
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

SALVATORE COEN

Un Abbaco d'antan

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 1-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (1998), n.1, p. 79–96.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1998_8_1A_1_79_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Un Abbaco d'antan.

SALVATORE COEN

1. Ecco, bimbi, un cesto d'ova.
2. Poi, la chioccia che le cova.
3. I pulcini ormai son nati.
4. E galletti or diventati.
5. Gallo alfin superbo e fiero
Della corte tien l'impero.

Lo stile di questi ottonari denuncia abbastanza chiaramente la loro data di nascita ai primi decenni del ventesimo secolo. I lettori non s'ingannino: questi versi non compaiono sul Corriere dei Piccoli. Essi costituiscono l'inizio dell'Abbaco di Beppo Levi, B. Levi Editore, Parma, Lire 3,50.

L'illustratore è ELLEBI, cioè ancora Beppo Levi. Il volumetto, «tenuissimo» tra i suoi lavori, come egli stesso dice, ma oggetto di grande affetto, fu originato certamente dalla quotidiana esperienza con i suoi tre bambini Giulio, Laura ed Emilia.

1. – Idee formatrici dell'Abbaco.

Il concetto ispiratore è che la autentica nascita della aritmetica si sia verificata solo quando l'uomo abbandonò il «conteggio effettivo» degli oggetti per sostituirlo con un «conteggio virtuale» e che questa stessa strada debba essere seguita per introdurre i bambini all'aritmetica.

Intorno ai sei anni, i bambini già possiedono la capacità di ripetere «per una certa estensione» la successione degli interi, sia come frutto del gioco, sia come «movimento spontaneo dell'intelligenza che si sviluppa»⁽¹⁾. È da questa capacità che si dovrà partire.

L'educatore, da parte sua, deve liberarsi della nozione di matematica «come strumento per la determinazione di grandezze e forme» nè deve vedere come caratteristica della matematica il processo di deduzione logica. Con ciò non si intende giungere fino ad escludere esercizi miranti a fare riconoscere al fanciullo la corrispondenza tra i primi numeri e insiemi di oggetti o di segni. L'Abbaco stesso ne fa largo uso. L'intuizione di questa corrispondenza, però, il bambino la perderà quando si vada appena al di sopra del 5 o del 6. Tali esercizi, se particolarmente insistiti nel senso di cercare di estendere al massimo la intuizione della corrispondenza tra i nomi dei primi numeri ed i corrispondenti gruppi di oggetti potranno, pertanto, «sviluppare particolari attitudini sensoriali, particolarmente visive», ma saranno del tutto vani «agli effetti della intuizione aritmetica».

Come introdurre, secondo queste idee, i bambini all'aritmetica?

2. – Illustrazione dell'opera.

Si deve partire dai «nomi dei numeri».

Il bambino non ha difficoltà a ritenere le prime cifre 1, 2, ..., 9 insieme con i loro nomi e facilmente giunge a numerare fino al 20. In questo sviluppo, i numeri di due cifre sono intesi in modo unitario. In altri termini, per il bambino il numero 12 che egli saprà leggere «dodici», sarà semplicemente il successivo dell'11. L'educatore rinuncerà ad illustrare i numeri a due cifre nel loro significato posizionale. Sarà il bambino stesso che pian piano imparerà «gradualmente, per semplice analogia e senza insegnamenti di regole» a comprendere queste regole mediante l'apposizione dei suffissi «anta», «cento», «mila».

(¹) Qui come altrove, quando non è specificato diversamente, si intende che la citazione è tolta dallo stesso Abbaco.



Dopo 20 vengono altri numeri, che si scrivono con due cifre

20 venti	21 ventuno	22 ventidue	23 ventitre	24 ventiquattro	25 venticinque
26 ventisei	27 ventisette	28 ventotto	29 ventinove	30 trenta	



L'approccio diretto alla successione degli interi positivi si dimostra particolarmente adatto ad introdurre la operazione di addizione.

Fino dall'inizio al bambino viene spiegato che il passaggio da un intero al successivo si indica equivalentemente con l'operazione +1.



1 2 3 4

dopo 3 viene 4

4 è uno più di 3

$$3 + 1 = 4$$

3 più 1 fa 4  3 più 1 eguale 4



prima di 4 vi è 3  3 è uno meno di 4

Dopo ciò si passa ad interpretare questa operazione $+1$ come l'aggiunzione di una unità ad un insieme dato di oggetti

Dopo 3 viene 4  **4 è 1 più di 3**

$$3 + 1 = 4$$

Dopo 8 viene 9  **9 è 1 più di 8**

$$8 + 1 = 9$$



Dopo 2 viene 3  **3 è 1 più di 2**

$$2 + 1 = 3$$



Dopo 1 viene 2  **1 + 1 = 2**

L'addizione $+2$, $+3$, ... è introdotta mediante lo schema formale

“ b' viene dopo b , $a + b'$ viene dopo $a + b$ ”

naturalmente non in modo astratto, ma con esempi concreti



dopo 1 viene 2

dopo 2 viene 3

dopo 4+1 viene 4+2



dopo 4+2 viene 4+3

$$4 + 2 = 6$$

dopo 6 viene 7

$$4 + 3 = 7$$

A questo punto, l'addizione tra naturali abbastanza piccoli segue facilmente ed il piccolo lettore può senza difficoltà comprendere anche una tabella dell'addizione ($n + m$, $1 \leq m$, $n \leq 10$). La tavola si dimostrerà utile per effettuare le prime sottrazioni

Per fare la sottrazione basta ricordare la



TAVOLA DELL'ADDIZIONE.



Quanto è $9 - 4$? Sulla TAVOLA DELL'ADDIZIONE cerchiamo la linea che incomincia con 4 e cerchiamo in essa il 9. Il 9 c'è, ed in capo alla colonna dove è il 9 troviamo 5; dunque

$$9 = 4 + 5 \qquad 9 - 4 = 5.$$

E quanto è $15 - 7$? Sulla linea del 7 c'è 15, ed in capo alla colonna di questo 15 c'è 8:

$$15 - 7 = 8.$$

anche se il bambino deve sapere affrontare l'operazione per prove successive



Se non si ricorda la TAVOLA DELL'ADDIZIONE,

si prova

Quanto è $15 - 7$?

Proviamo 9: $7 + 9 = 16;$

15 è meno di 16, dunque bisogna prendere meno di 9.

Proviamo 8: $7 + 8 = 15.$

Dunque $15 - 7 = 8.$



Non sembra il caso di insistere ulteriormente sull'illustrazione dell'Abbaco; ci limitiamo, per completezza, a ricordare i titoli dei pa-

ragrafi che seguono l'introduzione: somma e addizione, numeri e cifre, il doppio, numeri pari e numeri dispari, la tavola dell'addizione, differenza e sottrazione. L'ultimo argomento è «la metà»

Il doppio di 6 è 12

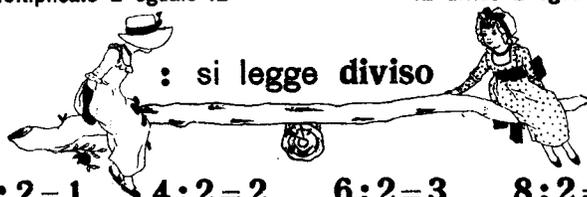
$$6 \times 2 = 12$$

6 moltiplicato 2 eguale 12

la metà di 12 è 6

$$12 : 2 = 6$$

12 diviso 2 eguale 6



$$2 : 2 = 1$$

$$4 : 2 = 2$$

$$6 : 2 = 3$$

$$8 : 2 = 4$$

La parte del volumetto dedicata ai fanciulli si conclude così:

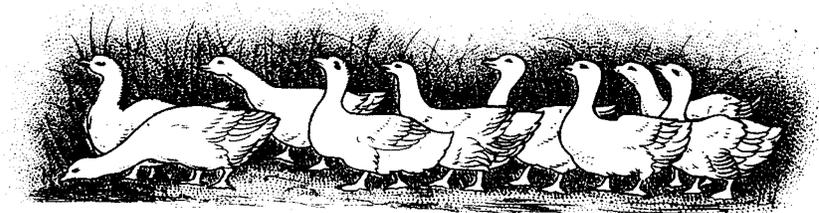
E così ancora

4 è il quoziente di 8 : 2 e di 9 : 2,

ma 9 : 2 dà il resto 1;

il quoziente di 18 : 2 e di 19 : 2 è 9,

ma 19 : 2 dà il resto 1.



3. - Come si inquadra l'Abaco nell'opera di Beppo Levi.

Il volumetto fu scritto da Beppo Levi presumibilmente attorno al 1921, sui 46 anni. Egli era, allora, professore presso la Università di Parma ed aveva al suo attivo risultati profondi ed internazionalmente riconosciuti nel campo della Geometria Algebrica, dei Fondamen-

ti della Geometria, della Logica, della Teoria dei Numeri, della Teoria dell'Integrazione. Da più di quindici anni era stata pubblicata una sua fondamentale memoria sul principio di Dirichlet. Levi aveva già scritto intorno alla Didattica della Matematica nelle Scuole Secondarie e nell'Università. La sua personale esperienza didattica consisteva in tre anni di assistentato presso l'Università di Torino, sei anni di docenza secondaria e circa sedici anni di docenza universitaria a Cagliari ed a Parma. A noi può interessare sapere che nel 1900, insegnando presso la Scuola Normale Femminile di Vercelli, Beppo Levi dimostrava interesse all'insegnamento elementare chiedendo di assistere alle ore di tirocinio delle sue allieve nella scuola elementare annessa⁽²⁾.

L'abbaco, quindi, nonostante la sua freschezza, non deve affatto essere inteso come un'opera ingenua. Si tratta, al contrario, di un frutto della maturità, pervaso dalle conoscenze e dalle opinioni di Levi nel campo della Logica; è profonda la influenza delle idee di Dedekind.

Alessandro Terracini, nel necrologio [Te] di Levi, indicò come motivo fondamentale dell'opera di Beppo Levi la sua personale concezione della matematica come particolare «modo di pensare». Anche nell'Abbaco si trova il segno di questa particolare concezione della matematica. Il punto più significativo sta forse ove Levi, come ricordato sopra, esorta l'educatore a non concepire la matematica «come strumento per la determinazione di grandezze e forme». «Occorre, invece — egli aggiunge — che la si consideri quale essa è, come l'*espressione*, l'estrinsecazione di una particolare attività dello spirito assimilabile sotto molti aspetti all'attività artistica». In altri passaggi dell'Abbaco si può anche trovare traccia di una sua vecchia

⁽²⁾ Riportiamo da [BL, 1946], pag. 162, le gustose righe ove Levi ricorda la sua esperienza a Vercelli: «...6 años de curso con un total creo de 16 horas semanales o poco menos de 200 niñas entre los 11 y los 18 ó 20 años por un joven de 25. No se rían ustedes si le digo que fué un lindo experimento, no precisamente porque eran niñas, sino porque el profesor tenía alma y entusiasmo de maestro elemental, que pedía permiso para asistir a la hora de práctica en la escuela elemental anexa, sin que esto le impidiera dedicar otras horas del día a investigar las variedades algebraicas. Puede que este entusiasmo haya dejado algún recuerdo en alguna de las futuras maestras; sin duda lo ha dejado en el desarrollo futuro del pensamiento del profesor...».

ed amichevole polemica con le idee di Giovanni Vailati sull'insegnamento della Geometria nelle scuole secondarie.

È soprattutto dalla cura minuziosa di tutto l'impianto editoriale che si possono dedurre lo studio e l'affetto che l'autore nutrì per questa sua creatura. La stampa è bicolore: nero e rosso su fondo marroncino. Chi legge queste nostre righe ha già avuto modo di apprezzare le figure che compaiono numerose nel volume. A questo riguardo, Beppo Levi scrisse in [BL, 1922], pag. 65 «Del mio ABBACO ritengo inoltre sia parte essenziale l'illustrazione e la forma esteriore delle singole pagine; ...; su alcune figurine, sulla simmetria di talune pagine l'occhio e la mente dell'allievo debbono soffermarsi...».

L'importanza che Levi attribuì all'Abbaco si evince anche dal fatto che la parte (43 pagine) costituente l'abbaco vero e proprio dedicato ai fanciulli è seguita da ben 16 pagine di «illustrazioni didattiche» per gli educatori. Di più, Levi illustrò il suo lavoro anche nell'articolo [BL, 1922] ed ancora più di venti anni dopo la sua redazione, ebbe modo in Argentina di tornare sulle idee portanti. Per esempio, in [BL, 1946], pag. 167, affermò essere assurdo insegnare ai bambini delle prime classi elementari cosa è un numero

BEPPO LEVI

Beppo Levi (Torino 1875, Rosario (Argentina) 1961) fu matematico di vastissimi interessi, come brevemente ricordato nel testo della presente nota; ebbe vita scientifica più che sessantennale, lavorando prima in Italia, poi in Argentina. Notizie sulla vita e le opere di Levi si possono reperire in [Te] ed in [Co]. Nella collana dei Grandi Matematici dell'UMI saranno ristampati i lavori dei suoi primi trent'anni di attività ed ivi il lettore potrà trovare altre notizie sulla vita e sulla attività scientifica di Levi.

Attualmente il nome di Beppo Levi è soprattutto ricordato per il famoso teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale, detto appunto «Teorema di Beppo Levi», pubblicato nel 1906 nei Rendiconti R. Ist. Lomb. di Sc. e Lett., (II), XXXIX, 775-780 e che qui riproduciamo esattamente come in una delle versioni originali.

«Se una serie di funzioni

$$\sum_1^{\infty} u_i(x)$$

converge in ogni punto dell'aggregato \mathfrak{A} , fatta al più eccezione per i punti di un aggregato di misura nulla, e se converge la serie degli integrali dei moduli $|u_i(x)|$, estesi all'aggregato \mathfrak{A} , la serie può integrarsi termine a termine».

intero perchè «es absurdo enseñar en modo torcido y difícil lo que el alumno sabe demasiado bien».

Possiamo dire con certezza che il programma di lavoro di Beppo Levi nella Didattica della Matematica per le scuole elementari doveva andare oltre la pubblicazione dell'Abbaco. Nel proemio parla di un «programma di pedagogia matematica» al quale sperava di dare svolgimento e nello stesso Abbaco fa cenno ad un secondo volumetto. Sui particolari di questo programma non abbiamo notizie certe, ma la lettura dei lavori didattici di Levi e le sue idee generali cui abbiamo prima accennato ci possono già fornire le idee portanti. Curiosamente, è da un inserto pubblicitario pubblicato nel 1922 sulla rivista «L'educazione nazionale» diretta da G. Lombardo-Radice che siamo riusciti a conoscere, casualmente, il programma di Levi nella sua concretizzazione editoriale. Egli intendeva pubblicare una vera e propria collana di «volumetti educativi». Questa collana, iniziata con il libro di cui parliamo, doveva essere proseguita con il secondo volumetto cui già abbiamo accennato e che sarebbe stato intitolato «Abbaco: le quattro operazioni». Meglio lasciare la parola all'autore-editore «...io intendo che questi volumetti possano servire come testo scolastico (e questo in particolare come testo di aritmetica per la prima classe elementare) pur senza obbligarli nelle rigide linee di programmi ufficiali. Ma intendo pure che essi possano essere di gradevole compagnia al fanciullo anche fuori della scuola e all'infuori di ogni scuola: che il fanciullo possa inoltre trovare piacere e giovamento culturale nel ritornarvi sopra, anche dopo aver superato il grado di insegnamento a cui i volumetti sono propriamente destinati. Spero infine che, per l'aggiunta di convenienti "Illustrazioni didattiche", essi possano avere qualche interesse intrinseco anche per gli educatori e gli insegnanti».

Programma ambizioso, come si vede, anche solo dal lato propriamente editoriale e quindi anche finanziario; proprio per questa ragione, forse, mai realizzato⁽³⁾.

⁽³⁾ Il lettore potrebbe rimanere un poco perplesso nel vedere come uno scienziato potesse decidere di dedicare tanta energia all'attività editoriale. Si ponga mente al fatto che questa sarebbe stata, comunque, vista come mezzo per il raggiungimento di

4. – Come si inquadra l'Abbaco nel dibattito didattico dei primi anni venti.

La ideazione e la pubblicazione dell'Abbaco debbono essere viste alla luce di un vasto dibattito culturale sulla didattica che interessava vari scienziati e letterati italiani e che doveva sfociare proprio nel periodo della pubblicazione del nostro libro nella attuazione della riforma scolastica che porta il nome di Giovanni Gentile. È a Giuseppe Lombardo-Radice⁽⁴⁾ che si devono alcuni tra i più interessanti con-

finalità didattico-scientifiche ed, in definitiva, volta alla promozione culturale del paese. Altri esempi importanti di scienziati ed uomini di cultura attivi in questo senso vengono facilmente alla mente.

⁽⁴⁾ Giuseppe Lombardo-Radice (Catania 1879 - Cortina d'Ampezzo 1938) fu uno dei massimi pedagogisti italiani del suo tempo. Insegnante nelle scuole pubbliche, professore all'Università di Catania, fu, dopo un periodo di alto funzionariato presso il Ministero della Pubblica Istruzione, Professore presso la Facoltà di Magistero di Roma. Autore di molti volumi su problemi dell'educazione e su argomenti di carattere filosofico, fu anche assai attivo nella promozione di studi e dibattiti culturali particolarmente su problemi educativi; diresse e promosse, infatti, varie riviste, collezioni di libri, volumi di rassegna... Non abbiamo notizie sulle relazioni personali tra questo pedagogista e Beppo Levi.

Per quanto riguarda i rapporti di carattere scientifico, è interessante osservare come Levi abbia pubblicato due contributi di didattica matematica su una delle riviste dirette da Lombardo-Radice. Un altro importante contributo su «geometria intuitiva» e «geometria sperimentale» già uscito sul Bollettino di Matematica (del Conti) nel 1907 fu poi ripreso e rielaborato da Levi per l'antologia di scritti di argomento didattico-pedagogici «La milizia dell'ideale. Letture sull'educazione proposte agli allievi maestri e agli studenti» curata nel 1913 da Lombardo-Radice [per inciso è curioso notare come questo scritto sia stato assolutamente dimenticato dai biografhi di Levi e da Levi stesso negli elenchi dei suoi lavori].

In una delle prime edizioni delle «Lezioni di didattica...», Lombardo-Radice annunciò un testo di Beppo Levi dal titolo «La funzione della Matematica nell'Educazione», da pubblicarsi nella collana «Scuola e vita. Biblioteca popolare di pedagogia» presso l'Editore Francesco Battiato di Catania; si trattava di una collana diretta dallo stesso Lombardo-Radice, costituita da volumetti sul centinaio di pagine, comprendente, tra l'altro, opere di G. Salvemini, G. De Ruggero, A. Carlini ed altri illustri studiosi di filosofia e pedagogia. Su certi volumi della collana, invece, l'annuncio riguarda un'opera di Levi intitolata «L'insegnamento delle matematiche elementari». Non abbiamo, tuttavia, notizia di alcun volume di Levi con uno di questi titoli. È indicativo che nell'edizione del 1923 delle Lezioni..., Lombardo-Radice abbia tolto questa notizia. Più o meno nello stesso periodo della pubblicazione dell'Abbaco, Beppo Levi pubblicò due brevi note di natura polemica intorno a questioni di logica matematica, ancora una volta su una rivista diretta da Lombardo-Radice.

tributi alla didattica della scuola elementare; Lombardo-Radice aveva scritto, ancora nel 1913, il libro «Lezioni di didattica e ricordi di esperienza magistrale» che ebbe una grandissima fortuna nel panorama della didattica italiana continuando ad influenzare grandemente l'insegnamento magistrale italiano, attraverso varie ristampe e riedizioni susseguitesesi anche dopo la morte dell'autore fino dopo la seconda guerra mondiale. Nelle circa 25 pagine dedicate all'insegnamento della matematica, prevalentemente dedicate, in realtà, all'insegnamento della aritmetica, Lombardo-Radice si mostra assai interessato e ben informato sulla produzione didattico-matematica, su quella estera, ma soprattutto su quella italiana. «Uno dei nostri matematici che si pongono il problema della didattica matematica in tutta la sua interezza è Beppo Levi» scrive Lombardo-Radice ed effettivamente le idee di Beppo Levi sulla Didattica della Matematica sono citate più volte, sempre positivamente. Ciò avviene, per esempio, quando si fanno propri i timori di Levi che l'insegnante possa, per un eccesso di buona volontà, far troppo uso di espedienti meccanici nell'insegnamento della Geometria al punto che questi possano essere scambiati per «dimostrazioni sperimentali» o quando si esalta la individualità dell'apprendimento della matematica, insistendo sul fatto che il «come» si giunge alla soluzione di un problema matematico non deve mai essere imposto dal maestro, poichè si tratta di un fatto assolutamente individuale che può seguire le strade più strane e diverse (che poi nemmeno si vogliono svelare).

Di contro, Levi cita (oltre ai programmi ministeriali) un solo testo di didattica magistrale, proprio questo di Lombardo-Radice, pubblicato una decina di anni prima dell'Abbaco, ma lo cita per evidenziare qualche disaccordo. Dice, per esempio, Lombardo-Radice «una volta... si insegnavano: *prima i nomi dei numeri, nella loro serie; poi le operazioni*. Il metodo matematico vuole invece: che *per ogni nuovo numero raggiunto si facciano i più completi esercizi di calcolo entro i confini di esso*». Coerentemente con questa impostazione qualche riga prima aveva scritto, parlando del fanciullo «Già con il *due* gli facciamo intravedere tutta quella che sarà per molto tempo la sua matematica, tutte le operazioni fondamentali, cioè i problemi da risolvere $1 + 1$; $2 - 1$; 1×2 ;

1×1 ; 2×1 ; quante volte 1 è in 2?; 1 in 1?; metà di 2?; metà di 1?; $1 - 1$; $2 - 1$; $1/2 + 1/2$; etc. etc.».

Evidentemente qui il disaccordo di Levi è totale, come si comprende facilmente da quanto abbiamo visto. «L'essenziale — scrive per esempio Levi — è questo: *che con uno, due numeri isolati, non si fa dell'aritmetica*; dell'aritmetica si fa solo colla successione dei numeri». E, rifacendosi direttamente allo scritto di Lombardo-Radice, fa notare che la diversità delle operazioni sopra indicate sull'1 e sul 2 è, in realtà del tutto illusoria; per chi possiede solo 1, 2 si tratta sempre dell'addizione; «non v'è nessuna differenza nemmeno di punto di vista, fra $1 + 1$ e 1×2 ». Il bambino non è assolutamente in grado di sentirvi due operazioni. A Lombardo-Radice che vuole coltivare «quel barlume di impronta personale che è sempre possibile» anche nello studio matematico più elementare, Levi obietta che, in realtà, il metodo proposto, contrariamente all'intenzione di «seguire l'intelligenza infantile nel suo naturale sviluppo», nella realtà dei fatti si muta «in logomachia ed atto di autorità».

Nel 1923-1924 G. Lombardo-Radice tenne, Giovanni Gentile ministro, la Direzione Generale per le scuole elementari del Ministero della Pubblica Istruzione; cessò dalle sue funzioni per volontarie dimissioni nel giugno 1924. Leggendo gli articoli della riforma della scuola riguardanti l'insegnamento dell'aritmetica nella scuola elementare, è evidente l'influenza delle sue idee⁽⁵⁾. Leggiamo, nel programma per la prima elementare, che «gli esercizi di numerazione progressiva e regressiva perchè non diventino cantilene, debbono ritar-

⁽⁵⁾ Ci riferiamo all'ordinanza ministeriale pubblicata sul Bollettino del Ministero della Pubblica Istruzione del 22 novembre 1923, in applicazione del R.D. 1° ottobre 1923. All'aritmetica, disegno geometrico, contabilità per la prima classe elementare furono riservate 4 ore su 25: un'eccezione fu riconosciuta agli istituti d'istruzione elementare per ciechi; ivi alle 4 ore se ne aggiunse un'altra da dedicarsi al disegno geometrico. Parlando della riforma della scuola elementare, Lombardo-Radice nel 1925 scrisse: «Il merito del ministro è di avere accolto, senza preconcetti, il meglio della esperienza già fatta da chi viveva nella amministrazione e nella scuola; il merito mio è stato di essermi fatto il diligente *notarius* di tutti i buoni propositi manifestati, in epoche non sospette, dagli educatori... Orgoglio dunque c'è; ma non per il mio maestro nè per me, come inventore della riforma, ma... per l'Italia che aveva una forte falange di riformatori, non teorici, ma *operanti*, cui bisognava dare il premio d'un riconoscimento ufficiale».

darsi il più possibile ed essere fatti sempre per gradi, non procedendosi ad un gruppo di numeri se nel precedente gruppo non sia acquisita la più disinvolta pratica delle operazioni, senza sussidi, dentro confini segnati da quel gruppo». Tutto conforme alle idee di Lombardo-Radice, del tutto al di fuori delle idee di Beppo Levi. E gli abbachi? Il programma si conclude così: «Non manca ormai il libro di lettura d'aritmetica, così per i maestri come per i fanciulli (per premio), qualche buon "abbaco" che presenti, pur senza alcuna esibizione dottrinale le mirabili armonie e rispondenze dei numeri nel vario combinarsi».

Come devono essere scelti i libri di testo e così gli eventuali abbachi? Si potrebbe pensare che per quello stesso spirito liberale che, nelle intenzioni di Lombardo-Radice doveva rispettare al massimo la individualità dell'allievo, altrettanto rispetto lo si dimostrasse per il maestro al quale proporre certamente aggiornamenti, consigli (di cui certo molti maestri avevano assoluto bisogno), ma al quale lasciare, in definitiva, la libera scelta del libro di testo. Così non è. Il libro deve essere scelto tra quelli approvati dal Ministero della Pubblica Istruzione con elenco pubblicato sul Bollettino del Ministero. Sul Bollettino del 1924 (circolare 90 «Elenchi per la scelta dei libri di testo») i libri di testo di argomento aritmetico vengono divisi in tre categorie. La prima che comprende 48 voci è quella dei libri approvati senza condizione; la seconda, comprendente 34 elementi, è quella dei libri approvati in via provvisoria (ricordiamo che la riforma era assai recente e non si poteva richiedere che autori ed editori si fossero potuti tutti subito adeguare alle nuove norme). Infine la terza categoria di 8 voci è quella dei «libri utili ma non consigliabili come testi per le scuole diurne»; l'Abbaco di Beppo Levi compare in questa ed in questa sola categoria (pag. 2329). Lo stesso, l'anno seguente (a pag. 2577).

ABBACO

L'abbaco (o abaco) è uno strumento di calcolo di origine sconosciuta (alcuni pensano babilonese) particolarmente utile per il calcolo delle operazioni elementari sui naturali, certamente in uso a babilonesi, cinesi, greci antichi oltre che nell'antica Roma, specialmente utile per il commercio. L'utilità dell'abbaco era dovuta alla possibilità di rappresentare i numeri naturali con una rappresentazione posizionale, anche quando i sistemi di rappresentazione numerica usati non erano adeguati. Generalmente l'abbaco si pre-

sentava sotto forma di una tavoletta. Descriviamo brevemente un abbaco dell'antica Roma: otto asticcioline, opportunamente fissate ad una tavoletta di base, sono mantenute parallele alla tavola stessa, ad una certa distanza da questa; lungo ogni asticciolina possono scorrere quattro o cinque gettoni forati; altre otto bacchette più corte delle precedenti sono fissate come loro prolungamento; lungo ciascuna di queste ultime può scorrere un solo gettone forato. Il lettore può immaginare il funzionamento di questo abbaco, pensando ai nostri attuali pallottolieri, modesti parenti degli antichi abbachi. È conservato a Roma presso il Museo Nazionale Romano (fondo Kircher) un antico esemplare di bronzo.

Dai libri d'abbaco scritti per illustrarne l'uso, il termine «abbaco» prese un significato più generale, quale quello di «calcolo» o di «istruzione per il calcolo» ed altri. Nel caso del volumetto che stiamo studiando, il significato del titolo è quello di «libro che insegna i primi elementi di aritmetica». Il lettore non deve sottovalutare la utilità dell'abbaco nè i risultati che un esperto poteva raggiungere con l'uso di questo; si pensi che l'abbaco fu impiegato in occidente anche ben dopo la introduzione della numerazione attuale, fino alla metà del 1700; popolazioni asiatiche ancora ne fanno un uso notevole. Un raffinato strumento di calcolo per moltiplicare e dividere fu l'abbaco neperiano (dovuto a Neper); un esemplare di questo particolarmente efficiente ed anche interessante dal punto di vista estetico è conservato presso il Museo Archeologico di Madrid.

È interessante esaminare l'etimo. Certo il termine italiano deriva dal latino *abacus* che a sua volta deriva dal greco ἄβαξ (tavoletta). Meno sicura è la derivazione di questa ultima parola. Si ritiene sia di origine semitica; generalmente è collegata con l'ebraico אִיבֶק (si legge: *ibeq*; significa: ricoprire di polvere o anche togliere la polvere) perchè anticamente la tavoletta su cui lavorare sarebbe stata ricoperta di polvere o sabbia. Secondo un recente studio di Giovanni Sermoni, invece, ci si deve riferire a due radici aramaiche: *ā*-legno e *beqa'*-tagliare, collegato quest'ultimo con il verbo ebraico בָּקַע (si legge: *baqa*; significa: spaccare). Il significato sarebbe, pertanto, quello di «pezzo, superficie ricavata da legno ritagliato» per il fatto che, presumibilmente, le prime tavolette dell'abaco erano di legno.

5. – La (s)fortuna del volumetto.

Abbiamo visto che i libri d'abbaco nelle idee della riforma dovevano essere usati dai maestri e potevano essere messi in mano ai fanciulli, ma soltanto come premio e che l'Abbaco di Levi era considerato ufficialmente «utile, ma non consigliabile». La mancanza, nel nostro caso, dell'adeguato supporto di un solido editore che si ado-

perasse a fare conoscere l'Abbaco ad un pubblico più vasto deve pur avere avuto la sua importanza. Nè Levi poteva vantare meriti politici, visto che nel 1925 lo troviamo tra i firmatari del Manifesto antifascista del Croce, pubblicato su *Il Mondo*. Con tale viatico l'Abbaco di Levi era ben difficile che non divenisse un fallimento editoriale. In realtà, non siamo in possesso di alcun dato sulla sua diffusione, anche se è probabile che abbia risvegliato la attenzione di vari studiosi, particolarmente matematici. Comunque sia, l'opera non andò mai oltre la prima edizione; nè il secondo volume nè alcun volume della collana didattica programmata videro mai la luce.

Vi sono, a nostro avviso, anche dei motivi intrinseci che avrebbero, comunque, potuto ostacolare una larga diffusione dell'opera e che forse spiegano perchè il lavoro non sia stato tradotto e diffuso all'estero, per esempio tradotto in spagnolo dallo stesso Beppo Levi e diffuso in Argentina.

Anzitutto, l'impostazione era troppo originale per essere facilmente accettata; non essendolo dai massimi pedagogisti, ben difficilmente poteva essere compresa dai maestri; le note didattiche, piuttosto complesse, non dovevano essere facilmente accessibili ai maestri dell'epoca.

I disegni che costellano le pagine non sempre svolgono una chiara funzione illustrativa del testo che accompagnano. Il rigore che pervade il testo sembra a volte esagerato. Così sembra essere, ad esempio, a pag. 19 la distinzione tra «parole che si scrivono con una sola lettera» e lettere che non sono parole. Un poco formalistica l'istruzione della operazione $+2$ che segue



Dopo un numero viene un altro, 
 dopo questo viene un altro,
e io dico più 2.

(ma tutto lascia pensare che Beppo Levi avrebbe accolto assai male questa nostra ultima osservazione; anzi egli la previene dicendo che «l'affermazione formale fatta al momento e nella forma opportuni, non

è sforzo di astrazione, ma coordinamento e riposo... Non è raro sentire bambini parlare per enunciazioni generali e per precetti...»).

Rimane l'impressione che sia mancato a Levi un valido collaboratore in grado di esprimere le sue idee con un linguaggio più accessibile agli educatori del tempo. Idee che, invero, sono tante ed originali anche nelle soluzioni pratiche cui danno luogo pagina dopo pagina. Avrebbe certo giovato anche un impegno di Levi più prolungato nel tempo. Ma, tant'è! Questa era una delle caratteristiche di Beppo Levi: dedicarsi con passione ad un problema fino a giungere a risultati originali e pregevoli, poi lasciare totalmente per lungo tempo l'argomento, per un nuovo interesse.



6. – Conclusione.

Dopo la pubblicazione dell'Abbaco, Beppo Levi continuò a dimostrare interesse per la didattica secondaria ed elementare, ma questo piuttosto mediante esposizione di ricordi, considerazioni di carattere generale storico-didattico o filosofico (soprattutto nel periodo argentino) che mediante lavori scientifici sull'argomento. Sembra certo che l'acme del suo interesse sia proprio da identificarsi con la composizione dell'Abbaco. È naturale congetturare che sia stato il mancato successo dell'Abbaco a concludere la sua ricerca nel campo della Didattica Matematica pre-universitaria.

Al termine di queste nostre considerazioni, ora, dovrebbe essere più chiaro quello che inizialmente chiamavamo il concetto ispiratore dell'opera «il contare — scrive Levi in [BL, 1922], pag. 62 — è l'applicazione di una facoltà particolare della nostra intelligenza, la facoltà di concepire per successione».

A chi preferisce introdurre gli interi «per astrazione», cioè, a dirlo breve, come numeri cardinali, la replica di Beppo Levi è secca: «...non avverrà mai ad un bambino normale che per acquistare 4 pani egli li confronti ciascuno a ciascuno con sassolini che la mamma

provvida gli avrà messo in tasca; egli li conterà con 4 numeri 1, 2, 3, 4 che egli porta in testa». Esemplare risposta pre-bourbakista a certa didattica post-bourbakista!

È tanto sicuro il nostro autore della correttezza della propria idea centrale da ritenere (lo dice in [BL, 1922], lo ripete una ventina d'anni dopo nel 1941, in occasione di una conferenza, poi posta per iscritto, tenuta per la Asociación Cultural de Conferencias de Rosario) che sia a questo concetto che si rifà Kant nella affermazione che $5 + 7 = 12$ è un giudizio sintetico. L'affermazione sarebbe insensata quando 12 fosse, per la definizione, $5 + 7$; acquista, invece, senso se 5, 7, 12 sono elementi di una successione mentalmente pre-esistente alla operazione.

Non sembra sia qui il caso di esprimere giudizi sulla validità attuale della proposta di Levi, se non altro per mancanza di notizie su sperimentazioni didattiche ispirate a questa proposta. Non si può comunque negare una intrinseca ed attuale vitalità dell'idea portante dell'Abbaco e quindi il rammarico che per le motivazioni che abbiamo esaminato nelle pagine precedenti, la sua proposta non abbia avuto seguito. Riportiamo, a questo proposito, le ultime righe della «nota per il docente» del testo di Algebra [Ar] per studenti universitari di Michael Artin del 1991:

- Uno, due, tre cinque, quattro.
- No, papà, è uno, due, tre quattro, cinque.
- Mase io voglio dire uno, due, tre, cinque, quattro, perchè non posso?
- Non è così che funziona.



BIBLIOGRAFIA

- [Ar] M. ARTIN, *Algebra*, Bollati-Boringhieri, 1997, pp. xiii + 717 (edizione originale 1991).
- [BL, Abbaco] B. LEVI, *Abbaco da 1 a 20. Il primo libro d'aritmetica*, illustrazioni di ELLEBI, B. Levi editore, Parma, pp. 60 (senza indicazione della data di stampa, presumibilmente 1922).
- [BL, 1922] B. LEVI, *Il primo avviamento all'aritmetica*, L'Arduo, rivista mens. Scienza-Filosofia-Storia, (2), Anno II, 2, 61-65.
- [BL, 1946] B. LEVI, *Pensamientos y recuerdos. En ocasion de una reunion de profesores de enseñanza media*, Insula, III, 11, 160-172.
- [Co] S. COEN, *Beppo Levi: la sua vita*, in *Seminari di Geometria 1991-1993*, Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna, 193-232.
- [Te] A. TERRACINI, *Commemorazione del Corrispondente Beppo Levi*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat., XXXIV (maggio 1963), 590-606.

Dipartimento di Matematica, Università di Bologna
Piazza di Porta S. Donato, 5 - 40126 Bologna