Raffaella Franci

Il ruolo della matematica nella istruzione carolingia e le PROPOSITIONES AD ACUENDOS JUVENES di Alcuino di York

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **2-A**—*La Matematica nella Società e nella Cultura* (1999), n.3, p. 283–295.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1999_8_2A_3_283_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1999.

Bollettino U. M. I.
La matematica nella Società e nella Cultura
(8) 3-A (1999), pag. 283-295

Il ruolo della matematica nella istruzione carolingia e le *Propositiones ad acuendos juvenes* di Alcuino.

R. Franci

Carlo Magno fu autore di una riorganizzazione degli studi nel Regno Franco affidata al dotto inglese Alcuino. Questi si era formato presso la scuola cattedrale di York dove vi era uno spiccato interesse per gli studi aritmetici in contrasto con la generale tendenza dell'epoca a trascurare la matematica nella formazione scolastica. Alcuino, fedele alle sue origini culturali, non solo inserì la matematica tra le discipline di studio, ma, probabilmente per ribadirne il valore formativo, compilò una raccolta di problemi e rompicapi che ci è pervenuta con un titolo assai significativo: *Propositiones ad acuendos juvenes*.

1. – La rinascita carolingia.

Dopo la caduta dell'Impero Romano (476), l'istruzione elementare e la cultura toccarono, in Occidente, i livelli più bassi e sopravvissero quasi esclusivamente nei monasteri e nelle cattedrali, dove comunque venivano insegnate solo e non sempre le nozioni strettamente necessarie alla comprensione delle sacre scritture e all'esercizio del culto.

Lo schema sul quale era modellata l'istruzione era ancora quello di derivazione romana fondato sulle sette arti liberali: grammatica, retorica, logica, dette *trivium*, e geometria, aritmetica, astronomia, musica, dette *quadrivium*. La trasmissione dei contenuti avveniva tuttavia mediante compilazioni sempre più scarne.

Un testo molto diffuso all'epoca fu *Origines* di Isidoro di Siviglia (c. 560, 630), dove venivano analizzate le etimologie di parole appartenenti non solo alle sette arti liberali ma a tutti i campi dello scibile. Qui come in altre opere del periodo, la matematica è presentata secondo lo schema classico fornito dal quadrivio (1). Con il passare del tempo comunque si tendeva a dare un rilievo sempre maggiore alla musica in quanto necessaria allo svolgimento delle attività liturgiche. Lo studio dell'aritmetica e della geometria venivano promossi solo per quello che servivano di ausilio alle altre discipline.

Accanto alle più classiche discipline del quadrivio si sviluppò, a partire dal settimo secolo, il cosiddetto *computus*, cioè il calcolo della data della Pasqua. Il problema nasceva dal fatto che il calendario cristiano risultava da una combinazione fra quello giuliano, fondato sul moto annuo della terra rispetto al sole e quello ebraico che si riferiva al ciclo lunare. Mentre il calcolo dei giorni dell'anno avveniva secodo il primo calendario, la data della Pasqua era invece ricavata dalle fasi lunari. Complicati calcoli aritmetici permettevano di raccordare i due calendari.

I migliori contributi al *computus* furono forniti dal monaco inglese Beda. I suoi risultati sono contenuti in un'opera intitolata *De temporum ratione* (725), dove ci si occupa anche di problemi più generali come la misurazione del tempo, il calcolo aritmetico e la cronologia storica.

L'indicazione della strumentalità delle discipline delle arti liberali in vista del valore cristiano era stata senz'altro una spinta preziosa per salvare e convertire un patrimonio culturale, ma non costituiva una ragione abbastanza forte per promuovere l'allargamento dei contenuti che andavano, anzi, sempre più riducendosi.

Il ristagno del sapere e l'assenza di intenti educativi sono messi bene in evidenza anche nelle cronache contemporanee. Per esempio nella *Historia Francorum* di Gregorio di Tours, scritta alla fine del sesto secolo, si legge che «la pratica della lettura si è estinta nelle città della Gallia».

Questo degrado culturale si protrasse fino quasi alla fine dell'ottavo secolo, cioè fino all'avvento dei principi carolingi. La nuova dinastia infatti avviò alcune riforme che culminarono in quella promossa da Carlo Magno dopo la sua ascesa al trono

(1) Vedi per esempio R. Franci, *L'insegnamento dell'aritmetica nel Medioevo*, in «Itinera Mathematica», Siena, 1996, 1-22.

nel 771 e che dette luogo a quella che viene chiamata *rinascita carolingia.*

Carlo progettò di fare del suo regno il veicolo della rinascita della civiltà latina cristiana e riconobbe che l'auspicato rinnovamento del popolo franco avrebbe richiesto anche una radicale riforma delle istituzioni educative per la cui attuazione egli chiamò alla sua corte molti dotti famosi, tra cui ricordiamo Teodoro di Orlèans, Paolo Diacono, Pietro di Pisa e Alcuino di York.

A quest'ultimo in particolare fu affidata la direzione della scuola di palazzo (*schola palatina*) dove il re aveva fatto confluire «gran numero di ragazzi scelti non solo dalle famiglie più nobili, ma anche da case di borghesi e di poveri» allo scopo che venissero istruiti.

Alcuino comunque non limitò la sua attività alla direzione della scuola di palazzo ma attese anche al miglioramento dell'istruzione in tutto il regno. Egli si era reso conto che il deterioramento della cultura era giunto a tale punto che la maggioranza dei monaci e degli ecclesiastici non solo ignoravano il latino ma erano altresì analfabeti poiché non esisteva alcun programma per la loro preparazione.

Alcuino quindi suggerì al re l'emanazione di alcuni decreti per colmare queste lacune. Il più importante, promulgato nel 789, ordinava di istituire presso i conventi e le cattedrali, scuole «in cui i fanciulli possano imparare a leggere», si prescriveva anche che venissero insegnati il computo e la grammatica. Ci si preoccupava inoltre che venissero corretti e trascritti con cura i salmi e i canti perché «spesso gli uomini desiderano pregare, ma pregano male a causa dei libri che sono scorretti».

Nelle prescrizioni di Carlo l'unica disciplina che ha a che fare con la matematica è il *computo* che, come abbiamo sopra ricordato, riguarda il calcolo delle date liturgiche.

Ad Alcuino fu affidato anche il compito di migliorare i livelli di produzione libraria, all'epoca, infatti, i manoscritti erano molto scorretti e infarciti di astruse abbreviazioni che ne rendevano la lettura assai difficile. Egli si dedicò a questo compito particolarmente nell'ultima parte della sua vita che trascorse nel Monastero di San Martino del quale era stato nominato abate nel 796 e dove morì nell' 804. Lo scrittorio del monastero sotto la sua direzione raggiunse un livello eccellente e proprio qui, fra l'altro, fu perfezionato quel nuovo e importante stile di scrittura oggi detta «minuscola carolingia».

La rinascita culturale voluta da Carlo Magno e attuata da Alcuino ebbe carattere elitario, l'istruzione era infatti limitata al solo clero. Inoltre dopo la morte dei suoi autori essa conobbe un lungo periodo di stasi se non addirittura di involuzione. Tuttavia le scuole presso le cattedrali, anche se con fortune alterne, continuarono a funzionare e nel XII secolo alcune di esse divennero le istituzioni di un nuovo spirito della cultura e della erudizione in Europa.

Un allargamento dell'istruzione anche ad alcuni ceti laici si ebbe a partire dal XIII secolo con la rinascita delle città e dei commerci. Fu proprio l'esigenza di istruzione dei mercanti che promosse l'istituzione di scuole laiche comunali dove l'insegnamento della matematica assunse forme e contenuti nuovi (2).

2. – Alcuino e la scuola di palazzo.

Alcuino (c. 735, 804) nella prima parte della sua vita fu studente, insegnante e infine direttore della scuola cattedrale di York, all'epoca la migliore d'Inghilterra e una delle più rinomate d'Europa. La scuola di York si distingueva dalle sue contemporanee per il grande rilievo dato alla matematica. Ricordiamo a questo proposito che in essa aveva insegnato per lungo tempo Beda (c. 673, 735) le cui competenze in campo matematico gli avevano procurato l'appellativo di «computator mirabilis».

Nel 781 Alcuino si trasferì presso la corte di Carlo Magno dove non si limitò a dirigere la scuola di palazzo ma collaborò anche alla istruzione del sovrano.

Eginardo, biografo di Carlo Magno, ricorda infatti che, sotto la guida di Alcuino, «uomo di universale sapere ... il re dedicò un'enorme quantità di tempo all'apprendimento della retorica e della dialettica, ma soprattutto dell'astronomia. Imparò l'arte del computo e, in questa sua ricerca della sapienza, indagò profondamente nei segreti

(2) Vedi R. Franci, *L'insegnamento della matematica nel Tre-Quattrocento*, Archimede, **40** (1988), 182-193.

del corso degli astri». Una lettera di Alcuino rivela che l'interesse per la matematica che condivideva con il re si estendeva anche al simbolismo dei numeri nelle scritture.

Verso la fine degli anni ottanta Alcuino attese più da vicino alla direzione quotidiana della scuola di palazzo, dove la sua attività, in cui era assistito da precettori, cominciava dall'insegnare a leggere e scrivere. Si passava poi allo studio della grammatica e della retorica. È verosimile che nella scuola venissero insegnati anche elementi del quadrivio, poiché Alcuino era un sostenitore dell'ordinamento degli studi secondo le sette arti liberali che egli chiamava le sette colonne della sapienza ([3]).

La difficoltà di reperire buoni testi didattici spinse Alcuino a comporne molti di sua mano, di essi ci sono pervenuti *De rethorica*, *De orthographia*, *De dialectica*, *Grammatica*, *Propositiones ad acuendos juvenes*.

Tutte queste opere hanno una struttura semplice, sono scritte in forma didascalica, oppure come dialoghi fra due o più interlocutori, e nello stile e nel contenuto non presentano nulla di originale. L'unica fra esse ad avere un contenuto matematico è l'ultima dell'elenco.

Tra i manoscritti attualmente noti ascrivibili ad Alcuino non ve ne sono altri di matematica, tuttavia un antico catalogo (sec. XI) della Biblioteca della cattedrale di Puy elenca un «liber...Alcuinus de dialectica, rethorica, musica, arithmetica, geometria, astronomia».

Il testo, che non ci è stato conservato, sembra un manuale delle sette arti liberali. È assai verosimile che Alcuino abbia composto un simile trattato poiché egli, come abbiamo già detto, fondava il suo insegnamento proprio su queste discipline.

3. – Propositiones ad acuendos juvenes.

Le *Propositiones ad acuendos juvenes* ci sono pervenute in una dozzina di manoscritti il più antico dei quali risale al nono secolo. Nel 1978 Menso Folkerts ne ha curato una edizione critica della

([3]) Sull'organizzazione dell'istruzione all'epoca si può vedere J. Bowen, *Storia dell'educazione occidentale,* Oscar Studio Mondadori, Milano, 1980, vol. 2°.

quale ci serviremo per la nostra esposizione (4). Nel 1992 ne è stata pubblicata una traduzione in inglese (5).

La raccolta contiene 53 problemi numerati. Dopo ogni enunciato viene fornita la risposta. In generale viene indicato solo il risultato del quale si verifica l'esattezza, ma non si indica il modo con cui si è ottenuto.

I problemi non appartengono alla tradizione matematica del quadrivio, fanno invece parte di una cosiddetta «matematica popolare» che ha antichissime origini indoeuropee e di cui troviamo tracce comuni nelle antiche matematiche babilonese, egiziana, greca ed, in tempi più recenti, bizantina ed araba (6).

La maggior parte delle questioni trattate nelle *Propositiones* appartengono a quella categoria di problemi che successivamente vennero denominati di «ricreazione matematica» (7).

La raccolta di Alcuino è la prima del genere in lingua latina; essa può in parte ricollegarsi ad una analoga in lingua greca contenuta nel XIV libro della *Antologia Palatina* o *Antologia greca*, composta da un certo Metrodoro tra la fine del quinto e l'inizio del sesto secolo (8).

In una prima grossolana classificazione i problemi possono essere suddivisi in problemi geometrici, problemi aritmetici e rompicapi, cioè questioni per la cui risoluzione non è necessario alcun strumento matematico.

(4) M. FOLKERTS, *Propositiones ad acuendos juvenes*, Oesterreichische Akademie der Wissenschaften, **116** (6) (1978), 15-80.

(5) J. HADLEY, D. SINGMAISTER, *Problems to sharpen the young*, The mathematical gazzette, **76** (1992), 102-126.

(6) Vedi B. L. Van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations,* Springer Verlag, Berlin, 1983, pp. 157-168. Secondo questo illustre studioso la caratteristica principale della «matematica popolare» è quella di porre l'accento sui problemi e sulla loro risoluzione numerica. I problemi sono di carattere pratico e «prezzi e pesi sono calcolati, mele e noci sono contate».

(7) A questo proposito ricordiamo il sempre attuale e benemerito volume I. Ghersi, *Matematica dilettevole e curiosa*, Hoepli, Milano, 1978.

(8) Per una illustrazione dei contenuti di questa raccolta rinviamo a G. Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia,* Hoepli, Milano, 1914, pp. 920-932, e G. Loria, *Storia delle matematiche,* Hoepli, Milano, 1950, pp. 113-115. Entrambi questi volumi sono stati recentemente ristampati dalle edizioni Cisalpino-Goliardica.

Rompicapi

I rompicapi sono sette e portano i numeri 11, 14, 15, 17, 18, 19 e 20. Assai interessanti sono gli ultimi quattro che propongono questioni di «attraversamento di un fiume». Si tratta infatti delle più antiche formulazioni oggi note per rompicapi di questo tipo ([9]). In particolare il 18 è l'universalmente noto enigma «del lupo, della capra e del cavolo». Ci sembra interessante proporlo nella sua versione originale.

> *Homo quidam debebat ultra fluvium transferre lupum et capram et fasciculum cauli, et non potuit aliam navem invenire, nisi quae duos tantum ex ipsis ferre valebat. Praeceptum itaque ei fuerat, ut omnia haec ultra omnino illesae transferret. Dicat, qui potest, quomodo eos illesos ultra transferre potuit.*
>
> *SOLUTIO. Simili namque tenore ducerem prius capram et dimitterem foris lupum et caulum. Tum deinde venirem lupumque ultra transferrem, lupoque foras misso rursus capram navi receptam ultra reducerem, capraque foras missa caulum transversherem ultra, atque iterum remigassem, capramque assumptam ultra duxissem. Seque faciente facta erit remigatio salubris absque voragine lacerationis* ([10]).

Problemi di geometria

I problemi dal 22 al 30 fatta eccezione per il 26, sono di tipo geometrico. I primi quattro richiedono di calcolare l'area di un campo di forma irregolare rispettivamente, quadrilatera, triangolare, rotonda, noti i lati o la circonferenza.

Per il calcolo dell'area del campo quadrilatero viene usata l'antica formula approssimata di origine indoeuropea $(a + c)/2 \times (b + d)/2$, dove a, b, c, d sono le lunghezze dei lati.

Anche l'area del campo irregolare, forse un doppio trapezio, è calcolata con un metodo di media che però in questo caso è di assai più dubbia applicazione.

([9]) Per un'analisi più dettagliata di questo genere di problemi si può vedere: R. FRANCI, *Il lupo, la capra e il cavolo*, Archimede, **52** (2000), 67-76.

([10]) La notorietà del rompicapo e la semplicità del latino ci esonerano dal proporne una traduzione in italiano.

Il campo triangolare è isoscele e la sua area è erroneamente calcolata moltiplicando metà della base per il lato obliquo.

Infine l'area del cerchio è dedotta a partire da quella della circonferenza prendendo uguale a quattro il valore di pi greco.

Gli altri quattro problemi geometrici sono relativi a città quadrilatere, triangolari e rotonde delle quali si deve prima calcolare l'area e poi vedere quante case o tetti di date dimensioni vi possono entrare. Le aree vengono calcolate come nei problemi precedenti.

Problemi aritmetici

Sotto questo nome abbiamo raggruppato quei problemi che pur avendo formulazioni assai varie e facenti riferimento a questioni le più disparate, si risolvono comunque con strumenti aritmetici. Anch'essi possono essere suddivisi in gruppi per affinità di metodi risolutivi.

Problemi del «mucchio»

I problemi 2, 3, 4, 40, 45, 48 pur nella estrema varietà delle situazioni cui si riferiscono sono riconducibili ad un unico modello. Riportiamo integralmente il primo.

> *Un uomo che camminava per una strada vide altri viandanti e disse loro: volevo che se voi foste altrettanti quanti siete e più metà della metà più di nuovo metà della metà, allora con me sareste 100. Dica chi vuole quanti furono quelli che da lui furono visti.*
>
> *SOLUZIONE. Quelli che egli vide in principio furono 36. Altrettanti fanno 72, metà della metà sono 18 e la metà di questo numero è 9. Di' quindi così: 72 e 18 fanno 90, aggiungi 9 fanno 99, aggiungi quello che parla fanno 100.*

L'autore, come avevamo anticipato, fornisce la soluzione ma non il metodo per ottenerla. Attualmente noi per trovarla indicheremmo con x il numero richiesto, allora le indicazioni del problema si traducono nell'equazione $x + x + x/2 + x/4 + 1 = 100$, da cui segue con semplici calcoli $x = 36$.

Problemi con questa struttura si trovano già nel papiro di Rhind (c. 1800 a.C.) e sono noti come problemi del «mucchio» perché nel testo egiziano il numero da determinare viene indicato con «aha» cioè «mucchio» ([11]). Gli Egiziani risolvevano questi problemi con il metodo di falsa posizione ([12]).

Problemi di questo tipo si trovano anche nella *Antologia palatina*.

Problemi dei cento uccelli

Anche i problemi 5, 32, 33, 34, 38, 39, 47 conducono ad un modello matematico comune. Anche in questo caso proponiamo il primo di essi.

> *Dice un compratore: voglio di cento denari 100 porci comprare. Poiché un verro costerà 10 denari, la scrofa 5 denari, due porcelli un denaro. Dica chi comprende quanti verri, scrofe e quanti porcelli devono essere affinché il numero non si superi né diminuisca.*
>
> *SOLUZIONE. Fa 9 scrofe e un verro in 55 denari, e 80 porcelli in 40. Ecco 90 porci. Nei cinque denari residui fa 10 porcelli e avrai in tutto il numero 100.*

Al solito la soluzione fornita è esatta ma viene solo parzialmente indicato come ottenerla. È chiaro che il problema è indeterminato, infatti se si indicano con s, v, p il numero delle scrofe, dei verri e dei porcelli, le condizioni del problema portano a scrivere le due equazioni $s + v + p = 100$ e $5s + 10v + p/2 = 100$.

Dopo l'eliminazione di una delle variabili si possono determinare le soluzioni intere positive per tentativi. In questo caso effettivamente vi è una sola soluzione. Tuttavia Alcuino fornisce una sola soluzione anche in altri casi dove invece ve ne è più di una.

Problemi di questo tipo vengono detti dei cento uccelli perché nelle formulazioni più antiche apparse in Cina nel quinto secolo, si proponeva l'acquisto di varie specie di uccelli.

Va infine osservato che quella di Alcuino è la prima presentazione europea del problema che in seguito ebbe grande diffusione ([13]).

([11]) Vedi C. Boyer, *Storia della matematica*, ISEDI, Milano, 1976, p. 19.

([12]) Vedi R. Franci, L. Toti Rigatelli, *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Mursia, Milano, 1979, pp. 19-20.

([13]) Su questo tipo di problemi si può vedere M. E. Di Stefano, *L'«avium questio», ovvero un celebre problema di analisi indeterminata in Leonardo Pisano*, in «La Storia delle Matematiche in Italia», Cagliari, 1982, 311-318.

Problema di suddivisione di recipienti e liquidi

Il seguente problema, il numero 12, è assai interessante perché esso compare per la prima volta nel testo di Alcuino e non ne sono note versioni extraeuropee.

Un padre di famiglia morendo lascia in eredità ai suoi tre figli 30 ampolle di vetro, delle quali dieci erano piene d'olio, altre dieci mezze e le terze dieci vuote. Divida chi può, olio e ampolle in modo che ogni figlio ottenga ugualmente tanto di vetro quanto di olio.

SOLUZIONE. Tre sono i figli e 30 le ampolle 10 sono piene e 10 mezze e 10 vuote. Prendi tre volte dieci fanno trenta. Ad ogni figlio vengono dieci ampolle in parte. Dividi poi per la terza parte, cioè da al primo figlio 10 ampolle semipiene, quindi al secondo 5 piene e 5 vuote, e similmente darai al terzo, e sarà equa divisione tanto in olio quanto in vetro dei tre fratelli.

Sono di tipo analogo anche i problemi 47, 51, 53. Problemi di questo genere divennero molto popolari nei secoli successivi.

Il problema del cane e della lepre

Il problema 26, che presentiamo qui di seguito, è un classico problema di inseguimento. Questioni di questo genere compaiono numerose nelle raccolte cinesi, arabe e indiane. Quella di Alcuino è comunque la prima versione europea.

C'è un campo che è lungo 15 piedi. Da un capo c'è un cane dall'altro una lepre. Il cane insegue la lepre quando questa comincia a correre. Quando il cane faceva in un salto 9 piedi, la lepre ne faceva 7. Dica chi vuole quanti piedi o quanti salti il cane inseguendo e la lepre fuggendo, fecero prima che la lepre fosse presa.

SOLUZIONE. La lunghezza di questo campo è piedi 150. Fa la metà di 150, fanno 75. Il cane invero in un salto faceva 9 piedi. E 75 per 9 fanno 675, questo è il numero dei piedi che il cane inseguitore fa prima che egli prenda la lepre nei suoi denti robusti. Invero, poiché la lepre in un salto faceva 7 piedi, moltiplicali per 75 fanno 575. Tanti sono i piedi fatti dalla lepre fuggendo, prima che fosse presa.

Somma di una progressione aritmetica

Il problema 42 presenta il calcolo della somma dei primi cento numeri naturali in un modo fantasioso e didatticamente efficace.

> *Una scala ha 100 gradini. Sul primo gradino stava una colomba, sul secondo due, sul terzo 3, sul quarto 4, sul quinto 5. Così in ogni gradino fino al centesimo. dica chi può quante colombe c'erano in tutto.*
>
> *SOLUZIONE. Le conteremo così: prendi quella che siede nel primo gradino e aggiungila a quelle 99 che stanno nel novantanovesimo gradino e saranno 100. Congiungi così per ogni singolo gradino uno dei superiori con uno degli inferiori in questo ordine, e troverai sempre 100 per i due gradini. Però il cinquantesimo gradino è solo, non ha coppia. Similmente il centesimo rimane solo. Congiungili insieme e troverai 5050 colombe.*

Calcolo delle potenze di 2

Il seguente problema, il tredicesimo della raccolta, propone anch'esso un calcolo astratto a partire da una situazione concreta.

> *Un re ordinò ad un suo servo di arruolare un esercito da 30 castelli in modo che da ogni castello egli prendesse lo stesso numero di uomini che egli aveva arruolato fino ad allora. Egli tuttavia al primo castello venne solo, al secondo con un altro, già al terzo vennero in tre. Dica chi può quanti uomini furono arruolati da questi 30 castelli.*
>
> *SOLUZIONE. Pertanto nel primo castello furono 2, nel secondo 4, nel terzo 8, nel quarto 16, nel quinto 32, nel sesto 64,⟨...⟩ nel ventinovesimo 536870912, nel trentesimo 1073741824.*

Chiaramente gli uomini arruolati nell'n-esimo castello sono 2^n.

Il problema degli asini e dei muli

Il sedicesimo problema anche se parla di buoi fa parte tuttavia di una classe di problemi che vengono detti «degli asini e dei muli», perché nella formulazioni più antiche erano questi gli animali coinvolti. La prima formulazione del quesito si fa risalire addirittura ad

Euclide. Ne sono presenti anche nell'*Aritmetica* di Diofanto e nell'*Antologia palatina.* La versione di Alcuino è la seguente.

> *Due uomini stanno conducendo dei buoi lungo la strada, e uno disse all'altro: «dammi due buoi e avrò tanti buoi quanti ne hai tu». Ma questi rispose: «Dammi tu due buoi e ne avrò il doppio di quelli che hai tu». Dica chi vuole, quanti buoi c'erano e quanti ne ebbe ciascuno.*
>
> *SOLUZIONE. Colui che chiedeva in principio che gli fossero dati due buoi ne aveva 4. Invero quello che ne era richiesto ne aveva 8. L'interrogato dette quindi due buoi al richiedente, e ne ebbero entrambi 6. Quest'ultimo che aveva prima ricevuto ora dette indietro due buoi all'altro che ne aveva 6, e così ora ne ha 8, che è due volte 4, e l'altro restò con 4 che è la metà di 8.*

La soluzione di Alcuino è ingenua in quanto considera i due avvenimenti indipendenti. In realtà detti x ed y il numero iniziale di buoi di ciascun viandante, si devono verificare contemporaneamente le due condizioni $x+2=y-2$ e $y+2=2(x-2)$. Quindi la soluzione corretta è $x=10$ e $y=14$.

La lettura anche parziale delle *Propositiones* mostra chiaramente il basso livello delle conoscenze matematiche dell'epoca. Resta comunque interessante la circostanza che Alcuino ritenesse importante proporre la risoluzione di problemi per raffinare le capacità di ragionamento dei giovani.

Concludiamo osservando che l'abitudine di proporre questioni di «matematica ricreativa» nell'ambito dell'insegnamento dell'aritmetica fu molto diffuso in tutto il Medioevo e il Rinascimento come si può evincere dalla lettura dei trattati didattici dell'epoca ([14]). Nel Quattrocento addirittura divenne consuetudine proporre giochi matematici per rallegrare le riunioni conviviali. Questa usanza è testimoniata tra l'altro dalla circostanza che tra la fine del Quattrocento e l'inizio del Cinquecento, furono compilati due trattati interamente dedicati ai giochi ed indirizzati entrambi a una corte signorile: il *De*

([14]) Vedi R. Franci, *Giochi matematici in trattati d'abaco del Medioevo e del Rinascimento,* in «Atti del convegno nazionale sui giochi creativi», Siena, 1981, 18-43.

viribus quantitatis di Luca Pacioli ([15]) e *Libro dicto giuochi matematici* di Pietro di Nicolao d'Antonio da Filicaia ([16]).

Venendo a tempi più recenti non possiamo non ricordare che nel mondo anglosassone c'è un'ampia pubblicistica sui giochi matematici.

Indirizzo dell'autore: Dipartimento di Matematica Roberto Magari,
via Del Capitano n. 15, 53100 Siena.

([15]) Vedi manoscritto 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna.
([16]) Vedi manoscritto Magl. XI, 15 della Biblioteca Nazionale di Firenze.