
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

MICHELE EMMER

RECENSIONI. Cube, film. Regia di Vincenzo Natali (1997), Hypercube, film. Regia di Andrzej Sekula

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 6-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (2003), n.1, p. 183–190.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2003_8_6A_1_183_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

Cube, film. Regia di Vincenzo Natali, fotografia di Derek Rogers, sceneggiatura di Vincenzo Natali e Andre Bijekic, prodotto da Mehre Meh per la Trimarks Pictures Canada, 1997, montaggio di John Sandres, Scenografia di Jasua Stefanovic, consulente matematico David W. Pravica. Attori principali: Nicole DeBoer, Nicky Guadagni, David Hewlett, Andrew Miller, Julian Richings, Wayne Robson, Maurice Dean Wint.

Hypercube, film. Fotografia e regia di Andrzej Sekula, sceneggiatura di Sean Hood e Ernie Barbarash, prodotto da Ernie Barbarash, scenografia Diana Magnus, effetti visivi Mr. X, Inc. Dennis Berardi produttore, Aaron Weintraub supervisore. Interpreti: Bruce Grey, Neil Crone, Geraint Wyn Davies, Kari Matchett, Matthew Ferguson, Grace Lynn Kung, Lindsay Connell, Barbara Gordon.

Recensione di M. EMMER

Uno dei teoremi più antichi dimostrati dall'umanità è quello noto con il nome di teorema dei numeri primi. Nel libro IX degli «Elementi» di Euclide (vissuto ad Alessandria intorno al 300 a. C.) la proposizione 20 afferma che i numeri primi sono infiniti. Lo stabilire se un numero è primo oppure no, ovvero il problema della fattorizzazione dei numeri, hanno una grande importanza nei sistemi di crittografia che sono utilizzati per informazioni riservate. I numeri primi, le potenze dei numeri primi, la combinazione e permutazione dei numeri sono alla base dell'enigma del film «Cubo». In inglese «Cube», mentre incubo si può tradurre «Incubus». Un film angoscioso, che si svolge all'interno di un sistema di cubi che si muovono ogni

tanto all'interno di un grande spazio cubico. Una specie di enorme cubo di Rubik. Dentro i cubi più piccoli sono catturati alcuni personaggi; non sapremo mai perchè. Questi uomini e donne prigionieri nei cubi cercano di capire se vi è una via di uscita. Ogni cubo è collegato con altri cubi tramite aperture sulle diverse pareti del cubo in cui ci si trova. Le pareti del cubo sono sei; in ogni cubo ci sono sei uscite. Come scoprono molto presto i protagonisti, in molte dei cubi confinanti a quello in cui ci si trova, sono inserite delle trappole mortali. Il problema è quindi di capire in quale direzione andare ogni volta che si entra in un nuovo cubo che sia senza trappole; bisogna poi capire qual è la geometria in cui sono inseriti i diversi cubi per riuscire a capire se vi è modo di uscire. Tra i sei personaggi vi è una studentessa di matematica, che si accorge abbastanza presto che ogni ingresso che porta in un altro cubo è contrassegnato da un numero molto grande di nove cifre. Formula una prima ipotesi: se il numero in questione è primo, la stanza non è pericolosa. La regola funziona ma sino ad un certo punto. Entrando in una delle stanze contrassegnate con un numero primo vi è lo stesso una trappola mortale. Dovrà la studentessa di matematica cercare una soluzione più sofisticata. Come hanno scritto i matematici consulenti del film, David W. Pravica e Heather L. Ries: «Nel cercare di uscire dal Cubo i personaggi sono posti di fronte al peggior incubo che ciascuno di noi possa avere: essere uccisi perché non si è in grado di risolvere un problema di matematica!» Il film trae gran parte della sua tensione dai personaggi e dal fatto che l'ambiente in cui si trovano è diverso da come appare inizialmente. Gli aspetti matematici del film confermano soprattutto questo. I numeri di identificazione delle stanze hanno la forma

$$x_1x_2x_3 \quad y_1y_2y_3 \quad z_1z_2z_3$$

in cui ogni x , y , e z è una cifra compresa tra 0 e 9. Leaven, l'unica del gruppo dotata di talento matematico, si convince che una stanza sembra pericolosa quando una delle terne del suo numero di identificazione è un numero primo. A partire da tale ipotesi i protagonisti si spostano allora per qualche tempo attraverso il Cubo, finché un'incidente sfortunato dimostra la falsità di tale ipotesi. È solo mol-

to più avanti nel film che Leaven riesce a decifrare la chiave giusta — le stanze trappola sono numerate con un numero di tre cifre che è un numero primo oppure potenza di un primo».

Inoltre bisogna capire anche la posizione del cubo in cui ci si trova rispetto al «cubone» che li contiene tutti. In più periodicamente i cubi si muovono. Come si muovono? Dove arrivano? Indicando ogni cubo con tre numeri, le tre coordinate cartesiane, la studentessa di matematica riesce a capire dove ci si trova e dove si deve andare. Per i dettagli matematici del film si veda l'articolo in [1]. Tra l'altro nella versione in italiano nel momento culminante della spiegazione, invece della parola «potenza» di un numero primo, viene detto «fattoriale»! Ma nessuno del pubblico se ne sarà accorto.

Il film è tutto giocato sulla grand'abilità del giovane regista italo-canadese Vincenzo Natali di sfruttare al massimo la macchina da presa negli spazi angusti, claustrofobici, i «cubi», in cui si svolge tutto il film. Ci riesce molto bene, alternando la camera a mano, il fish eye a carrellate per rendere ancora più chiuso lo spazio. Natali in una intervista ha raccontato come gli è venuta l'idea del film: «Il soggetto è nato da esigenze puramente pratiche. Sapevo che non avrei avuto molti soldi a disposizione per il mio primo lungometraggio, pertanto ho deciso di girare in un unico ambiente. Ma volevo dare anche l'illusione di più ambienti, e soprattutto dare la possibilità alla macchina da presa e ai personaggi di essere mobili così da avere dell'azione. Mi sono ispirato anche al genere carcerario.» Alla domanda se aveva un'idea precisa della natura del Cubo Natali risponde: «credo sia fondamentale non sapere di cosa si tratta. Il film si fonda su questo postulato ed è ciò che davvero mi interessa. Gli americani vogliono sempre spiegare e dire tutto sui personaggi. In «Cube» i personaggi si rivelano attraverso l'azione.»

Un film senza un finale, in cui nulla si saprà di chi ha inventato quello spazio, per quale ragione. Viene l'ansia di riuscire ad uscire, a salvarsi. La matematica come incubo, la matematica come mistero, la matematica come fascino.

Dato l'interesse che il film «Cube» ha suscitato sia nei festival del cinema indipendente che nei cinema di molti paesi divenendo un vero e proprio film di culto, era inevitabile che ci fosse un seguito. Il

regista, molto giustamente, ha rifiutato la trappola del seguito. Tra l'altro è stato messo sotto contratto da una delle major USA per un film a grande budget. Come poteva essere il seguito di «Cube». Facciamo un passo indietro.

Era sicuramente noto a Platone (427-347 a.C.), che ne attribuisce la scoperta al matematico Teeteto, che nello spazio euclideo a tre dimensioni in cui pensiamo di vivere immersi esistono solo 5 solidi regolari: tre che hanno facce che sono triangoli equilateri, tetraedro, ottaedro ed icosaedro, uno con facce che sono quadrati, il cubo ed uno con facce che sono pentagoni, il dodecaedro. Nessuno invece sa chi abbia scoperto che esistono infiniti poligoni regolari: triangoli, quadrati, ecc.... Da quei solidi originari ne vennero poi realizzati tanti altri intersecandoli e manipolandoli tra loro. I solidi della geometria greca verranno poi riscoperti nel Rinascimento e saranno una delle conoscenze importanti per sviluppare la teoria della prospettiva e la geometria proiettiva.

Nessuno si era posto in fondo il problema se effettivamente l'umanità avesse sempre vissuto in uno spazio euclideo a tre dimensioni. Se cioè la geometria così come la studiamo ancora oggi dopo due-mila anni a scuola sia la «vera» geometria dello spazio. Finché ad un certo punto alcuni matematici, in modo indipendente, mettono in dubbio che la geometria dello spazio sia quella euclidea e che noi viviamo in un mondo a tre dimensioni. E se fossero di più?

Alla metà dell'ottocento viene pubblicato un libro, un piccolo romanzo, destinato a diventare famosissimo. Racconta dell'incontro di un piccolo Quadrato che vive nel mondo piatto a due dimensioni e che un giorno ha l'occasione della sua vita ed incontra una sfera tridimensionale, che lo fa diventare un Cubo. Il libro in questione si chiama «Flatland: a Romance of Many Dimensions», pubblicato a Londra nel 1884, autore Edwin A. Abbott. Per convincere il Quadrato che esiste la terza Dimensione la Sfera utilizza il metodo che usavano i matematici che credevano che la geometria fosse euclidea tridimensionale. Usa l'analogia la Sfera: se un segmento si muove parallelo a se stesso si ottiene un quadrato, se un quadrato si muove in altezza si ottiene un cubo. Insomma esiste il lungo, largo, alto, tre di-

mensioni. Ma il Quadrato che ha studiato matematica si lancia ed arriva ad affermare che allora è possibile che ci si possa muovere in un'altra direzione perpendicolare ad un cubo ed ottenere, già ottenere cosa? Un cubo nella «Divina Terra della Quarta Dimensione»!

Era apparsa su una rivista specializzata di matematica pochissimi anni prima del libro di Abbott la prima immagine dei sei solidi regolari dello spazio a quattro dimensioni.

E come si chiama questo Divino Cubo a Quattro Dimensioni, ammesso che esista? Basta andare a vedere un film uscito anche in Italia, il seguito appunto di «Cube»: «Hypercube» ovvero «Cubo 2». Il seguito a quattro dimensioni di «Cube».

Se il Quadrato di Flatlandia sogna il Divino cubo a Quattro Dimensioni, alcuni hanno pensato ad un seguito nelle quattro dimensioni di «Cube». Altro regista, Andrej Sekula, sceneggiatori Sean Hood e Eernie Barbarash, quest'ultimo anche produttore.

Avrete capito a questo punto che il nuovo film «Hypercube» si svolge nel «Divino Cubo» di cui sognava il Quadrato. La storia inizia in modo analogo: ci sono dei personaggi che via via si presentano e che non capiscono perché sono rinchiusi e che cercano di uscire. Si capisce che devono essere stati trattati in qualche modo (drogati?) e messi nella struttura. In un ipercubo appunto o tesseract, parola tradotta nel film tesseratto, che non mi risulta esistere in italiano.

Problema: nel film precedente i personaggi erano rinchiusi in una sequenza infinita di cubi, oggetto a tutti noi molto familiare, dai tempi di Platone. E si capiva abbastanza presto che i cubi si muovevano e che la struttura esterna era quella di un cubo di Rubik. Ora come si fa a far svolgere un film in un ipercubo, in un solido cioè a quattro dimensioni? Insomma che aspetto ha un ipercubo ammesso che io lo possa vedere?

Chiariamo subito che noi non possiamo vedere un oggetto a quattro dimensioni, su questo non ci sono dubbi. Però possiamo usare l'analogia: se proiettiamo l'ombra di un cubo su un foglio otteniamo per esempio un quadrato, o un esagono a secondo di come proiettiamo. E possiamo anche fare l'operazione inversa e dalle ombre proiettate possiamo cercare di ricostruire la figura a tre dimensioni. Ebbene possiamo fare lo stesso per un cubo a quattro dimensioni: proiettarlo

nello spazio a tre dimensioni dove viviamo noi e vedere le sue diverse proiezioni, le ombre che lascia nel nostro spazio.

Già, ma come sono fatte queste ombre del passaggio dell'ipercubo nel nostro spazio? Nel 1976 il matematico Thomas Banchoff e l'informatico Charles Strauss riuscirono ad animare con la computer graphics le proiezioni tridimensionali di un ipercubo. Un film che si chiamava ovviamente «Hypercube», un film che fece epoca; era la prima volta che si «vedeva» un oggetto a quattro dimensioni muoversi davanti ai nostri occhi.

Quelle immagini sono state la fonte di ispirazione per l'ambiente in cui far svolgere il nuovo «Hypercube». Tanto era meccanico, solido, duro l'ambiente di «Cube», tanto è rarefatto, tutto di colore bianco, quasi trasparente quello di «Hypercube». Si pensa subito ad una costruzione virtuale in cui si è immersi. Nessun matematico consulente questa volta ma esperti di animazioni al computer. Sono presenti nel film molte delle immagini che i matematici hanno realizzato con il computer in questi ultimi anni. Si vedono i solidi, quelli di cui parlava Platone, sino al famoso ipercubo che si muove nello spazio.

Fig. 2. – Dal film *Hypercube*. Si ringrazia Eagle pictures © 2003.

Qualcuno si chiederà: ma la quarta dimensione è il tempo? Se lo chiedono anche nel film. La risposta è no! La relatività che fa una breve comparsa nel film non c'entra nulla. Le quattro dimensioni di cui si parla sono puramente spaziali. Anche se nel film si parla di fisica quantistica e di relatività del tempo.

Poteva mancare un matematico tra i personaggi? Certo che no, ancora una volta una donna. Questa volta però una vecchia in pensione incapace di ragionare, capire. Le hanno probabilmente tolto le capacità mentali dato che ha partecipato alla costruzione dell'incubo a quattro dimensioni. Pronuncerà solo ogni tanto della frasi sensate come «Ma questa è solo una costruzione virtuale teorica!»

Film interessante per gli effetti visivi, in particolare nella sequenza in cui davanti agli occhi stupefatti dei personaggi si forma un triangolo, poi un quadrato che comincia a ruotare, si formano altri solidi, e via via si arriva all'ipercubo che si muove nello spazio. Solo che questo ipercubo è fatto di lame taglienti che distruggono qualsiasi cosa sul loro pas-

saggio! Un film interessante dal punto di vista visivo, che certo risente della situazione identica del film precedente. Ci voleva un poco più di fantasia nel inventarsi qualche nuova avventura. Alla fine del film poi si vuole spiegare un pò troppo. Insomma la matematica continua a colpire anche dopo «A Beautiful Mind».

Bibliografia

- [1] M. EMMER - M. MANARESI, a cura di *Matematica, arte, cinema*, Springer Italia, Milano, 2002; ed. inglese, 2003. Il libro contiene l'articolo di Pravica e l'intervista a Natali.
- [2] E. A. ABBOTT, *Flatland*, ed. it. Adelphi, Milano, varie edizioni.
- [3] T. BANCHOFF, *Oltre la terza dimensione*, Zanichelli, 1993.
- [4] M. EMMER, *Flatland*, film e video, Film 7, Roma 1994.

Michele Emmer, Dipartimento di Matematica «Guido Castelnuovo»
Università di Roma «La Sapienza». E-mail: emmer@mat.uniroma1.it