
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

ENRICO MAGENES

Ricordo di Jacques Louis Lions

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 4-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (2001), n.2, p. 185–198.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2001_8_4A_2_185_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Ricordo di Jacques Louis Lions.

ENRICO MAGENES



1. – Il 17 maggio scorso è scomparso a Parigi Jacques Louis Lions. La Direzione del Bollettino mi ha chiesto di ricordarlo, data l'eccezionalità della Sua figura scientifica e i Suoi ottimi rapporti con il mondo matematico italiano, che duravano dalla metà degli anni '50. A Lions mi legavano grande amicizia e profonda stima fin da quegli anni e per questo ho accettato di parlare di Lui e mi accingo a farlo, con tanta tristezza, in queste poche pagine, che non vogliono però essere una commemorazione nel senso tradizionale della parola.

Nato a Grasse, città del sud della Francia alla quale fu sempre molto legato e nella quale aveva frequentato le scuole elementari e secondarie, seguendo anche un corso di lingua italiana, Lions entrò all'Ecole Normale Supérieure di Parigi nel '47 e vi compì gli studi universitari sotto la guida di Laurent Schwartz, proprio negli anni in cui Schwartz stava pensando ai suoi volumi sulla *Teoria delle Di-*

stribuzioni. Così la tesi di dottorato di Lions, pubblicata sul tomo 94 degli «Acta Mathematica» fu intitolata *Problèmes aux limites en théorie des distributions* e fu dedicata allo studio della formulazione debole dei problemi ai limiti per le equazioni a derivate parziali lineari ellittiche e dei problemi misti (nel senso di Hadamard) per le equazioni paraboliche del tipo del calore e per quelle iperboliche del tipo delle onde ed ai teoremi di esistenza e di unicità per le loro soluzioni. Questa tesi Gli valse ben presto il più ampio riconoscimento in ambito internazionale e in particolare in Francia. La Sua carriera universitaria francese fu assai rapida e prestigiosa: dopo un breve periodo quale ricercatore al C.N.R.S., fu professore all'Università di Nancy dal '54 al '62, poi a quella di Parigi dal '62 al '73 ed infine al Collège de France dal '73 in poi, essendo stato anche professore a tempo parziale all'Ecole Polytechnique di Parigi dal '66 all' '86.

2. – La Sua straordinaria produzione matematica (quasi 600 articoli e una ventina di monografie dedicate a numerosi campi di ricerca e tradotte in varie lingue) può essere inquadrata giustamente nel titolo che Egli stesso scelse per la Sua cattedra al Collège de France e che illustrò nella lezione inaugurale, tenuta il 4 dicembre '73 e pubblicata dallo stesso Collège de France: *Analyse mathématique des Systèmes et de leur Contrôle*. Questo titolo va inteso nel senso che vengono studiati i sistemi descritti da E.D.P., lineari e non lineari, sotto tutti i punti di vista, dalla loro adeguatezza a modellizzare i problemi applicativi, che si vogliono approfondire, all'esistenza e all'unicità delle soluzioni, alla loro approssimazione numerica mediante algoritmi e all'implementazione su calcolatore degli stessi ed infine al loro controllo, soprattutto nel caso in cui sia possibile intervenire in tempo reale modificando alcuni dei parametri collegati al sistema.

La Sua tesi, di cui abbiamo già detto, e i Suoi primi lavori hanno riguardato le equazioni lineari. Fu così che Egli rivolse la Sua attenzione anche allo studio dei problemi ai limiti «non omogenei» ed in questo studio io ebbi la fortuna di poter collaborare con Lui. È bene che ricordi il nostro punto di partenza ed il nostro intento, considerando il caso più semplice di una equazione lineare ellittica del secondo ordine in un aperto limitato Ω di \mathbf{R}^n con la condizione di Diri-

chlet sulla frontiera Γ di Ω :

$$(1) \quad Au = f \quad \text{in} \quad \Omega, \quad u = g \quad \text{su} \quad \Gamma.$$

Se g non è identicamente nulla su Γ , si dice che il problema è con condizioni ai limiti «non omogenee». Il nostro intento era quello di trovare delle famiglie naturali di spazi F e G per i dati f e g e U per la soluzione u di (1), in cui il problema fosse ben posto, supponendo che i coefficienti di A e la frontiera Γ di Ω fossero regolari. In quegli anni (fine anni '50) le questioni più importanti e più difficili di regolarità all'interno di Ω e sulla frontiera Γ per le soluzioni deboli di (1) nel caso omogeneo, cioè $g \equiv 0$ (e degli analoghi problemi per le equazioni lineari ellittiche d'ordine superiore al secondo) erano stati sostanzialmente risolte nella famiglia degli spazi di Sobolev $W^{s,p}(\Omega)$, con $p > 1$ e s sufficientemente grande. Ed erano state iniziate anche le ricerche relative alle «tracce» su Γ delle funzioni appartenenti a questi spazi, essenziali tra l'altro per poter considerare anche il problema non omogeneo; lo stesso Lions aveva portato contributi importanti alle ricerche sulle «tracce» (ad es. in due lavori apparsi sugli Annali della Scuola Norm. Sup. di Pisa, vol. 13, 1959 e vol. 14, 1960). Ed era anche iniziato lo studio di teorie dell'interpolazione tra spazi di Banach, cui pure Lions aveva dato contributi notevoli; in particolare ricordo che Egli era stato il primo a sviluppare una teoria dell'interpolazione tra spazi di Hilbert (v. Bull. Math. Soc., R.P. Roumanie, vol. 50-1958). Ecco allora l'idea che ci apparve naturale (mi riferisco sempre al caso ellittico, in particolare al problema (1)): partire dal risultato di regolarità per il problema omogeneo negli spazi $W^{s,p}(\Omega)$, ottenere per «trasposizione» (del problema «aggiunto») nuovi risultati per il problema non omogeneo in spazi irregolari (cioè con s negativo) e poi per interpolazione ottenere risultati per spazi «intermedi» in modo da risolvere (1) in ogni $W^{s,p}(\Omega)$ con s reale qualunque. Abbiamo iniziato una serie di lavori dallo stesso titolo *Problèmes aux limites non homogènes* (I, II, ..., VII), titolo che abbiamo cambiato dopo il settimo lavoro perché gli amici più vicini, come G. Stampacchia, incominciavano a «prenderci in giro» come autori di «romanzi a puntate»!. In ogni caso noi abbiamo proseguito nella nostra collaborazione in diversi lavori, studiando anche gli

analoghi problemi per le equazioni di evoluzione del primo ordine nel tempo t (equazioni paraboliche del tipo del calore) e del secondo ordine in t (equazioni iperboliche del tipo delle onde) e per le equazioni del tipo di Petrowski e del tipo di Schrödinger, fino ad arrivare alla pubblicazione nel '68 dei nostri 3 volumi, editi da «Dunod»: *Problèmes aux limites non homogènes et applications*, nei quali abbiamo esposto in modo dettagliato tutta la teoria e gli strumenti occorrenti, limitandoci però a considerare nei primi due volumi il caso $p = 2$, cioè gli spazi di Sobolev comunemente indicati con $H^s(\Omega)$ ed estendendola nel terzo volume agli spazi di funzioni infinitamente differenziabili o del tipo di Gevrey o analitiche e ai loro spazi duali.

3. – Nel frattempo Lions aveva iniziato ad occuparsi anche di equazioni non lineari; in particolare, seguendo il Seminario di Jean Leray al Collège de France, si era interessato delle equazioni di Navier-Stokes dei fluidi incomprimibili e dell'esistenza e dell'unicità della soluzione debole, soggetta a condizioni iniziali nel tempo e a condizioni ai limiti nello spazio. Il Suo principale risultato è stato il teorema di unicità in due dimensioni spaziali, ottenuto contemporaneamente ed indipendentemente anche da G. Prodi; e proprio Leray lo ha presentato in una nota comune di Lions e Prodi all'Accadémie des Sciences di Parigi nel giugno del '59.

Le ricerche di Lions sui problemi ai limiti per le E.D.P. non lineari sono poi continuate in diverse direzioni, con nuove idee e nuovi risultati. Anzitutto esse hanno riguardato i diversi metodi allora utilizzabili: di compattezza, di monotonia, di regolarizzazione, di penalizzazione, di approssimazione del tipo di Faedo-Galerkin. Sono almeno una trentina i lavori da Lui pubblicati a questo proposito, alcuni in collaborazione con J.P. Aubin, H. Brézis, J. Duvaut, J. Leray, W. Strauss, R. Temam, fino al 1969, anno in cui uscì il Suo volume *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires* (Dunod), che ebbe un notevole successo; ad esso rinvio per i riferimenti bibliografici. Una citazione particolare merita il lavoro con Leray (Bull. Soc. Math. France, t. 93, 1965), nel quale sono elaborati in modo originale i metodi di monotonia per un'ampia classe di equazioni ellittiche non lineari, quali l'equazione di Eulero del Calcolo delle Variazioni.

Sul finire degli anni '60 Lions e Stampacchia, prendendo lo spunto dalle ricerche di G. Fichera sul problema di Signorini in elasticità, introdussero la teoria delle disequazioni variazionali (cf. l'articolo *Variational inequalities*, Comm. Pure Appl. Math., t. XX, 1967). Ad essa e alle sue applicazioni in meccanica e in fisica è poi dedicato il volume di Lions e di G. Duvaut: *Les inéquations en mécanique et physique* (Dunod, 1972), nel quale viene studiata un'ampia classe di applicazioni, dopo averne fatto una introduzione di tipo fisico-matematico: ai mezzi semipermeabili e alla climatizzazione, al controllo termico, all'elasticità in presenza di attrito o con vincoli unilaterali, alla visco-elasticità, alla visco-plasticità e a disequazioni legate al sistema di equazioni di Maxwell.

4. – Nello stesso periodo è nato l'interesse di Lions per i problemi di controllo ottimo. I Suoi primi lavori in questo campo risalgono al 1966 e riguardano soprattutto il controllo nel caso di E.D.P. lineari paraboliche. Anche nel vol. II del nostro testo, già citato e uscito nel '67, aveva voluto inserire un capitolo dedicato al caso in cui il controllo compare sulla frontiera e dunque è necessario aver prima studiato proprio i problemi ai limiti «non omogenei». Nel '68 usciva la Sua monografia sui sistemi «distribuiti»: *Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles* (Dunod-Gauthier Villars), che è stato un testo fondamentale di riferimento in tutto il mondo (è stato tradotto in inglese, russo, giapponese e cinese). Da allora Egli ha continuato ad occuparsi ininterrottamente di teoria del controllo in diverse direzioni, con risultati assai importanti, tra i quali:

a) l'introduzione e lo sviluppo di una nuova teoria dei controlli di «tempo d'arresto» e dei controlli «impulsivi», basata sull'uso delle disequazioni quasi-variazionali (si tratta di un concetto che generalizza quello di disequazioni variazionali e che è stato introdotto dallo stesso Lions e da Bensoussan);

b) le ricerche sulla teoria della controllabilità esatta per i sistemi distribuiti e l'introduzione di un metodo generale, detto metodo di unicità hilbertiana (H.U.M.), per lo sviluppo di questa teoria.

I risultati principali di queste ricerche si trovano sulle seguenti Sue pubblicazioni:

I. le lezioni tenute per conto della National Science Foundation su *Control Theory* nell'agosto del '71 all'Università del Maryland, pubblicate dalla S.I.A.M. nel '72;

II. le due monografie con A. Bensoussan: *Applications des inéquations variationnelles en contrôle stochastique* (Dunod, 1978), e *Contrôle impulsif et inéquations quasi-variationnelles* (Dunod 1982);

III. la J. Von Neumann Lecture tenuta alla S.I.A.M. nel 1986, pubblicata su S.I.A.M. Review, vol. 30, 1988 dal titolo *Exact controllability, stabilization and perturbations for distributed systems*;

IV. i due volumi su *Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués* (Masson, 1988);

V. l'articolo *On the controllability of distributed systems* (Proc. Nat. Ac. Sci U.S.A., vol. 94, 1997).

5. – Veniamo ora ad altri importanti gruppi di ricerche di Lions. Anzitutto una tematica, relativa ancora ai problemi ai limiti per E.D.P. lineari e non lineari e alle disequazioni variazionali, è quella delle cosiddette «perturbazioni singolari», che si occupa del comportamento delle soluzioni u_ε dei predetti problemi, quando vi compaiono uno o più parametri ε , al tendere a zero di ε , nel caso in cui questo comportamento è «singolare», ad es. quando u_ε non ha limite, ma lo ha la differenza tra u_ε e una opportuna funzione s_ε , detta «parte singolare di u_ε ». A questa tematica Lions ha dedicato alcuni Suoi corsi a Parigi e il vol. 323 delle Lecture Notes in Mathematics della Springer (1973).

Un altro importante gruppo di ricerche, che in parte si interseca con la tematica precedente, è quello, assai studiato negli anni '70-'80 soprattutto in Francia, in Italia, in Russia e negli USA, relativo ai problemi di «omogeneizzazione» di E.D.P., che si incontrano nella descrizione macroscopica di materiali con una struttura microscopica complessa, e ai problemi di sviluppi asintotici per lo studio di strutture periodiche. Si tratta di ricerche che sono strettamente col-

legate con quelle svolte in Italia da E. De Giorgi e dalla sua Scuola sulla G e sulla Γ convergenza. Per quanto riguarda i contributi di Lions si può fare riferimento alla Sua monografia, scritta in collaborazione con A. Bensoussan e G. Papanicolaou *Asymptotic analysis for periodic structures* (North-Holland, 1978) e al Suo testo *Some methods in the mathematical analysis of systems and their control* Gordan and Breach (New York) e Science presse (Beijing), 1981 e ai due Suoi volumi già citati nel § 4, editi da Masson nel 1988.

Più recenti sono infine gli studi di Lions su quei sistemi, retti da equazioni di evoluzione, nei quali i dati che determinano la soluzione sono assegnati in modo incompleto (per es. vengono date le condizioni ai limiti solo su una parte della frontiera). Egli ha introdotto il concetto di «sentinelle», che permette di ottenere ulteriori informazioni e prevedere così i possibili sviluppi nel tempo del fenomeno considerato. Questi studi sono in particolare sviluppati nella Sua monografia: *Sentinelles pour les systèmes distribuées à données incomplètes* (Masson - 1992); essi hanno avuto poi applicazione a problemi concreti, quali l'accoppiamento del sistema atmosfera-oceano sul nostro pianeta, in una serie di lavori in collaborazione con R. Temam e S. Wang (si veda il loro volume *Models for the coupled atmospheric and ocean*, North-Holland, 1993).

6. – Veniamo ora ai contributi di Lions all'Analisi numerica ed al Calcolo Scientifico. Quando nel '62 Egli fu chiamato a Parigi, si prefisse, tra l'altro, lo scopo di attivare lo studio dell'analisi numerica, in particolare per le E.D.P., in un contesto moderno; ed iniziò all'Istituto Blaise Pascal un corso che fu raccolto in due volumi litografati, con la collaborazione dei Suoi principali allievi: *Methodes d'approximation numérique des problèmes aux limites* (C.N.R.S. - Université de Paris). Anch'io ebbi l'occasione di seguire qualcuna delle Sue lezioni e ricordo ancora l'atmosfera di entusiasmo che vi regnava. In quegli anni anche in Italia era entrata in vigore la riforma del corso di laurea in matematica ed uno dei corsi principali dell'indirizzo applicativo era il corso di Analisi Numerica, che a Pavia fu tenuto da me per qualche anno, utilizzando, tra l'altro, in modo essenziale proprio quelle litografie di Lions.

Nello stesso periodo sorse a Parigi il Laboratoire d'Analyse Numérique del C.N.R.S. e dell'Università di Parigi e Lions ne fu direttore dalla sua istituzione fino a quando fu chiamato al Collège de France. Così pure fu fondato l'I.R.I.A. (Institut de Recherche en Informatique et Automatique) con il quale Lions collaborò attivamente fin dall'inizio, diventandone poi il Presidente per un quadriennio quando nel 1980 l'I.R.I.A. si trasformò in I.N.R.I.A.

Lions ha certamente avuto il merito di essere stato tra i primi a promuovere l'uso intensivo di strumenti matematici rigorosi e di tecniche matematiche per introdurre e realizzare algoritmi «effettivi» di calcolo scientifico nel trattamento di problemi concreti legati ad E.D.P. o al controllo ottimo. Questo punto di vista non era molto diffuso all'inizio degli anni '60 in Francia (e non solo in Francia) e Lions ha contribuito in modo essenziale al suo successo, sia con le Sue ricerche personali, sia ispirando e guidando diversi gruppi di lavoro di ricercatori, in particolare di Suoi allievi.

Un quadro abbastanza completo di queste ricerche si può avere facendo riferimento in ordine di tempo, anche per tutti i riferimenti bibliografici precisi, a:

1. la Sua monografia in collaborazione con R. Lattès: *Méthode de quasi-réversibilité et applications* (Dunod 1967), dedicata alla risoluzione numerica di classi di problemi malposti nel senso di Hadamard, quali il controllo all'istante $T > 0$ della soluzione dell'equazione del calore in dipendenza dai valori assegnati all'istante $t = 0$;

2. i due volumi, in collaborazione con R. Glowinski e R. Trémoières *Analyse numérique des inéquations variationnelles* (Dunod, 1976), nei quali, dopo aver ampiamente trattato la risoluzione numerica delle disequazioni variazionali in generale, vengono risolti concretamente molti problemi di elasto-plasticità, di climatizzazione, di fluidodinamica, con notevoli contributi originali;

3. l'ampio articolo in collaborazione con R. Glowinski dedicato all'analisi numerica dei problemi di controllabilità esatta dei sistemi distribuiti, pubblicato su *Acta Numerica* (1994 e 1995);

4. infine i lavori sui metodi di decomposizione dei domini e sulle loro applicazioni, in particolare le recenti note, in collaborazione

con O. Pironneau, pubblicate su C.R. Ac. Sc. di Parigi (t. 327 del 1998, t. 328 del 1999, t. 332 del 2001), fino all'ultima dello scorso mese di febbraio (t. 332 del 2001), in collaborazione con F. Brezzi e O. Pironneau.

Ma occorre dire che a partire dal '62 Lions non ha mai mancato in tutti i Suoi lavori di trattare, sia pure brevemente, anche l'aspetto numerico dei problemi considerati.

Vorrei poi, prima di terminare il quadro, sia pure incompleto, che ho dato nei paragrafi precedenti ed in questo, sulla produzione scientifica di Lions, segnalare ancora un Suo lavoro che mi ha particolarmente colpito: precisamente la Sua conferenza in occasione del 25^{esimo} anniversario dell'I.N.R.IA., intitolata *World Mathematical Year 2000 and Computer Science* e pubblicata sulle *Lecture Notes in Computer Science*, n. 653, della Springer, che annuncia la decisione da poco presa dall'I.M.U. di dichiarare il 2000 quale «anno della matematica» e presenta un panorama interessantissimo delle prospettive per il ventunesimo secolo riguardanti la matematica applicata e più in generale la teoria dei sistemi scientifici.

7. – Diciamo ora qualcosa delle grandi doti di Maestro di Lions. Chiunque ascoltasse una Sua conferenza o una Sua lezione rimaneva colpito dalla chiarezza dell'esposizione e dalla capacità di mettere a fuoco i punti essenziali, nella migliore tradizione della scuola francese (penso ad es. anche a L. Schwartz). Esse finivano sempre con la segnalazione di problemi aperti (cosa che del resto Egli ha fatto anche nelle Sue monografie e nei Suoi articoli). Naturalmente questa segnalazione suscitava nei giovani l'interesse e il desiderio di fare ricerca.

Inoltre è nota la Sua disponibilità ad accogliere e ad avviare alla ricerca giovani matematici, non solo francesi, ma anche di tutti i paesi del mondo, indipendentemente dalla loro tradizione culturale e scientifica. Così, numerosissimi sono stati i Suoi allievi diretti o indiretti. Mi limiterò qui a ricordarne qualcuno tra i francesi e gli italiani.

In Francia il primo è stato J. Cea a Nancy; e ancora a Nancy P. Grisvard. Poi, dopo il Suo rientro a Parigi nel '62, è iniziata una lunga

serie, che io non sono in grado di ricostruire in dettaglio; mi limiterò qui a segnalarne alcuni dei meno giovani, che anch'io ho avuto la fortuna di conoscere e di stimare: J.P. Aubin, C. Bardos, A. Bensoussan, H. Brezis, P.G. Ciarlet, D. Cioranescu, R. Glowinski, F. Mignot, F. Murat, J.P. Kernevez, J.C. Nedelec, O. Pironneau, J.P. Puel, P.A. Raviart, L. Tartar, R. Temam, G. Tronel. Molti sono stati anche i giovani italiani che in Francia hanno lavorato con Lui o con i Suoi più stretti collaboratori e che si sono poi affermati nelle Università italiane; in particolare mi limito a ricordare qui quelli a me più vicini: C. Baiocchi, M. Biroli, L. Boccardo, F. Brezzi, P.L. Colli, V. Comincioli, G. Da Prato, E. Gagliardo, G. Geymonat, L.D. Marini, U. Mosco, A. Quarteroni, A. Visintin. Ed ognuno di loro si ricorda di Lui con ammirazione e gratitudine.

8. – Circa i rapporti di Lions con i matematici italiani, io penso che il primo incontro ebbe luogo nel maggio del 1954 ad un Colloquio sulle E.D.P. svoltosi a Bruxelles; in questo Colloquio M. Picone aveva proposto un problema aperto in teoria dell'elasticità. Lions ne diede subito la risposta e Picone fu lieto di pubblicare sugli *Ann. di Mat. Pura e Appl.* (vol. CLI, 1955) il risultato di Lions.

Ma l'incontro veramente determinante avvenne a Nizza nel settembre del '57 alla Riunione dei matematici di espressione latina, quando Stampacchia ed io abbiamo avuto l'occasione di conoscere Lions e di fare amicizia con Lui, a causa degli interessi scientifici comuni e delle esperienze di vita fatte (tutti e tre, in un modo o nell'altro, avevamo partecipato alla resistenza contro il Nazismo). Stampacchia ed io, che eravamo allora a Genova, volevamo conoscere e far conoscere in Italia i risultati sulla teoria delle distribuzioni e sulle E.D.P. della scuola di L. Schwartz. Su nostro invito Lions venne a Genova nell'aprile del '58 a dare una serie di conferenze sui problemi misti secondo Hadamard, che sono poi state pubblicate da L. Amerio sui *Rend. Sem. Mat. Fis. Di Milano* (vol. XXVIII, 1959).

Da quell'anno gli incontri di Lions con i matematici italiani sono diventati assai frequenti. Egli ha tenuto conferenze e corsi di lezioni in molte Università (Genova, Milano, Napoli, Pavia, Pisa, Roma, Trento, ...), alla Scuola Normale Superiore di Pisa (dove ha tra l'al-

tro coperto nel '96 la Cattedra Galileiana ed ha parlato al Convegno in memoria di E. De Giorgi nel '97), al C.I.M.E. (dove ha tenuto conferenze e lezioni in numerosi corsi a partire dal 1961, durante il corso sulla Teoria delle Distribuzioni), all'I.N.D.A.M. (dove ha dato conferenze in molti dei Simposi organizzati dall'Istituto), all'I.A.C. del C.N.R. di Roma, all'Accademia dei Lincei, all'Istituto Lombardo (dove in particolare ha tenuto la conferenza di apertura dell'anno accademico nel 1984 e più recentemente nel 1997 ha parlato al Convegno per il Centenario della morte di Francesco Brioschi), all'International Center for Theoretical Physics e alla S.I.S.S.A. di Trieste, all'I.A.N. del C.N.R. di Pavia (dove quasi ogni anno nel periodo '70-'90 ha tenuto una conferenza). Ancora lo scorso anno, quando già soffriva del male che Lo ha portato alla morte, Egli ha svolto all'Università di Pavia un corso di lezioni per dottorandi delle Facoltà di Scienze e di Ingegneria su «Mathematical Modelling».

Per quanto riguarda l'I.A.N. Lions ne ha anche seguito l'attività, dando un contributo essenziale di proposte e di suggerimenti, quale membro del Consiglio Scientifico, dalla istituzione dell'I.A.N. nel 1970 fino al 1992.

Ho già detto nel § precedente dei numerosi giovani italiani che Egli ha accolto in Francia. Qui vorrei aggiungere che il primo è stato E. Gagliardo, il quale nel '58-'59, quando era assistente di Stampacchia a Genova, fu mandato come borsista a Nancy; Lions, che aveva da poco introdotto la Sua teoria dell'interpolazione tra gli spazi di Hilbert, gli propose di studiare il caso degli spazi di Banach; e a Nancy Gagliardo sviluppò la sua teoria, che fu presentata in tre note dei C.R. Acad. Sc. di Parigi (t. 248, 1959) da J. Hadamard, su proposta di Lions.

Ho anche già detto dei rapporti di lavoro tra Lions, Stampacchia, Prodi e De Giorgi; tra di loro sorse presto anche una grande amicizia, tanto che Lions fu molto vicino a De Giorgi per facilitargli le cure a Parigi, quando De Giorgi si ammalò.

Infine, dopo aver già riferito nel § 2 sul nostro lavoro comune, desidero parlare anche della nostra amicizia. I nostri incontri di lavoro sono stati molti, soprattutto negli anni dal '58 al '72: a Nancy, a Grasse, a Parigi, a Genova, a Pavia, Ciò ha reso sempre più pro-

fonda la nostra amicizia, che si è estesa anche alle nostre famiglie. Lions si era sposato a Grasse ancora giovane con Andrée, che Gli fu sempre amorevolmente vicina. Il loro figlio Pierre Louis è coetaneo del mio primo figlio. Lions ed io parlavamo sempre di loro tra di noi, apertamente, senza farne dei miti; così io venni a conoscenza prima di tutto delle doti sportive di Pierre Louis, che è stato da giovane campione, anche a livello nazionale, di nuoto e di rugby; e solo più tardi delle sue eccezionali doti di matematico. Di esse il padre era molto orgoglioso, anche se non lo manifestava apertamente. In una delle sue ultime visite a Parigi Stampacchia aveva incontrato Pierre Louis e mi aveva scritto: «Ho avuto occasione di conoscere il figlio di Lions e di parlare con lui di matematica e ne sono rimasto molto colpito; sai che mi sembra persino migliore del padre?» Quando mostrai la lettera a Lions, mi accorsi che si era commosso. E così pure lo fu quando nel '94 al Congresso dell'I.M.U. di Zurigo. Pierre Louis ebbe la Medaglia Fields.

Per tornare ai nostri incontri di lavoro, devo riconoscere che erano veramente giornate piene, dalle quali io uscivo molto spesso stremato, al contrario di Lui. Vorrei ricordare poi un episodio significativo: dopo aver pubblicato il nostro terzo articolo, ci accorgemmo di aver fatto un errore. In sostanza l'errore era il seguente: avevamo pensato che il prolungamento a zero fuori di un aperto regolare Ω di \mathbf{R}^n fosse continuo (faccio riferimento per semplicità agli spazi $H^s(\Omega)$) da $H_0^{1/2}(\Omega)$ in $H^{1/2}(\mathbf{R}^n)$, ciò che non è vero. Scoprire un errore in un lavoro non è mai una cosa gradevole, ma io volli ricordare a Lions ciò che soleva dire Renato Caccioppoli: «Il solo modo per essere sicuri di non fare errori è di non fare assolutamente nulla». E così ci ridemmo sopra. In ogni caso la reazione di Lions e la rapidità con la quale Egli ha superato la difficoltà, proponendo di introdurre lo spazio $H_{00}^{1/2}(\Omega)$ (cioè l'interpolato d'ordine 1/2 tra $H_0^1(\Omega)$ e $L^2(\Omega)$) sono stati per me stupefacenti.

9. – Vorrei ora terminare ricordando le altre attività che Lions ha svolto nella Sua vita e le responsabilità che si è assunto, in tante istituzioni scientifiche.

Ho già accennato nel § 6 alla direzione del Laboratoire d'Analyse

Numérique dell'Università di Parigi e del C.N.R.S. e agli impegni all'I.N.R.I.A.. Tra le molte attività svolte in quelle sedi notevoli sono state le Sue iniziative nei confronti dei Paesi meno vicini allora al mondo occidentale, quali l'U.R.S.S. e la Cina, iniziative che sono state assai utili per la conoscenza reciproca sul piano scientifico. In particolare desidero ricordare l'accordo di collaborazione con il Dipartimento di Matematica numerica dell'Accademia delle Scienze dell'U.R.S.S. a Mosca e con il Centro di calcolo della stessa Accademia a Novosibirsk, accordo realizzato per iniziativa di Lions e di G. Marchuk già fin dagli anni '70 e che fu poi esteso anche all'I.A.N. di Pavia. Esso prevedeva scambi di ricercatori e incontri sul tema «Computational Mathematics and Applications», che si svolsero molto proficuamente con periodicità quasi biennale in Francia, Italia e Russia; a Pavia l'ultimo fu tenuto nell'ottobre dell'89 (si veda la Pubblicazione n. 730 dell'I.A.N.).

Al Collège de France, oltre ai Suoi corsi, Egli aveva organizzato ogni venerdì pomeriggio un Seminario di Matematica applicata, cui aveva invitato a parlare molti tra i più illustri matematici; questo Seminario è diventato un luogo di incontro molto frequentato non solo dai matematici francesi ma anche da quelli stranieri di passaggio da Parigi.

Dal 1984 al 1992 Lions fu anche Presidente del C.N.E.S. (Centre National d'Etudes Spatiales) e più recentemente dei Comitati scientifici dell'Ufficio Nazionale francese di Meteorologia, dell'Electricité de France, della France Telecom, della Gaz de France e consigliere scientifico della Dassault-Aviation, della Saint-Gobain e della Thomson-Multimedia. Tutti questi incarichi presso industrie ed enti di ricerca scientifici nazionali in Francia dimostrano la stima e la fiducia di cui Lions godeva anche fuori dell'ambito matematico e l'interesse che Egli aveva per tutti quei problemi di ricerca concreti nei quali la modellizzazione matematica poteva dare notevoli contributi. Essi sono stati svolti da Lions con lo stesso impegno e con la stessa partecipazione fattiva, dimostrata anche in Italia, quando è stato membro del Consiglio Scientifico dell'I.A.N.. Del resto diverse delle Sue ricerche di cui abbiamo già detto nei §§ precedenti (ad es. quelle sul sistema atmosfera-oceano sul nostro pianeta) sono state suggerite da queste collaborazioni.

Lions non ha trascurato nemmeno l'attività editoriale: hanno un

notevole successo e una notevole diffusione i nove volumi curati da Lui e da R. Dautrey su: *Analyse Mathématique et Calcul Numérique pour les Sciences et les Techniques* (Masson, 1988).

Anche nell'International Mathematical Union Egli ha avuto posizioni di responsabilità (Segretario dal '75 all'82 e Presidente dal '91 al '94), portate avanti con grande impegno e con piena soddisfazione di tutti gli interessati.

Membro dell'Académie des Sciences di Parigi dal '73, ne è stato il Vice-Presidente nel '95-'96 e il Presidente dal '97 al '99. È stato poi membro di numerose Accademie scientifiche (almeno una ventina) in tutto il mondo, tra le quali le più famose, come la National Academy of Sciences degli USA, la Royal Society dell'Inghilterra, l'Accademia delle Scienze dell'U.R.S.S. Anche in Italia è stato membro dell'Accademia dei Lincei e dell'Istituto Lombardo.

Altri riconoscimenti Gli furono dati con la nomina a dottore «honoris causa» di numerose Università, tra le quali quelle di Madrid, Shanghai, Liegi, Göteborg, Edimburgo, Losanna, Houston, Gerusalemme, e con l'assegnazione del John Von Neumann Prize (1986), del Japan Prize (1991), dell'Harvey Prize (1991), del Lagrange Prize (1999) e dell'Hilbert Medal (2000).

Fu invitato a tenere conferenze generali ai più importanti Congressi internazionali di Matematica, in particolare a quelli dell'I.M.U. del '58, del '70 e del '74, all'I.F.I.P. World Congress del '77, all'I.F.A.C. Congress dell'87 e all'Int. Congress in Industrial and Applied Mathematics del '95.

Spero di essere riuscito a dare ai lettori del B.U.M.I. un quadro abbastanza completo della figura di Jacques Louis Lions. Io certo non potrò dimenticare la Sue qualità intellettuali ed umane, i Suoi modi semplici, il Suo coinvolgimento e la Sua energia nel lavoro, la Sua rapidità d'intuizione e di decisione, la Sua apertura verso nuove idee e nuovi problemi, in un quadro che si è allargato sempre più col tempo, anche al di fuori della Matematica, il Suo amore per la libertà e il Suo rispetto per le opinioni altrui, la Sua generosità e la Sua disponibilità a collaborare con i matematici e con gli uomini di scienza indipendentemente dalle loro tradizioni culturali. Con la Sua scomparsa abbiamo perso non solo un grande matematico ma anche un grand'uomo!