelle nuove discipline matematizzate. Sappiamo bene che tutti i concetti della fisica moderna si sono costituiti in forma matematica, sulla base di un processo di geometrizzazione e aritmetizzazione dello spazio e del tempo, e non sono pensabili se non in termini matematici – come è comprovato dal sistematico fallimento di tutti i tentativi di dematematizzare i fondamenti della fisica. Nulla del genere è accaduto nell'ambito delle scienze della vita e dell'uomo. I concetti di base di queste discipline si erano già costituiti in forma non matematica e la loro matematizzazione è stata piuttosto un processo di assoggettamento ai concetti e ai metodi della scienza fisico-matematica newtoniana, o quantomeno al modo in cui tale scienza era vista nella scienza continentale del Settecento. L'idea secondo cui nella realtà biologica o in quella sociale era inevitabile scoprire un ordine risultante dall'interazione dei suoi elementi costitutivi – «atomi viventi» o «atomi sociali» – non derivava da alcuna specifica analisi di fatto ma era soltanto un riflesso del prestigio del modello newtoniano.

Qui interviene il secondo ordine di riflessioni di Koyré, il quale accusa questa esportazione del «modello newtoniano di analisi e ricostruzione per atomi di aver prodotto quasi sempre cattivi risultati» e, anticipando temi caratteristici della odierna scienza della complessità, di aver fatto credere che una totalità (*totum*) possa essere pensata come la somma di sue parti:

«Dobbiamo procedere secondo il modello di Newton, applicando le regole che egli ci ha dato. Dobbiamo scoprire attraverso l'osservazione, l'esperienza e anche la sperimentazione le facoltà fondamentali e permanenti, le proprietà dell'essere e del carattere dell'uomo che non possono essere né aumentate né diminuite; dobbiamo scoprire gli schemi dell'azione e le leggi del comportamento che si rapportano le une alle altre e legano insieme gli atomi umani. A partire da queste leggi, dobbiamo dedurre tutto il resto.

Programma magnifico! Ahimé, la sua applicazione non diede i risultati sperati. Ci si rese conto del fatto che il compito di definire «l'uomo» era molto più difficile di quello di definire la «materia» [...] E tuttavia, tanto era forte la credenza nella «natura» e tanto era potente il prestigio del modello newtoniano (o pseudo-newtoniano) di un ordine che nasce automaticamente dall'interazione di atomi isolati e indipendenti che nessuno osò mettere in dubbio che l'ordine e l'armonia sarebbero in qualche modo stati prodotti dagli

([3]) Koyré 1968, p. 39.

atomi umani agenti secondo la loro natura, quale che essa fosse: istinto del gioco e del piacere (Diderot), perseguimento egoista del guadagno (A. Smith). Questo ritorno alla natura poteva significare sia la passione senza freni che la concorrenza senza freni. Inutile dirlo, fu la seconda interpretazione a prevalere.

L'imitazione (o la pseudo-imitazione) entusiasta del modello newtoniano (o pseudo-newtoniano) di analisi e ricostruzione per atomi, che fino ai nostri giorni si è rivelato tanto fruttuoso in fisica, in chimica, e persino in biologia, diede ovunque altrove dei risultati abbastanza cattivi» ([4]).

Non ci soffermeremo oltre su queste riflessioni di Koyré. Esse lasciano un po' insoddisfatti per l'assenza di riferimenti storici espliciti e il loro valore può essere pienamente apprezzato soltanto in relazione al dispiegarsi compiuto del contesto storico cui si riferiscono. Ma, come si è detto, di una storia siffatta noi possediamo soltanto i primi sviluppi: si tratta di spezzoni che, man mano che l'analisi storica si estende e si approfondisce, si inseriscono in una cornice esplicativa generale che viene progressivamente prendendo forma, e contribuisce a individuare le altre tessere del mosaico. Questo processo di ricostruzione di un'immagine storica d'insieme e, al contempo, dettagliata, è reso assai difficile dal fatto che ci si muove in un terreno in cui le informazioni si presentano in forme frammentarie per l'assenza di una struttura disciplinare e istituzionale ben definita.

Per questi motivi, più che descrivere in dettaglio qualcuno di questi spezzoni – il che potrebbe soddisfare il gusto del rigore specialistico a scapito di un interesse più generale – preferisco tracciare una rapida panoramica di temi e di problemi storici, alcuni dei quali aperti, che può dare il senso dell'interesse di questa tematica, anche in relazione alle questioni che si pongono nella ricerca contemporanea.

2. – L'inoculazione del vaiolo.

Nell'analisi storica, come in quella scientifica, non si è possibile avanzare di un solo passo senza riferirsi a un'ipotesi esplicativa generale, sia pure a un'ipotesi provvisoria, eventualmente anche per confutarla. Anche qui, parafraserò Poincaré, riferendo alla storia ciò che egli dice a proposito della scienza, e cioè che essa «non è una collezione di fatti, più di quanto un ammasso di pietre non sia una casa».

Dicevo che l'ipotesi esplicativa generale può anche servire come punto di partenza per confutarla. Apparentemente, questo sembra essere proprio il caso della descrizione generale che ci ha dato Koyré. Vedremo, tuttavia, che si tratta di un'impressione superficiale. Poiché non ci interessa accumulare ammassi di pietre, ovvero notizie e informazioni prive di una connessione concet-

([4]) Koyré 1968, pp. 41-2.

tuale, dobbiamo decidere cosa andare cercando quando ci proponiamo di individuare le origini della matematizzazione dei fenomeni non fisici. E precisiamo subito che non andremo alla ricerca di qualsiasi forma di quantificazione di tali fenomeni. Ciò non ci condurrebbe da nessuna parte. Come diceva Vito Volterra, ricorrere ai metodi quantitativi, significa soltanto «schiudere il varco alle matematiche», mentre un vero e proprio processo di matematizzazione si ha quando attraverso il varco si fa largo un tentativo sistematico di determinare relazioni o addirittura leggi espresse in termini matematici ([5]).

Sarebbe assurdo sottovalutare l'importanza che ebbe lo sviluppo di tematiche quantitative nel campo biologico e sociale quale lo studio delle tavole di mortalità, a partire dal Seicento, il quale era suggerito da problematiche nuove come quelle delle assicurazioni sulla vita e degli assegni di pensione per i funzionari pubblici ([6]). A questa raccolta e analisi di dati parteciparono anche scienziati di prima grandezza, come Lagrange. Ma un vero e proprio processo di matematizzazione si manifestò soltanto quando dalle masse dei dati si passò al tentativo di stabilire vere e proprie leggi della dinamica di una popolazione, oppure al tentativo di formulare «modelli» per dare una risposta scientifica rigorosa a problemi complicati e irrisolti.

Tale è il caso del celebre problema dell'inoculazione del vaiolo, che può ben essere considerato come il primo caso importante di matematizzazione di un problema biologico, in cui intervengono aspetti di dinamica di popolazione e di dinamica di un'epidemia.

La vicenda è abbastanza nota e ci limiteremo a ricordarla rapidamente ([7]). Poche malattie influenzarono il corso di un secolo come accadde per il Settecento, a causa di questa terribile malattia che decimava intere generazioni ([8]). Quando si scoprì casualmente che l'inoculazione del siero vaccino infetto produceva una forma attenuata della malattia, apparentemente meno letale e suscettibile di produrre immunità – come in ogni caso di sopravvivenza dall'infe-

([5]) «Il passaggio di una scienza dall'epoca che dirò prematematica a quella in cui essa tende a divenir matematica, resta caratterizzato da ciò: che gli elementi, che essa studia, vengono esaminati in modo quantitativo anziché qualitativo [...] Però il tradurre nel linguaggio dell'aritmetica o della geometria i fatti della natura, è piuttosto schiudere il varco alle matematiche che non porre in opra lo strumento dell'analisi. Lo studiare le leggi con cui variano gli enti suscettibili di misura, l'idealizzarli, spogliandoli di certe proprietà o attribuendone loro alcune in modo assoluto, e lo stabilire una o più ipotesi elementari che regolino il loro variare simultaneo e complesso; ciò segna il momento in cui veramente si gettano le basi sulle quali potrà costruirsi l'intero edificio analitico. Ed è allora che si vede rifulgere tutta la potenza dei metodi, che la matematica largamente pone a disposizione di chi sa usarli.» (Volterra V. 1901, pp. 9-11 nell'ed. del 1920).

([6]) Su questi temi cfr. Desrosières 1993, Brian 1994.

([7]) Una breve sintesi si trova in Daston 1988, una ricostruzione abbastanza completa in Lulani 1992.

([8]) Cfr. Darmon 1986.

zione –, si formarono due fronti contrapposti: quello di chi predicava, in nome del progresso, l'opportunità di inoculare; e quello di chi vi si opponeva dichiarando l'inammissibilità di ogni perturbazione dell'ordine naturale e criminoso il determinare deliberatamente la morte di un certo numero d'individui. Si trattava di una contrapposizione che richiama, sia pure in forme diverse, alcune polemiche contemporanee circa l'uso delle conquiste più recenti delle tecnologie genetiche. Al celebre matematico Daniel Bernoulli parve che il modo migliore per dirimere la questione fosse quello di dimostrare in termini matematici esatti i vantaggi dell'inoculazione.

In una memoria presentata all'Accademia delle Scienze di Parigi nel 1760 (e pubblicata soltanto nel 1765 ([9])), Daniel Bernoulli, sulla base della convinzione che «le leggi più semplici della natura sono sempre le più plausibili», derivò da alcune ipotesi semplificatrici – come la costanza della probabilità di morire per un infetto di vaiolo indipendentemente dall'età – il numero di persone che sarebbero dovute morire in un dato periodo e il guadagno medio nell'aspettativa di vita per gli inoculati. Il confronto con le tavole di mortalità disponibili convalidava il risultato matematico di Bernoulli, e quindi suggeriva che l'inoculazione era chiaramente vantaggiosa. Il lavoro di Bernoulli suscitò la discesa in campo di un altro celebre matematico, Jean d'Alembert, il quale, in una memoria pubblicata nello stesso anno ([10]), pur condividendo, per ragioni che diremmo «ideologiche», l'opportunità dell'inoculazione, attaccò violentemente Bernoulli sul piano strettamente scientifico. Egli non soltanto tentò di dimostrare l'inadeguatezza del calcolo delle probabilità nello studio di problemi come questo ([11]) ma, in generale, manifestò il suo scetticismo per la matematizzazione, sottolineando che le sue obbiezioni erano rivolte «soltanto ai Matematici che potrebbero affrettarsi troppo a ridurre questa materia in equazioni e in formule».

Questa vicenda ebbe un terzo atto molto meno noto ad opera di un personaggio oggi quasi dimenticato. Emmanuel-Étienne Duvillard de Durand, discepolo del celebre economista Turgot, fu uno dei massimi statistici della Francia dell'epoca. Durante la Rivoluzione, come direttore del Bureau de Statistique ebbe un ruolo centrale nell'estinzione del colossale debito pubblico ereditato dall'Ancien Régime. Le sue tavole di mortalità furono il riferimento di gran parte delle assicurazioni europee per quasi un secolo. Apprezzato da Condorcet – con cui collaborò alla stesura del programma della «mathématique sociale» ([12]) – e da Lagrange, tentò di ottenere un posto nella Classe di Geometria dell'Institut de France, perdendo il ballottaggio contro Jean-Baptiste Biot per pochi voti. Nel 1813, egli tentò di nuovo di entrare nella Classe,

([9]) Bernoulli 1765.
([10]) Alembert 1760.
([11]) Cfr. Daston 1979 e il già citato Daston 1988.
([12]) Condorcet 1847-49 (il *Tableau* risale al 1793).

mirando al posto lasciato libero dalla morte di Lagrange. Le elezioni finirono ancora con un ballottaggio, stavolta fra Duvillard e un altro allievo di Laplace, Louis Poinsot. Questi prevalse su Duvillard per qualche voto. Di un personaggio così rilevante non è rimasta quasi memoria ([13]) per l'accanita opposizione di Laplace, e soprattutto dei suoi allievi, nei confronti dei suoi tenaci tentativi di far posto alle applicazioni della matematica alle scienze sociali ed economiche nell'ambito della classe accademica delle scienze esatte (la Classe di Geometria), come branca scientifica di pari dignità rispetto alla meccanica, alla fisica e alle matematiche pure. Negli anni novanta, Duvillard intervenne nella questione dell'inoculazione, prendendo le parti di Bernoulli contro d'Alembert. Egli presentò una nuova e approfondita analisi dell'argomento, basata su un'espressione della legge di mortalità da lui ricavata e, congiungendo le sue profonde nozioni di calcolo delle probabilità con un dominio eccezionale dei dati empirici, convalidò la tesi del vantaggio di inoculare. L'analisi di Duvillard – poi pubblicata in volume nel 1806 ([14]) – faceva parte di un vastissimo trattato mai pubblicato e che fu valutato in termini estremamente positivi da Lagrange e Legendre in una relazione all'Accademia di Parigi nel 1796 ([15]).

Quando, una quindicina di anni fa, mi trovai di fronte all'imponente collezione delle carte di Duvillard ([16]), fu come la scoperta di un territorio sconosciuto e cancellato brutalmente dalla storia della scienza. Fra queste carte isolai un trattato di statistica delle popolazioni il cui contenuto si è rivelato di grande interesse e di cui è in corso di preparazione un'edizione critica in collaborazione con Luca Dell'Aglio. Era di quel trattato che parlava Biot, in una relazione del 1813, da lui presentata alla Classe di Geometria dell'Institut de France, anche a nome di Legendre e Lacroix ([17]). Pur riconoscendo i meriti di Duvillard, Biot definiva irrealistica l'ipotesi semplificatrice del suo lavoro: la costanza della popolazione ([18]). Da questa critica l'allievo di Laplace prendeva spunto per sviluppare una polemica più generale contro la pretesa di voler sta-

([13]) Per una biografia abbastanza completa cfr. Israel 1993b, Israel 1996a e Thuillier 1997 (che tuttavia si limita al versante attuariale e contiene diverse imprecisioni). I pochi altri riferimenti a Duvillard che si trovano nella letteratura sono imprecisi e talora sbagliati.

([14]) Duvillard 1806.

([15]) Lagrange et Legendre 1796.

([16]) Appare inspiegabile che gli studiosi a conoscenza dell'importanza della figura e del contributo di Duvillard, e che hanno accennato con rimpianto all'irreperibilità di tanti suoi scritti di cui era nota l'esistenza, non abbiano avuto l'idea di fare una verifica presso il dipartimento archivistico della Biblioteca Nazionale di Francia, presso cui è depositata l'intera collezione dei manoscritti di Duvillard (per una descrizione sommaria del contenuto del fondo, cfr. Israel 1996a).

([17]) Legendre, Lacroix et Biot 1813.

([18]) Vale la pena di notare che tale ipotesi è abituale nella modellistica matematica moderna in dinamica delle popolazioni, soprattutto quando si analizza una dinamica sul breve periodo.

bilire una teoria della popolazione basata su leggi espresse matematicamente. Dopo aver richiamato testualmente la celebre definizione del determinismo del maestro ([19]), Biot tracciava una frontiera netta tra fisica matematica e scienze non fisiche, affermando che «qui non è come nel moto dei corpi celesti in cui le forze perturbatrici, sempre regolari persino nelle loro variazione, hanno sempre un'influenza estremamente piccola rispetto a quella della forza principale». L'essenza dei processi non fisici è quindi la loro complessità e l'impossibilità di stabilire una gerarchia tra fenomeni basilari e fenomeni accessori. L'impossibilità di «cogliere e fissare modificazioni tanto variabili» spinge a forme di semplificazione inaccettabili.

In tal modo, Biot e i suoi colleghi ([20]) finivano col rigettare i tentativi di matematizzazione nel campo della semplice raccolta di dati quantitativi, spogliati dell'ambizione di ricavare leggi paragonabili a quelle della fisica-matematica. La sua non era una posizione isolata. Agli inizi dell'Ottocento, essa esprimeva il rifiuto del nascente movimento romantico nei confronti di ogni forma di analisi razionale e scientifica dei fenomeni umani e della vita – un rifiuto che era condiviso anche dagli scienziati.

3. – L'opposizione «romantica» nell'Ottocento.

Ma su questo aspetto torneremo fra poco. Chiediamoci invece che cosa insegnano le vicende degli studi sul vaiolo e della cancellazione della figura di Duvillard. Apparentemente, danno torto all'interpretazione di Koyré. Constatiamo difatti che quei tentativi di matematizzazione furono condotti prendendo come riferimento i metodi probabilistici, e non quelli deterministici suggeriti dalla meccanica; che essi furono osteggiati non soltanto in nome di una diffidenza nei confronti del calcolo delle probabilità che sarebbe durata ancora almeno un secolo; ma in nome di una diffidenza più generale nei confronti dell'utilità della matematica fuori dall'ambito dei fenomeni fisici. Queste vicende ci

([19]) Cfr. Laplace 1814 (la prima versione del celebre enunciato dei principi del determinismo, con cui inizia il saggio sulle probabilità, risale al 1795).

([20]) L'adesione di Laplace a tale presa di posizione è evidente – sarebbe stato impensabile assumere un punto di vista così netto senza il consenso del vero e proprio «padrone» della Classe di Geometria – e tuttavia pone un delicato problema storiografico perché gran parte del lavoro del Laplace giovane nel campo delle probabilità aveva come oggetto le tematiche «sociali». Non è del tutto chiaro se l'evidente opposizione del Laplace del periodo post-rivoluzionario alle tematiche della matematica sociale di derivazione condorcettiana sia frutto soltanto di un'evoluzione interna del suo pensiero, o sia stata anche influenzata dall'atteggiamento di gran parte dei suoi allievi, che manifestarono una violenta ostilità (in particolare Biot e Poinsot) contro tali tematiche; o sia stata anche determinata da fattori politici (Napoleone era radicalmente contrario alla trattazione scientifica dei problemi sociali: cfr. Israel 1993b).

dicono che, da Bernoulli a Duvillard – in significativo contatto con il programma di Condorcet della «mathématique sociale» – si dispiega la parabola di un tentativo di creare una nuova scienza matematica dei fenomeni del mondo della vita e dell'uomo, basata sui metodi del calcolo delle probabilità. Una parabola che termina con una sconfitta ([21]).

Qual è allora il fondamento dell'idea di Koyré secondo cui fu il paradigma meccanicistico il modello ispiratore delle nuove applicazioni della matematica? Malgrado le apparenze, questa idea è ben fondata. Qui occorre distinguere nettamente il corso delle vicende della matematizzazione della biologia e quello delle scienze economico-sociali. La prima abortisce sul nascere e, per tutto il corso dell'Ottocento, la biologia non conoscerà niente di più che l'uso di metodi statistici e non vedrà mai tentativi organici di costituzione di una «biologia matematica». Sarebbe più corretto dire: quasi mai. Il caso dell'enunciazione della legge esponenziale di crescita di una popolazione da parte di Malthus ([22]) e della legge logistica da parte di Pierre Verhulst ([23]), sono eccezioni che confermano la regola. I lavori di Verhulst verranno ignorati, e riscoperti soltanto nel 1920 dallo zoologo statunitense Raymond Pearl ([24]): fu Vito Volterra a dare il nome di «effetto Verhulst-Pearl» alla curva logistica ([25]). Invece, nel campo delle scienze socio-economiche, la sconfitta dei tentativi legati al progetto probabilista della «mathématique sociale» non implicano affatto la fine di ogni tentativo di matematizzazione. Al contrario, è proprio qui che prende forma il tentativo di costruire un'economia teorica matematizzata basata sul trasporto dei concetti e dei metodi della fisica-matematica e, in particolare, della meccanica. Di particolare rilievo, in questo contesto, è l'opera *Principes d'économie politique* del professore di matematica Nicolas-François Canard, pubblicata nel 1801 con il prestigioso premio dell'Istituto di Francia ([26]). Malgrado la sua rozzezza matematica, il trattato di Canard compie alcuni passi cruciali: tenta di matematizzare il concetto di equilibrio economico mediante un'analogia con l'equilibrio della leva meccanica, introduce il concetto di equilibrio economico generale, di cui fornisce una suggestiva analogia idrodinamica, contiene l'idea di un'analisi marginalista, nonché un primo abbozzo dell'analisi del duopolio. È di qui che prende le mosse un approccio determinista e meccanicista dei processi economici. «Canard ha mostrato che quel che determina il prezzo delle cose non è il caso e che non vi è più posto nel mondo intellettuale per questo

([21]) Cfr. Israel 1991a, 1993b, Ménard 1983.
([22]) Cfr. Malthus 1798. Si noti, tuttavia, che Malthus non scrisse mai in equazione la sua legge. Ciò venne fatto da Verhulst.
([23]) Verhulst 1838, Verhulst 1945. Cfr. anche Mawhin 2002.
([24]) Pearl, Reed 1920.
([25]) Volterra, D'Ancona 1935.
([26]) Canard 1801. Cfr. Allix 1920, Bousquet 1957, 1958.

vecchio idolo» – scrive un recensore contemporaneo di Canard ([27]). Questo approccio percorre tutto l'Ottocento, e ha come massimi esponenti Augustin Cournot e Léon Walras, coloro che sono considerati come i fondatori dell'economia matematica. Cournot e Walras lessero il libro di Canard e ne trassero ispirazione, anche se, con una certa arroganza accademica, tentarono di prendere le distanze dal modesto professore liceale ([28]). Invano, perché nel 1883, il matematico Joseph Bertrand, segretario perpetuo dell'Accademia delle Scienze di Parigi, recensì d'un colpo solo tre trattati dei tre autori ([29]), individuandone la matrice comune, al fine di sottoporre a un'unica critica devastante il tentativo di costruire una economia matematica astratta che «studia le leggi, lasciando ad altri le cifre», mentre è soltanto all'uso pratico dei metodi numerici da parte dei commercianti che dovrebbe servire la matematica in economia.

L'ostilità dell'influente Bertrand non è certamente un fatto isolato. L'economia matematica prende forma e consistenza, passando dai primitivi sviluppi di tipo algebrico di Canard all'introduzione dei metodi del calcolo da parte di Cournot, Walras e infine Pareto, e perviene, in definitiva, alla formulazione dei problemi centrali dell'esistenza, dell'unicità e della stabilità dell'equilibrio economico, di fronte ai quali si arresta per insufficienza analitica ([30]). Ma questi sviluppi di innegabile importanza si svolgono in un ambiente a dir poco ostile, che costringe i principali protagonisti – Walras e Pareto – a cercare un rifugio tranquillo a Losanna.

Studiosi delle scienze «dure» e delle scienze «molli», matematici, fisici, economisti, sociologi, storici, quasi tutti sono d'accordo nel rifiutare drasticamente la funzione della matematica nello studio dei fenomeni non fisici. La parola d'ordine, di stile romantico, è sempre la stessa. Nel 1873, i membri dell'Accademia di Scienze Morali di Parigi stroncano senza pietà la pretesa di Walras di voler introdurre in economia un metodo eccellente per le scienze fisiche ma inapplicabile a un contesto in cui interviene una causa irriducibile in forma matematica: la libertà umana ([31]). Argomenti identici a quelli usati nel 1836 dal matematico Poinsot contro il suo collega Poisson, quando aveva definito l'applicazione del calcolo ai fatti di ordine morale «ripugnante», un'aberrazione della mente, una falsa applicazione della scienza, capace soltanto di screditarla ([32]).

([27]) Lebreton 1802.

([28]) Cfr. Cournot 1838 – di cui Cournot 1863 è una riscrittura senza formule matematiche, per l'ostilità nei confronti dell'eccesso di formalismo della prima edizione – e Walras 1883.

([29]) Bertrand 1883.

([30]) Per una storia di questi sviluppi, cfr. Ingrao, Israel 1987.

([31]) Cfr. Walras 1874 che contiene anche il dibattito seguito alle conferenze di Walras.

([32]) Poisson 1836.

L'elenco degli oppositori sarebbe interminabile. Ancora nel 1909, Paul Painlevé scrisse per la traduzione in francese del trattato di Jevons un'introduzione spietata (33), in cui considerava i soli risultati matematici utili in economia come talmente umili da ridurre una scienza abituata a dominare al ruolo di «serva occasionale», mentre definiva una «chimera» la speranza di costruire un'economia scientifica, perché «i fenomeni economici sfuggono al dominio assoluto delle scienze esatte». Ed anche il mite Poincaré non mancò, sia pure con il suo stile moderato, di lanciare qualche pungente frecciata nei confronti della teoria di Walras (34). Si può ben dire che la valutazione di Koyré dei tentativi di esportare il modello newtoniano nelle scienze dell'uomo come un'«imitazione servile» e fallimentare, rifletta in pieno l'opinione dominante nel corso dell'Ottocento!

4. – L'esplosione della modellistica «non fisica» agli inizi del Novecento.

Eppure, nell'arco di un brevissimo periodo – meno di vent'anni – questo muro di ostilità così compatto crolla di colpo. A partire dalla seconda decade del Novecento, la matematizzazione dei fenomeni non fisici si sviluppa in modo imponente in ogni settore, come sotto l'effetto di una decisione unanime. Dinamica delle popolazioni, epidemiologia matematica, genetica delle popolazioni, modellizzazione di numerosi aspetti della fisiologia e patologia umana, modelli di equilibrio economico, teoria dei giochi, per non parlare delle innumerevoli nuove applicazioni nel campo dell'ingegneria – tutti questi sviluppi prendono forma come per una miracolosa coincidenza e si concentrano nell'arco del ventennio 1920-1940, da taluni definito, con riferimento alla tematica biologica, come un'«età d'oro» (35).

Spiegare le ragioni di una siffatta esplosione è per lo storico un compito tanto avvincente quanto complesso. E, per ragioni di spazio, non potremo occuparcene qui. Diremo soltanto che un ruolo cruciale è giocato dalla crisi del riduzionismo classico, dal progressivo declino della fiducia nell'esistenza di grandi leggi naturali, dal ripiegamento verso l'obbiettivo più modesto ed efficace della costruzione di modelli: come dirà più tardi von Neumann, la scienza non soltanto non pretende più di «spiegare», ma neppure di interpretare; essa fa dei «modelli», che vengono valutati sulla base di criteri di efficacia e non di «verità» (36). Contribuisce alla caduta delle resistenze la crisi definitiva del pensiero romantico e dello storicismo in economia e in sociologia, la ripresa di

(33) Cfr. Jevons 1909 (l'ed. inglese originale è del 1871).

(34) Cfr. l'analisi della corrispondenza fra Walras e Poincaré in Ingrao, Israel 1987, che contiene anche una dettagliata descrizione dell'atteggiamento di economisti e matematici nei confronti del programma neoclassico di matematizzazione dell'economia.

(35) Cfr. Scudo 1984.

(36) Cfr, Israel, Millán Gasca 1995, 2002a.

un punto di vista materialistico, sia pure in senso «metodologico», secondo la locuzione di Rudolf Carnap. E, di certo, una spinta importante viene dagli sviluppi della tecnologia, che suggeriscono nuovi campi applicativi e nuove inattese correlazioni. Si pensi al modo con cui, negli anni venti, Balthasar Van der Pol, attraverso lo studio delle trasmissioni radio crea una nuova teoria matematica non lineare dei circuiti elettrici e ne scopre le correlazioni con altre classi di fenomeni come il battito cardiaco o i cicli economici (37). Si pensi alle ricerche dei matematici sovietici (fra cui Krylov e Bogoliubov) in quell'ambito da essi stessi denominato «meccanica non lineare». Oppure ai processi di controllo dei servomeccanismi che stimolano la nascita di nuove teorie matematiche, come la teoria della biforcazione detta poi di Hopf, e la scoperta, per analogia, di altre loro possibili applicazioni.

Agli inizi del secolo, il panorama delle «applicazioni delle matematiche alle scienze biologiche e sociali» – fornito da Vito Volterra in una celebre conferenza del 1900 dal medesimo titolo (38) – era ancora statico. Volterra era uno dei pochi scienziati classici a credere nell'utilità delle applicazioni della matematica al di fuori della fisica (39). Volterra era fautore del progetto di «trasportare» – è il termine da lui usato nella citata conferenza – «i metodi classici che hanno dato così grandi risultati nelle scienze meccanico-fisiche con pari successo nei nuovi inesplorati campi». E per questo considerava con molto favore lo stato raggiunto dalla matematizzazione meccanicista dell'economia sotto l'impulso di Walras e di Pareto, mentre considerava molto più arretrato lo stato della matematizzazione della biologia, ancora sotto l'egida di procedimenti fondati sul calcolo delle probabilità che, per quanto utilissimo, egli considerava come «il ramo delle matematiche più singolare e curioso, l'unico i cui principi non sono posti rigorosamente», i cui teoremi fondamentali poggiano sull'equivoco di essere considerati dai matematici fatti sperimentali e dagli sperimentatori teoremi di matematiche.

Una ventina d'anni dopo Volterra sarà protagonista della nascita di una nuova biomatematica creata mediante il «trasporto» dei metodi della meccanica classica. E questo ci pone di fronte a un paradosso a dir poco sorprendente. Dovremmo difatti attenderci che le nuove forme di matematizzazione dei fenomeni non fisici si muovano nel contesto modellistico, finalmente libero dei lacci e delle limitazioni imposte dal riduzionismo classico. Ciò è vero. Altrimenti come potremmo parlare di sviluppo della modellistica? Potrebbe essersi verificato un simile sviluppo senza oggetti concreti su cui esercitarsi? Ma non è completamente vero. Anzi, la biologia matematica si sviluppa entro la cornice di una visione meccanicistica quanto mai tradizionale e con un singolare rovesciamento

(37) Cfr. Pol, Mark 1926, Israel 1998a, 2004.
(38) Volterra 1901.
(39) Anche la spiegazione delle ragioni di un siffatto atteggiamento «anomalo» è un tema interessante di analisi storica, su cui non è possibile qui soffermarsi.

di ruoli rispetto all'economia matematica. Spieghiamoci meglio. In un periodo in cui parlare di approccio modellistico non aveva senso, Walras e Pareto avevano tentato di fondare l'economia matematica come una branca scientifica dotata di un apparato concettuale e metodico (sia sul piano teorico che su quello della verifica empirica) del tutto parallelo a quello della fisica matematica, e avente pari dignità. Walras l'aveva definita una scienza «psichico-matematica», o, se si vuole, la scienza matematica del comportamento dell'*homo oeconomicus*, corrispettivo del punto materiale in meccanica, e del risultante processo economico globale retto dall'analogo della gravitazione universale: la legge della domanda e dell'offerta del mercato. Né Walras né Pareto riescono a ottenere i risultati sperati sul piano analitico, e Pareto ammetterà di non aver trovato la via per conferire alla teoria un apparato di convalida empirica paragonabile a quello della meccanica classica. Quando il discorso sulla matematizzazione dell'economia verrà ripreso negli anni venti, personaggi come Abraham Wald e soprattutto John von Neumann adotteranno un approccio modellistico e formale che rompe con il programma walrasiano – e, nel caso di von Neumann, in esplicita e dura polemica contro ogni tentativo di riduzionismo meccanicistico.

5. – Biologia matematica.

Torneremo fra breve su questo tema. Ma ora ci preme osservare che la biologia matematica sembra nascere adottando un programma di tipo classico come quello walrasiano, in controtendenza rispetto all'emergente movimento modellistico. Ha avuto ben ragione chi, come Francesco Scudo, ha definito il ventennio 1920-1940 come l'età d'oro non della biomatematica, ma della *biologia teorica* (40). Difatti, la tendenza principale in questo periodo non è tanto quella di fare modelli delle più disparate situazioni e nei più svariati contesti, quanto di pervenire a una teoria unificante dei fenomeni biologici, o almeno di una larga parte di essi, espressa in termini matematici. Ancora una volta, il riferimento è la meccanica, le scienze fisico-matematiche, i cui concetti e metodi debbono fornire il quadro di riferimento per la costituzione della nuova scienza. La matematica, che deve fornirne l'ossatura, non è il calcolo delle probabilità bensì l'analisi matematica, la teoria delle equazioni differenziali.

Tutto ciò è straordinariamente evidente in Volterra ma è stato dimenticato. Perché, se è vero che Volterra è forse uno dei nomi più citati nella letteratura biomatematica e le sue equazioni sono una sorta di riferimento di base, come l'oscillatore armonico in meccanica, la stragrande parte del suo contributo è caduta nell'oblìo più totale, così come, negli anni quaranta, è tramontata l'era della biologia teorica. In realtà, il programma di Volterra ha un'ambiziosa

(40) Scudo 1984.

struttura tripartita. In primo luogo, si propone di costruire una meccanica razionale delle associazioni biologiche in tutto parallela alla meccanica razionale dei corpi materiali [41]. In secondo luogo, si propone di costruire una meccanica analitica delle associazioni biologiche basata su una versione hamiltoniana delle equazioni differenziali di base e su un principio variazionale analogo a quello di Maupertuis [42]. Infine, mira allo sviluppo di quel che Volterra chiama la «fase applicata», ovvero a un apparato di verifica sperimentale o empirica che permetta di convalidare la teoria, condizione indispensabile affinché essa abbia rispettabilità scientifica [43]. Gran parte di questo programma fallisce. La funzione hamiltoniana introdotta da Volterra non ha relazioni con la funzione energia introdotta nella «meccanica razionale» e – come fece osservare, con stile discreto ma pungente, Levi-Civita a Volterra in una lettera – il principio di minima azione vitale esprime delle proprietà delle equazioni differenziali delle associazioni biologiche, ma non permette di ricavarle in modo univoco, ovvero non esiste equivalenza fra le equazioni e il principio. Malgrado tale evidente difetto, Volterra insistette nel dire che le sue equazioni potevano essere «ricondotte a un principio generale unico che si trova in un gran numero di casi come principio supremo della natura. È il principio di minimo secondo cui la natura agisce sempre in modo da risparmiare il più possibile. Fermat l'aveva intravisto come base della propagazione della luce, Maupertuis come fondamento della meccanica ed evolvendo, con Hamilton, Jacobi ed altri scienziati, sta penetrando in tutti i domini della filosofia naturale». L'attaccamento all'obbiettivo riduzionista-meccanicista vince qualsiasi constatazione obbiettiva [44].

Quanto alla «fase applicata», Volterra fu costretto a constatare che il problema della verifica empirica si presentava, nel campo biologico, in termini enormemente più complessi ed intricati che nel campo dei fenomeni inanimati.

Volterra si impegnò in modo intensissimo per realizzare la verifica sperimentale delle sue teorie e, allo scopo, stabilì relazioni con molti dei più influenti biologi (in particolare zoologi) dell'epoca. È una vicenda che si riflette con grande evidenza nei suoi carteggi concernenti la biomatematica [45]. Si tratta di una corrispondenza che rispecchia un vero e proprio «mondo» di scienziati, uniti da una concezione scientifica, da un obbiettivo, da una visione culturale e persino civile e sociale, che combattono per affermarne i valori [46]. Ed è un mon-

[41] Cfr. Volterra 1931.

[42] Cfr. Volterra 1937.

[43] Cfr. Volterra, D'Ancona 1935.

[44] Per una ricostruzione completa della teoria analitica e variazionale di Volterra, includente la corrispondenza con Levi-Civita, cfr. Israel 1991b.

[45] Questa corrispondenza è stata pubblicata nel volume Israel, Millán Gasca 2002b (con un saggio introduttivo di A. Millán Gasca).

[46] Fra i principali esponenti di questo mondo, oltre a Volterra e Lotka, vanno ricordati V. A. Kostitzin (Kostitzin 1934, 1937) e G. F. Gause (Gause 1935).

do che progressivamente si dissolve di fronte a spinte che premono in direzioni del tutto diverse. L'approccio riduzionistico e tendente a una visione unificante e universalistica appare in conflitto con la visione modellistica ormai prevalente. La convinzione nello stretto rapporto che deve intercorrere fra teoria e applicazioni contrasta con l'approccio assiomatico sempre più dominante. E anche la visione della funzione di «utilità» sociale che debbono avere le scoperte scientifiche contrasta con la tendenza ad affidare la funzione applicativa delle scoperte a forme di contatto spontaneo se non addirittura casuale. Tutto congiura a rendere caduca questa esperienza che, pure, per la sua straordinaria fertilità, ha posto le basi degli sviluppi della biologia matematica contemporanea.

Di particolare interesse, al riguardo, è il dissenso che oppone Volterra e il genero Umberto D'Ancona, sul rapporto fra matematica e realtà empirica. Con una curiosa inversione dei ruoli, è il biologo D'Ancona a difendere le ragioni di un approccio astratto e modellistico, contro il matematico Volterra che difende le ragioni dell'approccio empirico. Gli scrive D'Ancona nel 1935, alla fine della stesura del volume comune su «le associazioni biologiche dal punto di vista matematico» ([47]):

> «... sarei ben lieto che ci fossero delle precise dimostrazioni sperimentali delle Sue teorie matematiche. [...] Certamente le mie osservazioni sulla pesca nell'Alto Adriatico dovrebbero dare un sostegno più sicuro alla Sua teoria perché esse ne dovrebbero dimostrare un punto essenziale, la 3ª legge. Purtroppo però le mie osservazioni statistiche possono essere interpretate come ho fatto io, ma possono essere interpretate in modo diverso e di questa opinione sono Pearson, Bodenheimer, Gause. [...] Non creda che io voglia sminuire le ricerche sperimentali che appoggiano la Sua teoria, ma io ritengo che bisogna essere molto cauti nell'accettare come dimostrazioni queste ricerche sperimentali. [...] La Sua teoria in tutte queste questioni non viene toccata per niente. Essa è una teoria impostata logicamente e in modo verosimile, concordante con molti dati noti e verosimili. Perciò essa rimane come ipotesi di lavoro che può essere fonte di nuove indagini e che rimane anche se non è appoggiata da prove empiriche. Certamente essa da queste può acquistare maggior autorità. Ma bisogna esser cauti nell'accettare queste prove, che siano sicure e dimostrative altrimenti è meglio che Lei non leghi la Sua teoria a una base sperimentale, che è certamente meno solida della teoria stessa» ([48]).

Del resto, Volterra era già entrato in conflitto con Marcel Brelot, il giovane matematico francese che sarebbe diventato uno dei fautori tra i più accesi del bourbakismo, pur non entrando mai a far parte del gruppo. Proprio il modo in cui Brelot redasse il primo libro di Volterra sulla biomatematica, *Théorie Mathématique de la Lutte pour la Vie*, fu all'origine dell'insoddisfazione dello stesso Volterra per questa opera. Brelot, per rendere più rigorosa la trattazione aveva introdotto alcuni «postulati biologici», secondo la sua stessa terminologia. Nel corso della corrispondenza riguardante la preparazione del libro, in una lettera del 1929,

([47]) Volterra, D'Ancona 1935.
([48]) Questa lettera è riportata in Israel, Millán Gasca 2002b (Lettera 6.39).

Volterra stigmatizzò aspramente questo modo di procedere, dicendo che, per quanto possibile, occorreva fare a meno dei postulati o ridurli al minimo, e che «quasi sempre, *i postulati sono la tentazione di Satana per renderci pigri*» ([49]).

Fu proprio per presentare un approccio più vicino alla realtà empirica e meno influenzato da visioni formali che Volterra volle scrivere il suo secondo libro con D'Ancona, ed entrò in conflitto sostanzialmente sullo stesso terreno, stavolta non con un giovane matematico, ma con un giovane biologo.

Ma – si dirà – questo era il punto di vista di Volterra e non quello di tutta la comunità di coloro che si impegnarono nel campo della biologia matematica. Non era certamente quello di Van der Pol, che formulò il suo celebre modello del battito cardiaco proprio grazie a un uso spregiudicato della procedura di analogia matematica. Ma quello di Van der Pol è un caso abbastanza isolato, nel contesto biologico.

Consideriamo, ad esempio, un altro fra i più celebri testi della biomatematica di quel periodo, il libro di Alfred Lotka, *Elements of Physical Biology*, del 1925 ([50]). Il programma di Lotka è diverso da quello di Volterra. Esso è ispirato a una visione energetista, che considera tutti i processi della sfera vitale come espressione della dinamica di un sistema composto da innumerevoli trasformatori di energia, gli esseri viventi. Eppure, anche l'approccio di Lotka è ispirato a una visione riduzionista e meccanicista che emerge, in modo persino scolastico, nella struttura del libro; il quale comprende dapprima una sezione di cinetica dei sistemi evolutivi, quindi una sezione di statica – che stabilisce la centralità del concetto di equilibrio nel mondo vivente – e quindi una sezione di dinamica dei trasformatori di energia, che mira a ricondurre a tale dinamica persino i processi della coscienza. Una visione lontanissima da quella modellistica. Ed è soltanto cogliendo questo aspetto che è possibile dar conto della singolarissima vicenda della contesa di priorità fra Lotka e Volterra circa le celebri equazioni preda-predatore, ricavate da Lotka nel 1920 ([51]), in relazione a una reazione chimica oscillante e per le quali Lotka rivendicò la priorità soltanto con riferimento al suo volume del 1925. Fatto davvero assai bizzarro, perché sei anni di distacco avrebbero avvalorato la priorità di Lotka in termini indiscutibili. Fatto ancor più curioso: fu Volterra a «scoprire» che Lotka aveva dedotto le equazioni sei anni prima, e su questa base egli gli rimproverò di aver dedotto le equazioni nel caso biologico «per analogia» con il caso chimico ([52]). A

([49]) Cfr. Israel, Millán Gasca 2002b, Lettera 4.9. Sul tema del ruolo dei postulati nel volume di Volterra (Volterra 1931), il quale apre interessanti riflessioni sul ruolo dell'approccio assiomatico in biomatematica, è in corso di sviluppo una ricerca in collaborazione con Paolo Freguglia.

([50]) Lotka 1925.

([51]) Lotka 1920.

([52]) Cfr. la corrispondenza fra Volterra e Lotka in Israel, Millán Gasca 2002b. Per la disputa di priorità fra Volterra e Lotka, cfr. Israel 1982, 1988.

tale rimprovero Lotka non trovò nulla da obbiettare. Difatti, il metodo dell'analogia matematica è proprio uno degli elementi caratterizzanti dell'approccio modellistico ([53]), e nessuno dei due scienziati – così fedeli all'approccio classico, secondo cui la deduzione di una rappresentazione matematica deve essere strettamente connessa e dipendente da un terreno di carattere empirico – poteva accettare il metodo di analogia come una procedura corretta.

Potremmo anche osservare che la genetica delle popolazioni di Fischer, Haldane e Wright ([54]), per quanto faccia ricorso a un approccio di tipo probabilistico, è pesantemente influenzata dal riduzionismo meccanicistico. Fischer scrive nel 1922 che le ricerche nel campo della selezione naturale «possono essere comparate con il trattamento analitico della Teoria dei Gas». E appare stupefacente il modo in cui questo influsso attraversa tutta la biologia matematica attraverso la metafora della «teoria degli incontri», riflesso degli urti fra particelle di un gas perfetto: teoria degli incontri, che è al centro delle equazioni preda-predatore nonché dei modelli di dinamica di un'epidemia, nelle prime forme di Kermack e McKendrick ([55]).

L'età d'oro della biologia teorica è quindi un'epoca di straordinaria vitalità, che pone le basi e stabilisce i temi su cui lavorerà la biologia matematica del dopoguerra, e da cui è ancora influenzata, almeno in certi settori, ma che persegue un programma per così dire «fuori tempo», rivolto al passato, a una visione unitaria della scienza ormai alle spalle. Eppure, i dibattiti di quel periodo, in particolare sulla relazione tra teoria, formalizzazione matematica e verifica empirica, sono di straordinario interesse e di grande attualità.

Difatti, quando la biomatematica riprenderà a svilupparsi, dopo la guerra, e dopo un periodo di stasi abbastanza lungo, ciò avverrà assumendo un punto di vista modellistico radicale ([56]). Al punto di correre piuttosto il rischio opposto a quello inerente ai programmi dell'età d'oro: e cioè il

([53]) Cfr. Israel 1996b.

([54]) Cfr. Fischer 1922, 1930, Haldane 1924, 1932, Wright 1930. Per una sintesi storica cfr. Provine 1971 e per gli sviluppi moderni Edwards 1977.

([55]) Cfr. Kermack, McKendrick 1927. Per una panoramica degli sviluppi della prima metà del secolo cfr. Bayley 1957.

([56]) Quasi tutti i temi dell'»età d'oro» vengono ripresi in forma modellistica. Forse la genetica delle popolazioni non conosce una ripresa d'interessi marcata, ma tutti gli altri settori riprendono laddove il discorso era stato interrotto. Emblematica è l'analisi sviluppata da May sul rapporto stabilità e complessità negli ecosistemi (May 1971, 1972, 1974, Smith 1974). Anche l'epidemiologia matematica conosce nuovi sviluppi, in particolare con le applicazioni alla dinamica dell'AIDS (cfr. ad es. May, Anderson 1987, 1988, Anderson 1989, Anderson, May, McLean 1988, Denning 1989). A queste tematiche «classiche» se ne aggiungono nuove, come quelle concernenti il caos deterministico in biologia (cfr. May 1994, Glass, Mackey 1988).

rischio della frammentazione, del procedere esponenziale disattento alle preoccupazioni di verifica empirica e di attinenza alla realtà ([57]).

Forse la via più veloce per dare un'idea di questa tendenza può essere quella di ricordare in che modo si chiuse nove anni fa la serie ventennale delle *Lecture Notes in Biomathematics* di Springer. Essa si chiuse con il centesimo volume ([58]), un volume di circa 600 pagine che mira a fornire un panorama «completo» delle «frontiere della biomatematica» da parte dei massimi specialisti. Nell'introduzione al libro, il curatore e responsabile della serie S. A. Levin traccia un bilancio dei venti anni di ricerche che hanno visto un'enorme esplosione della disciplina. Alla fine di questo periodo, la biomatematica appare divisa in una miriade di settori sempre più autonomi e a bassa connessione reciproca. Quest'esplosione, dice Levin, ha avuto come conseguenza che il biomatematico tende a disinteressarsi sempre di più di quel che non accade direttamente nel suo settore specifico. La serie Springer, ricorda Levin, mirava a rafforzare le prospettive di una disciplina che, agli inizi degli anni settanta, era ancora debole, come se si riprendesse dai postumi di una malattia, e mirava ad incoraggiare le attività di una comunità scientifica poco numerosa. Le «discussioni generali sulla teoria», che mettevano in contatto le diverse ricerche, avevano lo scopo di stimolare la ricerca e determinare un processo di «fertilizzazione incrociata» («crossed fertilization»). Ma, dice Levin, il successo della biomatematica ha avuto un effetto bizzarro: far diminuire l'interesse (e la domanda) per un lavoro interdisciplinare e per le discussioni sulle prospettive generali delle ricerche. La conseguenza più evidente di questo andazzo è che la serie Springer, al centesimo volume, deve chiudere per assenza di lettori, in quanto non ha più alcuna funzione... Un finale che Levin definisce dolce-amaro, «bittersweet»...

Molte altre questioni potrebbero essere esplorate. Tra cui una che mi limito a porre come domanda. Il prevalere dell'approccio modellistico ha chiuso l'epoca della biomatematica vista come una sorta di meccanica biologica. Ma la sparizione di questo meccanicismo globale ha anche significato la sparizione di una sorta di «micromeccanicismo» che pervade gran parte dei modelli particolari? La biologia matematica ha davvero trovato una via concettuale distinta e autonoma dal modello della fisica matematica e della meccanica?

6. – Economia matematica.

La storia dell'economia matematica nel Novecento è del tutto diversa da quella della biomatematica e, per certi versi, ha caratteristiche opposte.

Abbiamo detto che l'intervento di von Neumann in questo campo è all'inse-

([57]) Cfr. Hethcote 1994.
([58]) Levin 1994.

gna di una violenta spallata contro la teoria dell'equilibrio economico walrasiana-paretiana, e, più in generale, contro ogni tentativo di «trasportare» metodi e concetti della meccanica e della fisica nell'economia e nelle scienze sociali. Von Neumann ripeterà con insistenza che, per divenire scienze matematizzate, l'economia e le scienze sociali debbono inventarsi un approccio interamente autonomo, e quindi una «nuova matematica» del tutto diversa dall'analisi classica nata in funzione della matematizzazione della fisica ([59]). Per von Neumann, la teoria dei giochi è il primo passo di questa nuova matematica.

Sarebbe lungo descrivere le concezioni di von Neumann circa la via che deve assumere la matematizzazione dei fenomeni sociali. Ne riassumiamo i connotati principali in quattro aspetti principali.

Il primo aspetto è dato dal rifiuto di ogni approccio riduzionistico-meccanicistico a vantaggio di un approccio di tipo modellistico.

Il secondo aspetto è dato dal rifiuto dei cardini della visione neoclassica in economia, ovvero dal rifiuto dell'atomismo sociale (o, come si dice più di recente, dell'individualismo metodologico), fino al punto di manifestare una propensione verso una visione olistica. Nel 1953, von Neumann scrisse in una lettera a Harold Kuhn che «nulla di più piccolo di un sistema sociale completo può fornirne un'immagine empirica ragionevole». Inoltre, egli tendeva a limitare il ruolo di concetti come quello di equilibrio. Nel volume scritto in collaborazione con Morgenstern si affermava: «La nostra analisi statica da sola ha richiesto la creazione di un meccanismo concettuale e formale che è differente da qualsiasi cosa sia stato usato, ad esempio, in fisica matematica. Quindi, le vedute convenzionali di una soluzione intesa come un numero unicamente definito o un aggregato di numeri, si è mostrata troppo ristretta per i nostri scopi, nonostante il suo successo in altri campi. L'enfasi sui metodi matematici sembra slittare verso la combinatorica e la teoria degli insiemi – e lontano dall'algoritmo delle equazioni differenziali che domina la fisica matematica».

Di conseguenza (e questo è il terzo aspetto), si rendeva necessaria una sostanziale trasformazione dell'approccio matematico. Occorreva sostituire alle equazioni le disequazioni, puntare sui metodi di analisi convessa e di punto fisso. Più in generale, appariva necessario costruire una nuova matematica di cui la teoria dei giochi era il primo passo. Difatti la teoria dei giochi poneva un problema che andava ben oltre i tradizionali problemi di massimizzazione ([60]).

([59]) Cfr. Neumann, Morgenstern 1944.

([60]) Su questo aspetto vi fu una vera e propria incomprensione fra von Neumann e diversi economisti. Di particolare rilievo fu il dissenso fra von Neumann e l'economista (premio Nobel) Paul Samuelson. Secondo le cronache, nel corso di un seminario di von Neumann il giovane Samuelson obbiettò che le procedure della teoria dei giochi non introducevano nulla di nuovo rispetto alle procedure di massimizzazione dell'analisi classica. Von Neumann rispose: «Se scommettiamo un sigaro glielo dimostrerò»; e Samuelson, intimidito dall'autorità del matematico, tacque. In un recente articolo Samuelson è

Infine, nella teoria dei giochi, appariva necessario favorire l'approccio cooperativo rispetto a quello non cooperativo. Secondo von Neumann il primo ha più «senso sociale»: in tal senso egli si espresse con Shubik in un viaggio che fecero insieme verso New York nel 1952, criticando l'approccio marcatamente non cooperativo di Nash. Peraltro, quest'ultimo, in un colloquio avuto alcuni anni fa con R. J. Leonard ha confermato questa divergenza, asserendo di sentirsi più influenzato «dall'individualismo americano» di quanto lo fosse von Neumann che aveva invece, a suo avviso, un modo di vedere più «europeo» ([61]).

È ben noto quanto sia stato importante il contributo di von Neumann per la matematizzazione dell'economia. Ma anche in questo caso, e in un senso praticamente opposto a quello che abbiamo visto nel caso della biomatematica, la direzione presa dal processo di matematizzazione si è sviluppata in contrasto con le intenzioni del suo principale ispiratore. L'opera di Kenneth Arrow e Gerard Debreu è stata definita da Philip Mirowski ([62]) – in modo pungente ma sostanzialmente corretto – come una sorta di «revanscismo walrasiano». La generalizzazione del teorema di mini-max di von Neumann al caso di n giocatori ottenuta da Nash offre lo spunto per recuperare tutto l'apparato matematico introdotto da von Neumann e «ripulirlo» del linguaggio della teoria dei giochi in modo da adattarlo a un'assiomatica che mira a tradurre i concetti della teoria walrasiana. Il teorema di equilibrio economico generale di Arrow-Debreu ([63]) è, al contempo, il trionfo e la sconfitta del programma di von Neumann. Trionfo, perché come dichiara Debreu nella sua introduzione alla *Theory of Value* ([64]), è von Neumann che ha insegnato all'economia matematica a disfarsi dell'analisi classica a favore dei metodi di punto fisso ed analisi convessa; sconfitta, perché il paradigma walrasiano viene ostinatamente riproposto, con il suo ingombrante apparato meccanicistico, il suo concetto di equilibrio, il suo atomismo sociale così lontano dalla teoria dei giochi cooperativi. Ed è il caso di dire che tale riproposizione è ostinata, perché al di là del teorema di esistenza dell'equilibrio – in fondo prevedibile sulla base dei teoremi di von Neumann e

ritornato sulla questione asserendo di essere convinto di aver avuto ragione e che l'ombra di von Neumann gli deve un sigaro (Samuelson 1989). In tal modo, egli ha dimostrato la fondatezza di quanto aveva scritto von Neumann a Morgenstern in una lettera dell'8 ottobre 1947, in cui rifiutava di recensire le «Foundations» di Samuelson: «Sai, Oskar, se questi libri venissero disseppelliti fra qualche centinaio di anni, la gente non crederebbe che siano stati scritti ai tempi nostri. Piuttosto crederebbero che siano contemporanei di Newton, tanto è primitiva la loro matematica. L'economia è semplicemente un milione di miglia lontano dallo stato di una scienza avanzata come la fisica. Samuelson ha delle idee oscure circa la stabilità. Non è un matematico [...]. E anche fra 30 anni non avrà capito la teoria dei giochi».

([61]) Cfr. Leonard 1992.
([62]) Mirowski 1992.
([63]) Arrow, Debreu 1954.
([64]) Debreu 1959.

Nash – il resto del programma – proprietà di unicità dell'equilibrio e proprietà di stabilità dinamica – si dimostra non perseguibile, anzi fallimentare ([65]). E tuttavia, malgrado questa miscela di parziali successi e di evidenti insuccessi, il punto di vista microeconomico e atomistico – con tutta la sua carica di meccanicismo ([66]) – si reinstalla al cuore dell'economia matematica, contagiando persino il corso dello sviluppo della teoria dei giochi che, con il prevalere del punto di vista non cooperativo, appare troppo subordinata al paradigma microeconomico e perde parte della sua originalità ([67]).

7. – Conclusioni.

Questa vicenda offre lo spunto per alcune considerazioni conclusive, che naturalmente vengono avanzate in forma problematica.

Nel panorama della matematizzazione dei fenomeni non fisici, la teoria dei giochi – qualsiasi cosa se ne pensi – rappresenta uno dei prodotti più originali e realmente produttivi di nuovi risultati, anche sul terreno matematico. Si tratta dell'unico tentativo (relativamente) recente di aprire un percorso davvero autonomo. Eppure essa è stata molto svalutata. Ciò è probabilmente dovuto al fatto che la teoria dei giochi sfugge alla tradizionale immagine di una teoria matematizzata, intesa come una rappresentazione o un modello di fatti reali rispetto ai quali si richiede una procedura di convalida. La teoria dei giochi invece, piuttosto che una teoria descrittiva, appare spesso come un apparato concettuale utile a determinare norme di comportamento ottimali; e talora appare come uno strumento *euristico* utile ad orientare l'analisi di fatti molto complessi, magari, ancora una volta, per ricavare indicazioni normative. Un esempio tipico di questo è il modo in cui von Neumann ha concepito il concetto di strategia mista ([68]). Émile Borel interpretava questo concetto come uno strumento per descrivere la psicologia del giocatore: l'assegnazione di una probabilità ad una strategia era per lui la rappresentazione simbolica del processo psicologico di scelta della strategia medesima. Invece von Neumann tendeva a escludere ogni visione puramente descrittiva. Talora egli ha fatto ricorso a un'interpretazione frequentista delle strategie miste, viste come un comportamento medio rispetto a un gran numero di giochi. Ma, per lo più, ha adottato un'interpreta-

([65]) Cfr. Ingrao, Israel 1987.
([66]) Cfr. Ingrao 1994.
([67]) La rozzezza liquidatoria con cui viene trattato l'approccio di von Neumann e Morgenstern da parte di alcuni teorici dei giochi contemporanei (indipendentemente da ogni legittima valutazione circa gli indiscutibili progressi matematici che la teoria ha compiuto sotto l'impulso del punto di vista di Nash) è sintomatica dell'incomprensione del senso del loro programma (cfr. ad esempio Binmore 1992, che è peraltro un ottimo manuale, ma è percorso da un brutale e antistorico positivismo).
([68]) Per un'analisi approfondita, cfr. Dell'Aglio 1995.

zione che chiameremmo di razionalità normativa: se un giocatore gioca in modo regolare, l'avversario può indovinare le sue intenzioni. Per cui la probabilizzazione delle strategie è un'azione di protezione volta a rendere difficile l'individuazione delle intenzioni, ed è pertanto il modo più razionale di comportarsi.

Questa tendenza euristica e normativa della teoria rende più complesso valutarne l'utilità empirica. Ad esempio, è indubbio che la teoria dei giochi abbia chiarificato l'analisi della problematica del monopolio, del duopolio e dell'oligopolio, pur non offrendo applicazioni dirette. Sono discusse le prestazioni della teoria dei giochi nel campo ingegneristico e gestionale. Ma è difficile negare che la teoria dei giochi abbia avuto un notevole ruolo in ambito militare. Nonostante se ne sappia ancora poco – e da quel poco è lecito dubitare che gli ambienti militari abbiano fatto un uso diretto di risultati di teoria dei giochi per determinare specifici comportamenti strategici – appare difficile negare che quel pensatoio di teoria dei giochi che è stato la Rand Corporation abbia influenzato in modo assai significativo *un modo di pensare* le questioni strategiche che ha dominato per quasi mezzo secolo. Ancora una volta, occorrerebbe parlare dell'influsso di un metodo di analisi euristica.

Di certo, sullo sviluppo della teoria dei giochi ha influito negativamente il legame ambiguo che si è istituito fra questa teoria e l'economia neoclassica. Sta di fatto, che esiste la curiosa tendenza per cui molti (anche fra i matematici) tendono a considerare la teoria dei giochi come una branca di pertinenza degli economisti, mentre molti economisti tendono a considerarla come materia di matematici. È una situazione che fa venire in mente la descrizione dello *status* del calcolo delle probabilità che veniva proposta da Volterra un secolo fa, e di cui abbiamo parlato prima. E che stimola a chiedersi se molti degli aspetti insoddisfacenti della matematizzazione delle scienze non fisiche non siano dovuti al persistere del fardello di modelli e riferimenti esogeni, per lo più di carattere fisico o meccanico, che intralciano la definizione di un percorso originale e autonomo. Insomma, stimola a chiedersi se questi aspetti insoddisfacenti non siano il prodotto di una mancanza di audacia nella ricerca di concetti e formalizzazioni completamente nuove e, al contempo, di un'eccessiva fretta nel voler ottenere risultati definitivi e pienamente soddisfacenti.

Mentre insistevano sulla necessità di creare una matematica completamente nuova per le scienze sociali, von Neumann e Morgenstern ricordavano che le grandi conquiste di Keplero e Newton non sarebbero state possibili senza millenni di osservazioni precedenti che erano culminate nell'opera di Tycho Brahe. E aggiungevano che non vi era la minima ragione per attendersi uno sviluppo più veloce in campi tanto più complessi come quelli delle scienze sociali ed economiche.

Forse riflessioni come queste sono state troppo presto dimenticate. Ed è uno dei compiti della storia della scienza e della matematica riportarle alla memoria ed alla riflessione.

BIBLIOGRAFIA

ALEMBERT J. LE ROND (d′) 1760, «Sur l'application du Calcul des Probabilités à l'inoculation de la petite Vérole» (Mémoire lû à l'Assemblée publique de l'Académie Royale des Sciences, le 12 Novembre 1760, Onzième Mémoire et Notes), *Opuscules Mathématiques* (8 voll.), Paris, 1761-80, vol. 2, 26-95.

ALLIX E. 1920, «Un précurseur de l'école mathématique: Nicolas-François Canard», *Revue d'Histoire Economique et Sociale*, 38-67.

ANDERSON R. M. 1989, «Editorial Review – Mathematical and Statistical Studies of the Epidemiology of HIV» *AIDS*, **3**, 333-346.

ANDERSON R. M., MAY R. M., MCLEAN A. R. 1988, «Possible demographic consequences of AIDS in developing countries», *Nature*, **332**, 228-234.

ARROW K. J., DEBREU G. 1954, «Existence for an Equilibrium for a Competitive Economy», *Econometrica*, **22**, 265-290.

ARROW K. J., HAHN F. H., *General Competitive Analysis*, San Francisco, Holden-Day, 1971.

BAKER K. M. 1975, *Condorcet. From Natural Philosophy to Social Mathematics*, Chicago, The Chicago University Press.

BARAS M.-M.-A. 1790, «De l'Arithmétique Politique, ou Essai sur les moyens d'évaluer la population», *Tribut de la Société Nationale des Neuf Sœurs, ou Recueil de Mémoires sur les Sciences, Belles-Lettres et Arts, et d'autres pièces lues dans les séances de cette société* , **I**, 17-32.

BAYLEY N. T. J. 1957, *The Mathematical Theory of Epidemics*, New York, Hafner & London, Griffin.

BERGÉ P., POMEAU Y., VIDAL CH. 1984, *L'ordre dans le chaos. Vers une approche déterministe de la turbulence*, Paris, Hermann.

BERNOULLI D. 1765, «De la mortalité causée par la pétite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prevenir», *Mémoires de mathématique et de physique, présentés à l'Académie royale des sciences par divers çavans, et lus dans ses assemblées*, Paris, 1760.

BERTRAND J. 1883, «Théorie des richesses», *Journal des Savants*, 499-508.

BINMORE K. 1992, *Fun and Games: a Text on Game Theory*, Lexington Ma., D. C. Heath and Co.

BOUSQUET G.-G. 1957, «N.F. Canard, précurseur du marginalisme», *Revue d'économie politique*, **67**, 232-235.

BOUSQUET G.-G. 1958, «Histoire de l'économie mathématique jusqu'à Cournot», *Metroeconomica*, 121-135.

BRIAN E. 1994, *La mesure de l'Etat. Administrateurs et géomètres au XVIII^{e} siècle*, Paris, Albin Michel.

BRU B. 1988a, «Estimations laplaciennes», *Statistique et analyse des données*, **13**, 3-42.

BRU B. 1988b, «Statistique et bonheur des hommes», *Revue de synthèse*, IV série, **1**, 69-95.

CANARD N.-F. 1801, *Principes d'économie politique*, (Ouvrage couronné par l'Institut National dans sa Séance du 15 Nivôse an IX (5 Janvier 1801) et depuis revu, corrigé et augmenté par l'Auteur), Paris, F. Buisson.

CANARD N.-F. 1802, *Moyens de perfectionner le jury* (Ouvrage couronné par l'Institut National dans sa séance publique du 15 Germinal an X (5 Avril 1802)), Moulins, P. Vidalin.

CONDORCET M. J. A. N, de Caritat (marquis de) 1847-49, *Tableau général de la Science qui a pour objet l'application du calcul aux sciences politiques et morales*, in *Oeuvres de Condorcet*, a cura di A. Condorcet-O' Connor e F. Arago, Paris, 539-73.

CONDORCET M. J. A. N, de Caritat (marquis de) 1986, *Sur les élections et autres textes*, Paris, Fayard.

CONDORCET M. J. A. N, de Caritat (marquis de) 1994, *Arithmétique politique. Textes rares et inédits (1767-1789)*, ed. critica e commento a cura di B. Bru e P. Crépel, Paris, INED.

COURNOT A. 1838, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris, Hachette (ripubbl. in *Oeuvres de Cournot*, **VIII**, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1980).

COURNOT A. 1863, *Principes de la théorie des richesses*, Paris, Hachette.

CRÉPEL P., GILAIN C. (a cura di) 1989, *Condorcet mathématicien, économiste et philosophe, homme politique*, Paris, Minerve.

CRÉPEL P. 1990, «Les calculs économiques et financiers de Condorcet pendant la Révolution», *Economies et Sociétés, Série Oeconomia*, PE no. 13, 339-350.

CRÉPEL P. 1988, «Condorcet, la théorie des probabilités et les calculs financiers», in *Sciences à l'époque de la Révolution française, Recherches historiques*, a cura di R. Rashed, Paris, A. Blanchard, 267-328.

D'ANCONA U. 1954, *The Struggle for Existence,* Brill, Leiden.

DARMON P. 1986, *La longue traque de la variole*, Paris, Perrin.

DASTON L. 1979, «D'Alembert's critique of Probability Theory», *Historia Mathematica*, **6**, 259-279.

DASTON L. 1988, *Classical Probability in the Enlightenment*. PRINCETON N.J., Princeton University Press.

DEBREU G. 1959, «Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium», New Haven, Yale University.

DELAUNAY O. 1968, «Biographie de Nicolas-François Canard», *Bulletin de la Société d'Emulation du Bourbonnais*, **45**, 441-444.

DELL'AGLIO L. 1995, «Divergences in the History of Mathematics: Borel, von Neumann and the Genesis of Game Theory», *Rivista di Storia della Scienza*, **3**, 1-46.

DELMONT S.-J. 1970, «Du Villard de Durand (Emmanuel-Étienne)», *Dictionnaire de Biografie Française*, publié sous la direction de Roman d'Amat, Tome XII, Paris, Letouzey et Ané, p. 1062.

DENNING P. J. 1989, «The Science of Computing. Modeling the AIDS Epidemics», *American Scientist*, **76**, 552-555.

DESROSIÈRES A. 1993, *La politique des grands nombres: Histoire de la raison statistique*, Paris, Éditions de la Decouverte.

DIERKER E. 1974, Topological Methods in Walrasian Economics, Springer Lectures in Economics and Mathematical Systems no. 94.

DUVILLARD DE DURAND E.-É. 1787, *Recherches sur les rentes, les emprunts et les remboursemens*, Paris.

DUVILLARD DE DURAND E.-É. 1790, *Plan d'une association de prévoyance, dans laquelle ses Membres seront entr'eux, et pour eux, de la manière la plus avantageuse possible, tous les arrangemens connus sous la dénomination d'Assurances sur la Vie*, Paris, Volland.

DUVILLARD DE DURAND E.-É. 1795, *Lois sur les rentes viagères déclarées dettes nationales, du 23 floréal et du 8 méssidor, ou deuxième de la République française*, Paris, Imprimerie Nationale.

DUVILLARD DE DURAND E.-É. 1806, *Analyse et tableaux de l'influence de la pétite vérole sur la mortalité à chaque âge et de celle qu'un préservatif tel que la vaccine peut avoir sur la population et la longévité*, Paris, Imprimerie Impériale.

DUVILLARD DE DURAND E.-É. 1814, *Notice des travaux de M. Du Villard*, Paris.

EDWARDS A. 1977, *Foundations of Mathematical Genetics*, Cambridge, Cambridge University Press.

FALCONE M., ISRAEL G. 1985, «Qualitative and numerical analysis of a class of prey-predator models», *Acta Applicandae Mathematicae*, **4**, 225-258 (ripubblicato in: *Mathematics of Biology* (G. Koch, M. Hazewinkel, eds.), Dordrecht/Boston, D. Reidel Publ. Company, 1985, 225-258.

FISCHER R. A. 1922, «On the dominance ratio», *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, **42**, 321-41.

FISCHER R. A. 1930, *The Genetical Theory of Natural Selection*, Oxford, Clarendon Press, 1930.

FREGUGLIA P. 1998, «Considerazioni sul modello di Giovanni V. Schiaparelli per una interpretazione geometrica delle concezioni darwiniane», *Modelli matematici nelle scienze biologiche* (a cura di P. Freguglia), Urbino, Quattro Venti, 85-112.

GAUSE G. F. 1935, *Vérifications expérimentales de la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Paris, Hermann.

GIRARDI M., ISRAEL G. 1981, «Processi di aggiustamento dei prezzi e matrici con diagonale dominante», *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, Serie 5, **18-B**, 629-647.

GIRARDI M., ISRAEL G. 1982, «Some quasi-globally stable processes of price adjustment», *Journal of Economic Theory*, **27**, 353-365.

GLASS L., MACKEY M. C. 1988, *From Clocks to Chaos. The Rhythms of Life*, Princeton N.J., Princeton University Press.

HALDANE J. B. S. 1924, «A Mathematical Theory of Natural and Artificial Selection», *Transactions and Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **23**, 1924-32.

HALDANE J. B. S. 1932, *The Causes of Evolution*, London, Longmans & Green.

HETHCOTE H. W. 1994, «A Thousand and One Epidemic Models», in Levin 1994, 504-515.

INGRAO B. 1994, «The mechanism in economics: what is missing?», *Rivista di Storia della Scienza*, Serie II, **2**, 41-98.

INGRAO B., ISRAEL G., *La Mano Invisibile, L'equilibrio economico nella storia della scienza*. Roma-Bari, Laterza, 1987 (1996^2, 1999^3); ed. inglese: *The Invisible Hand. Economic Equilibrium in the History of Science*, Cambridge, Mass., The MIT Press, 1990 (2000^2).

ISRAEL G. 1982, «Le equazioni di Volterra e Lotka: una questione di priorità», in *Atti del Convegno su «La Storia delle Matematiche in Italia»*, Cagliari 29-30 Settembre-1° Ottobre 1982, (a cura di O. Montaldo e L. Grugnetti), Università di Cagliari, Istituti di Matematica della Facoltà di Scienze e Ingegneria, 495-502.

ISRAEL G. 1986, *Modelli matematici*, Roma, Editori Riuniti, 1986; nuova ed. riveduta *Modelli matematici, Introduzione alla matematica applicata*, Franco Muzzio ed., Roma, 2002.

ISRAEL G. 1988, «The contribution of Volterra and Lotka to the development of modern biomathematics», *History and Philosophy of the Life Sciences*, **10**, 37-49.

ISRAEL G. 1990a, «Volterra e la dinamica delle popolazioni biologiche», in *Il pensiero scientifico di Vito Volterra* (a cura di A. Roccheggiani), Ancona, La Lucerna Editrice, 87-113.

ISRAEL G. 1990b, «“Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali” di Vito Volterra (1860-1940)», *Archimede*, **XLII**, 115-123.

ISRAEL G. 1991a, «El declive de la Mathématique sociale y los inicios de la economia matemática en el contexto de los avatares del Institut de France», *LLULL, Revista de la Sociedad Española de Historia de la Ciencias y de la Tecnicas*, **14**, 59-116.

ISRAEL G. 1991b, «Volterra's “analytical mechanics” of biological associations», *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, **41**, 57-104; 306-351.

ISRAEL G. 1993a, «The Emergence of Biomathematics and the Case of Population Dynamics. A Revival of Mechanical Reductionism and Darwinism», *Science in Context*, **6**, 469-509.

ISRAEL G. 1993b, «The Two Paths of the Mathematization of the Social and Economic Sciences», *Physis, Rivista Internazionale di Storia della Scienza*, **XXX** (Nuova Serie), 27-78.

ISRAEL G. 1994a, «Le Cours de Vandermonde et les premiers développements de l'économie mathématique», in *L'Ecole Normale de l'An III, Leçons d'Histoire, de Géographie, d'Économie Politique, Edition annotée des cours de Volney, Buache de La Neuville, Mentelle et Vandermonde* ed. diretta da D. Nordman, con introduzione e note di A. Alcouffe, G. Israel, B. Jobert, G. Jorland, F. Labourie, D. Nordman, J.-C. Perrot, D. Woronoff; Paris, Dunod, 351-355.

ISRAEL G. 1994b, «Mathematical Biology», in *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, (2 voll.), a cura di I. Grattan-Guinness, London, Routledge, 1994, sez. 9.18, Vol. 2, 1275-1280.

ISRAEL G. 1994c, «Mathematical Economics», in *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, (2 voll.), a cura di I. Grattan-Guinness, London, Routledge, 1994, sez. 10.18, Vol. 2, 1415-1423.

ISRAEL G. 1996a, «“Administrer c'est calculer”: due “matematici sociali” nel declino dell'Età dei Lumi», *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, **14**, 241-314.

ISRAEL G. 1996b, *La mathématisation du réel*, Paris, Seuil; trad. it.: *La visione matematica della realtà*, Roma-Bari, Laterza, 1996, 1997^2, 2003^3.

ISRAEL G. 1998a, «Balthazar Van der Pol e il primo modello matematico del battito cardiaco, in Modelli matematici nelle scienze biologiche» (a cura di P. Freguglia), Urbino, Quattro Venti, 133-162.

ISRAEL G. 1998b, «Analogie, metafore e verifica empirica nella biologia matematica contemporanea», *Pristem/Storia, Note di matematica, Storia e cultura*, **1**, Milano, Springer Verlag-Italia, 53-72.

ISRAEL G. 1999a, «The scientific heritage of Vito Volterra and Alfred J. Lotka in mathematical biology», in *La matematizzazione della biologia. Storia e problematiche attuali* (a cura di P. Cerrai e P. Freguglia), Urbino, Quattro Venti, 145-160.

ISRAEL G. 1999b, «Mille lenti per osservare il mondo: ottant'anni di modellistica matematica», in *Ventesimo Convegno Nazionale UMI-CIIM sull'insegnamento della matematica: «La matematica e le altre scienze: modelli, applicazioni, strumenti didattici*, *Notiziario dell'Unione Matematica Italiana*, Supplemento al n. 10, anno XXVI, 17-28.

ISRAEL G. 2001a, «Modèle-récit ou récit-modèle?», in *Le modèle et le récit*, (sous la direction de Jean-Yves Grenier, Claude Grignon, Pierre-Michel Menger), Paris, Editions de la Maison des sciences de l'homme, 365-424.

ISRAEL G. 2001b, «La matematizzazione dell'economia: aspetti storici ed epistemologici», in *Matematica e cultura* 2001 (a cura di M. Emmer), Milano, Springer Verlag Italia, 67-80.

ISRAEL G. 2002a, «Vito Volterra e la "biologia dei numeri"», in *Matematica e cultura 2002* (a cura di M. Emmer), Milano, Springer Verlag Italia, 109-124.

ISRAEL G. 2002b, «The Two faces of Mathematical Modelling: Objectivism vs. Subjectivism, Simplicity vs. Complexity», in *The Application of Mathematics to the Sciences of Nature. Critical Moments and Aspects* (P. Cerrai, P. Freguglia, C. Pellegrini, eds.), New York, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 233-244.

ISRAEL G. 2003, «Sur l'usage des mathématiques dans l'analyse des phènomènes non physiques», *Athena, Recherche et développement technologique*, n. 187, 242-3.

ISRAEL G. 2004, «Technological innovation and new mathematics: van der Pol and the birth of non-linear dynamics», in *Technological Concepts and Mathematical Models in the Evolution of Engineering Systems* (M. Lucertini, A. Millán Gasca, F. Nicolò, eds.), Basel - Boston - Berlin, Birkhäuser, 52-78.

ISRAEL G., MILLÁN GASCA A. 1993, «La correspondencia entre Vladimir A. Kostitzin y Vito Volterra (1933-1962) y los inicios de la biomatematica», *LLULL, Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias*, **16**, 159-224.

ISRAEL G., MILLÁN GASCA A. 1995, *Il mondo come gioco matematico. John von Neumann, scienziato del Novecento*, Roma, La Nuova Italia Scientifica; trad. spagnola: *El mundo come un juego matemático. John von Neumann, un científico del siglo XX*, Madrid, Nivola, 2001.

ISRAEL G., MILLÁN GASCA A. 2002a, *Von Neumann. La matematica per il dominio della realtà*, Serie «I grandi della scienza», *Le Scienze* (edizione italiana di Scientific American), n. 26, p. 96.

ISRAEL G., MILLÁN GASCA A. 2002b, *The Biology of Numbers. The Correspondence of Vito Volterra on Mathematical Biology*, Basel-Boston-Berlin, Birkhäuser.

JEVONS S. W. 1909, *Théorie de l'économie politique avec une préface de Paul Painlevé*, Paris.

KERMACK W. O., MCKENDRICK A. G. 1927, «A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics», *Proceedings of the Royal Society of London*, **A 115**, 700-721.

KINGSLAND S. 1985, *Modeling Nature: Episodes in the History of Population Ecology*, Chicago, University of Chicago Press.

KOSTITZIN V. A. 1934, *Symbiose, parasitisme et evolution (étude mathématique)*, Paris, Hermann.

KOSTITZIN V. A. 1937, *Biologie mathématique*, Paris, A. Colin.

KOYRÉ A. 1968, *Etudes newtoniennes*, Paris, Gallimard.

LAGRANGE ET LEGENDRE 1796, «Rapport sur un travail du C^{n} Duvillard», *Procès-verbaux de l'Académie des Sciences*, Paris, 110-113.

LAPLACE P.-S. 1814, *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, Courcier, 1814 (ed. definitiva, Paris, Bachelier, 1825^{5}; rist. Paris, Bourgois, 1986).

LEBRETON J. 1802, «Principes de l'Economie Politique par N. F. Canard (compte-rendu)», *La Décade Philosophique, Littéraire et Politique*, **16**, 385-399.

LEGENDRE, LACROIX et BIOT 1813, «Rapport sur un Mémoire de M. Duvillard», *Procès-verbaux de l'Académie des Sciences*, Paris, 1813, 210-214.

LEIGH E. G. JR. 1968, «The Ecological Role of Volterra's Equations», in M. Gerstenhaber, ed., *Some Mathematical Problems in Biology*, Providence, Rodhe Island, The American Mathematical Society, 1-61.

LEONARD R. J. 1992, «Creating a Context for Game Theory», in Weintraub E. R. (ed.), *Toward a History of Game Theory*, Durham-London, Duke University Press, 29-76.

LEVIN S. A. (ed.) 1994, *Frontiers in Mathematical Biology*, Lectures Notes in Biomathematics, no. 100, Berlin-New York, Springer.

LOTKA A. J., 1920, «Undamped oscillations derived from the law of mass action», *Journal of the American Chemical Society*, **42**, 1595-9.

LOTKA A. J. 1925, *Elements of Physical Biology*, Baltimore, Williams & Wilkins (rist. *Elements of Mathematical Biology*, New York, Dover, 1956).

LULANI A. 1992, *Modelli matematici per la propagazione del vaiolo nel Settecento*, Tesi di Laurea, Università di Roma «La Sapienza», Facoltà di Scienze Mat. Fis. e Nat.

MALTHUS T. R. 1798, *An Essay on the Principle of Population*, London, St Paul's Churchyard.

MAWHIN J. 2002, «Les héritiers de Pierre-François Verhulst: une population dynamique», *Bulletin de la Classe de Sciences de la Royale Académie du Belgique*.

MAY R. M. 1971, «Stability in Multispecies community models», *Bulletin of Mathematical Biophysics*, **XII**, 1971.

MAY R. M. 1972, «Will a Large Complex System be Stable?», *Nature*, **238**, 413-4.

MAY R. M. 1974, *Stability and Complexity in Model Ecosystems*, Princeton, Princeton University Press.

MAY R. M. 1994, «Spatial Chaos and its Role in Ecology and Evolution», in Levin 1994, 326-344.

MAY R. M., ANDERSON R. M. 1987, «Transmission dynamics of HIV infection», *Nature*, **326**, 137-142.

MAY R. M., ANDERSON R. M., 1988, «The transmission dynamics of human immunodeficiency virus (HIV)», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **B 321**, 565-607.

MÉNARD C. 1983, «Why was there no Probabilistic Revolution in Economic Thought», in *Probability since* 1800, *Interdisciplinary Studies of Scientific Development*, Workshop at the Centre for Interdisciplinary Research of the University of Bielefeld, M. Heidelberger, L. Krüger, R. Rheinwald eds., Bielefeld, B. Kleine Verlag, 203-212.

MILLÁN GASCA A. 1996, «Mathematical theories versus biological facts: A debate on mathematical population dynamics in the 1930», *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, **26**, 347-403.

MIROWSKI P. 1992, «What Were von Neumann and Morgenstern Trying to Accomplish», in Weintraub E. R. (ed.), *Toward a History of Game Theory*, Durham-London, Duke University Press, 113-147.

MORET J., 1915, *L'emploi des mathématiques en économie politique*. Paris, Giard & Brière.

NEUMANN J. (VON) 1928, «Zur Theorie der Gesellschaftsspiele», *Mathematische Annalen*, **100**, 295-320.

NEUMANN J. (VON) 1937, «Über ein Ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes», *Ergebnisse Eines Mathematisches Kolloquium*, 8, 73-83 (rist. inglese: «A model of general economic equilibrium», *Review of Economic Studies*, **13**, 1-9).

NEUMANN J. (VON), MORGENSTERN O. 1944, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton N.J., Princeton University Press (1947^2).

OSTER G., GUCKENHEIMER J. 1976, «Bifurcation phenomena in population models», in J. E. Marsden, M. McKracken, *The Hopf Bifurcation and Its Applications*, New York, Springer, 327-331.

PEARL R., REED L. J. 1920, «On the Rate of Growth of the Population of the United States since 1790 and its Mathematical Representation», *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **6**, 275-288.

PEPE L. 1992, «Supplemento alla bibliografia di Lagrange», *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, **XII**, 279-301.

POISSON S.-D. 1836, «Note sur le calcul des probabilités», *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* , séance du Lundi 18 Avril 1836, **II**, 394-400.

POL B. L. (VAN DER), MARK J. (VAN DER) 1926, «The Heartbeat Considered as a Relaxation Oscillation, and an Electrical Model of the Heart», *London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **6**, 763-775.

PROVINE W. B. 1971, *The Origins of Theoretical Population Genetics*, Chicago, The University of Chicago Press.

QUETELET A. 1815, *Sur l'homme et le développement de ses facultés. Essai de physique sociale*, Paris, Bachelier.

RASHED R. (A CURA DI) 1974, *Condorcet, mathématique et société*, Paris, Hermann.

ROBERTSON R. M. 1949, «Mathematical Economics before Cournot», *Journal of Political Economy*, **57**, 527-537.

ROSS R. 1923, *Memoirs, With a Full Account of the Great Malaria Problem and Its Solution*, London, J. Murray.

SAMUELSON P. A. 1989, «Revisionist View of von Neumann's Growth Mode», in Dore, M., Chakravarty, S., and Goodwin, R. *John von Neumann and Modern Economics*, Oxford, Clarendon Press, 100-122.

SCHIAPARELLI G. V. 1898, *Studio comparativo tra le forme organiche naturali e le forme geometriche pure*, Milano, Hoepli.

SCUDO F. 1984, «The "Golden Age" of Theoretical Ecology: A Conceptual Appraisal», *Revue Européenne des Sciences Sociales*, **22**, 11-64.

SMITH J. M. 1974, *Models in Ecology*, Cambridge, Cambridge University Press.

THEOCHARIS R. D. 1983, *Early Developments of Mathematical Economics*, London, Macmillan.

THOM R. 1975, *Structural Stability and Morphogenesis*, Reading, Mass., W.A. Benjamin.

THUILLIER G. 1997, *Le premier actuaire de France: Duvillard* (1755-1832), Paris, Comité d'histoire de la sécurité sociale.

VANDERMONDE A. T. 1795, «Rapport fait par ordre du Comité de Salut Public sur les Fabriques & le Commerce de Lyon», *Journal des Arts et Manufactures*, **I**, 1-48.

VERHULST P.-F. 1838, «Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement», *Correspondance mathématique et physique*, **10**, 113-125.

VERHULST P.-F. 1845, «Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population», *Mémoires de l'Académie Royale de Bruxelles*, **18**, 3-39.

VOLTERRA V. 1901, «Sui tentativi di applicazione delle Matematiche alle scienze biologiche e sociali», *Annuario della R. Università di Roma*, 3-28 (discorso inaugurale dell'A.A. 1900-1901); ripubbl. con varianti in *Giornale degli Economisti*, s. II, **XXIII**, 1901, 436-458; in *Archivio di Fisiologia*, **III**, 1906, 175-191; in francese su *La Revue du Mois*, 1906, 1-20; e in V. Volterra Saggi Scientifici, Zanichelli, Bologna, 1920 (ried. anast. 1990).

VOLTERRA V., 1926, «Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi», *Memorie della R. Accademia dei Lincei*, serie VI, **II**, 31-113.

VOLTERRA V. 1931, *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, (redigées par Marcel Brélot), Paris, Gauthier-Villars (rist. anast. Paris, Gabay, 1990).

VOLTERRA V. 1937, «Principes de biologie mathématique», *Acta Biotheoretica*, **3**, 6-39.

VOLTERRA V., D'ANCONA U. 1935, *Les associations biologiques au point de vue mathématique*, Paris, Hermann (trad. it. *Le associazioni biologiche studiate dal punto di vista matematico*, a cura di G. Israel, Roma, Teknos, 1995).

WALRAS L. 1874, «Principe d'une théorie mathématique de l'échange», in *Compte-rendu des Séances et Travaux de l'Académie des Sciences Morales et Politiques*, (séances du 16 et 23 Août 1973), 97-120 (rist. in *Journal des Economistes*, vol.34, 1974, 5-21).

WALRAS L. 1883, *Théorie mathématique de la richesse sociale*, Lausanne, Corbaz.

WALRAS L. 1900, *Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, Lausanne, Rouge (quarta ed).

WALRAS L. 1909, «Économique et Mécanique», *Bulletin de la Société Vaudoise de Sciences Naturelles*, **45**, (rist. in *Metroeconomica*, **12**, 1960, 3-11).

WALRAS L. 1993, *Théorie mathématique de la richesse sociale et autres écrits d'économie pure* (a cura di P. Dockès, P.-H. Goutte, C. Hébert, C. Mouchot, J.-P. Potier, J.-M. Servet), vol. XI di Auguste et Léon Walras, *Oeuvres Economiques Complètes*, Paris, Economica.

WEINTRAUB E. R. 1983, «On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-1954», *Journal of Economic Literature*, **XXI**, 1-39.

WEINTRAUB E. R., Mirowski P. 1994, «The Pure and the Applied: Bourbakism Comes to Mathematical Economics», *Science in Context*, **7**, 245-272.

WEINTRAUB E. R. 2002, *How Economics Became A Mathematical Science*, Durham-London, Duke University Press.

WRIGHT S. 1930, «The Genetical Theory of Natural Selection. A Review», *Journal of Heredity*, **21**, 349-56.

Dipartimento di Matematica, Università di Roma «La Sapienza»
P.le A. Moro, 2, 00185 - Roma (Italy)

Pervenuta in Redazione
il 15 ottobre 2003