
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

BENEDETTO SCIMEMI

TOPOLOGIA di Klaus Jänich

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 1-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (1998), n.2, p. 199–201.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1998_8_1A_2_199_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Topologia di Klaus Jänich (*).

BENEDETTO SCIMEMI

Le parole *topologia* e *topologico* compaiono da qualche decina d'anni nei dizionari della lingua italiana, perché vengono spesso usate non solo in matematica, ma anche in altri contesti, più o meno a proposito, per esempio da artisti e designers. D'altra parte, un'esplícita iniziazione alla topologia è spesso assente negli studi matematici universitari, sicché si può dire che sull'argomento vi sia, anche tra i laureati in materie scientifiche, molta ignoranza e molta curiosità.

Nella topologia si distinguono abitualmente due settori, abbastanza nettamente separati: la topologia algebrica e la topologia generale.

La *topologia algebrica* è la parte più antica, la sua origine facendosi risalire (*Analysis situs*) al famoso problema dei ponti di Königsberg, o meglio alla soluzione che ne diede Leonard Euler nel 18° secolo. Altri argomenti di topologia algebrica sono stati oggetto di divulgazione: molti hanno sentito parlare di *teoria dei nodi*, e tutti conoscono — anche per merito di Escher — il *nastro di Möbius* e la sua proprietà di restare intero dopo un taglio lungo la linea mediana (ben pochi sono però in grado di descriverla in termini matematici).

Il libro di cui parliamo è invece dedicato alla *topologia generale*, ma comprende un'introduzione assai istruttiva alla topologia algebrica, che d'altra parte influenza costantemente la scelta degli argomenti. La topologia generale è una disciplina meno nota, una delle ultime arrivate, non avendo ancora compiuto cent'anni. Essa si può far nascere nel 1914 con il *Grundzüge der Mengenlehre* di Felix Hausdorff, ma la sua origine è legata alla *teoria degli insiemi* di Georg Cantor, come lo stesso Hausdorff riconosce, dedicandogli la

(*) Collana di divulgazione matematica, Zanichelli-UMI, traduzione di Domenico Arezzo, editore Zanichelli, 200 pagine, 39.000 lire.

sua opera. In pochi decenni la topologia generale si è infiltrata, per così dire, trasversalmente, permeando tutta la matematica e spesso modificandola, almeno nel linguaggio: idee topologiche, legate alla vicinanza, alla convergenza, alla continuità, alla nozione di limite, sono ormai utilizzate dovunque: in analisi, in geometria, in algebra, ma anche in logica e informatica. Le ragioni di questa invasione sono ben descritte nelle parole dell'autore «la topologia permette di sfruttare con successo l'intuizione spaziale anche in situazioni che non hanno luogo nell'ordinario spazio tridimensionale».

In realtà, una parte della topologia compare da oltre cinquant'anni nei programmi dei corsi di analisi matematica (anche se la parola *topologia* non viene esplicitamente pronunciata) e un'introduzione alla topologia algebrica si ritrova spesso nei corsi di geometria di livello superiore. Negli ultimi trent'anni alla topologia generale si è però riconosciuta un'autonoma dignità, e in qualche università essa è argomento di un corso a sé stante.

In questo libro l'autore, con notevole gusto e con disegni esplicativi spesso assai efficaci, introduce il linguaggio e i risultati della topologia che possono servire a tutti. Dopo una breve introduzione, il libro tratta i concetti fondamentali, tra cui *connessione* e *compattezza*; nel secondo capitolo si parla di *spazi vettoriali topologici*; nel terzo si introduce la *topologia quoziente*, e qui i disegni e gli esempi sono particolarmente felici; nel quarto si trattano gli spazi metrici e i loro *completamenti*. Il quinto capitolo tratta l'*omotopia*, strumento fondamentale della topologia algebrica, ma utile anche in analisi. Qui si spiega brevemente che cos'è la topologia algebrica, e si parla di *categorie* e *funtori*. Nei capitoli successivi si ritorna alla topologia generale propriamente intesa, e l'argomento diventa più specialistico: *assiomi di numerabilità* e *prodotti infiniti*, *CW-complessi* di Whitehead, *lemma di Urysohn* e *partizioni dell'unità*, *rivestimenti*. Ottima la trattazione nel penultimo capitolo del *teorema di Tychonoff* sulla compattezza di un prodotto, una lettura raccomandabile a tutti gli studenti di matematica e fisica che debbono studiare le topologie deboli. Nell'ultimo capitolo (dovuto ad altro autore) si trattano argomenti di *teoria degli insiemi*, tra cui l'equivalenza tra lemma di Zorn e assioma della scelta.

Può spaventare il tecnicismo di certi argomenti, soprattutto nella seconda metà del libro. Ma lo spirito che lo pervade si dichiara nei titoli dei paragrafi, che suonano, ad esempio: *Omotopia: a che cosa serve?* oppure *Il teorema di Tychonoff: un teorema impossibile?*

Un rimprovero che si può muovere al libro è forse quello di essere troppo ricco; per un principiante è difficile afferrarne tutto il contenuto, in mancanza di altre informazioni. Per un giovane la lettura è affascinante ma decisamente impegnativa; un lettore più maturo, un laureato in matematica, in fisica, in ingegneria, troverà sull'argomento *tutto ciò che avrebbe voluto sapere*, che i suoi docenti non sempre gli hanno fornito, soprattutto in termini di motivazioni meta-matematiche. Il traduttore, alla fine del suo impegnativo lavoro, ha ammesso di essersi molto divertito.

Nella presentazione di questa collana (B.U.M.I, sez.A, Aprile 98, p.122) ho citato il bel libro di Enzensberger *Il mago dei numeri* con il titolo errato *Il diavolo dei numeri*. Mi scuso per la svista, dovuta al titolo originale *Der Zahlenteufel* e alle deliziose vignette, che mostrano il protagonista sempre in rosso e nero, e dotato di inequivocabili corna e coda.

Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata - Via Belzoni 7, 35131 Padova