UMI

Recensioni.

* B. Noble, Numerical Methods. II, Oliver and Boyd, Edinburgh London, 1964 (F. G. Tricomi)
* F. Spitzer, Principles of Random Walk, P. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, 1964 (Luciano Daboni)
* F. Riesz, B. Sz. Nagy, Leçon d'analyse fonctionelle, IV Ed., Gauthier-Villars, Paris, 1965 (Giulio Cesare Barozzi)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **20** (1965), n.3, p. 407–409.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1965_3_20_3_407_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1965.

RECENSIONI

B. Noble, *Numerical Methods. II*, Edinburgh and London, Oliver & Boyd, 1964 - VIII-216 pp.; 12,½ s.

Questo pregevole volumetto di Analisi numerica fa seguito alla precedente parte prima, nella quale — dopo alcune generalità sugli errori nei calcoli numerici, ecc. e alcune elementari considerazioni sui calcolatori elettronici — l'A. si era prevalentemente occupato della risoluzione numerica di equazioni e loro sistemi (specie con metodi iterativi) e della ricerca degli autovalori delle matrici. Tuttavia — nonostante che questa parte seconda continui la numerazione dei capitoli e perfino delle pagine della prima — essa può essere anche studiata indipendentemente dalla precedente perchè i problemi qui trattati sono diversi. Precisamente essa è principalmente dedicata al basilare problema dell'interpolazione e della rappresentazione approssimata delle funzioni, alle quadrature numeriche e all'integrazione numerica delle equazioni differenziali col metodo delle differenze finite.

L'A. giustamente molto si preoccupa dell'analisi degli errori di calcolo e, distinguendo fra errori di approssimazione (*truncation errors*) ad errori d'arrotondamento (*round off errors*), mostra con esempi come talvolta il mutuo gioco di queste due specie di errori possa avere come effetto che, al decrescere del *passo h* delle differenze finite, l'errore totale prima diminuisce e poi si mette a crescere!

Un'altra pregevole caratteristica dell'operetta in esame è che l'A. — pur senza entrare nel vero e proprio campo della programmazione per l'impiego dei moderni calcolatori elettronici — tiene conto del fatto che molti dei lettori potranno avvalersi di macchine siffatte e fornisce, quando è il caso, utili indicazioni al riguardo.

Per quel che concerne l'integrazione numerica delle equazioni differenziali, è particolarmente curato il problema dei valori iniziali per le equazioni differenziali ordinarie, mentre la trattazione dei problemi d'autovalori e, soprattutto, quella relativa alle equazioni a derivate parziali (limitata all'equazione di Laplace e a quella del calore) è assai succinta e schematica. Degne di particolare menzione sono le sagge considerazioni relative ai problemi *mal condizionati*, in cui è vano ricercare rimedi metodologici a difficoltà non rimovibili, perchè inerenti alla natura delle cose.

Quest'operetta che, nonostante la sua poca mole e la facile leggibilità, è atta a dare un'idea abbastanza adeguata dei principali problemi e metodi della moderna Analisi numerica, mi sembra particolarmente adatta a chi voglia addentrarsi per la prima volta nello studio di questo recente ramo delle matematiche, divenuto oggi tanto importante.

F. G. Tricomi

F. Spitzer, *Principles of Random Walk*, P. Van Nostrand Co. Inc. Princeton 1964; pp XI-406, S. 97.

Lo studio di quella classe di particolari processi stocastici che è nota sotto il nome di « passeggiate aleatorie » (random walk) si può far risalire allo studio del classico problema della rovina del giocatore e ha inizio quindi con l'esame sistematico dei fondamenti del calcolo delle probabilità. Ai particolari processi stocastici in oggetto ha dedicato la sua attenzione G. Polya che ha stabilito, nel 1921, eleganti risultati di fondamentale importanza seppur limitati a casi speciali. Una impostazione di carattere generale, feconda di risultati e sviluppi, è stata data da P. Lévy nel 1937 (nell'opera « Théorie de l'addition des variables aléatories »).

Dato l'interesse in campo applicativo offerto dai modelli di passeggiate aleatorie e a causa delle possibilità di condurre nell'ambito di questi processi in modo relativamente facile una trattazione analitica di vari problemi comuni ai più generali processi markoffiani, lo studio delle passeggiate aleatorie è stato perseguito da moltissimi ricercatori. La bibliografia sull'argomento è, allo stato attuale, ricchissima.

È merito di Spitzer, cui si debbono numerosi e interessanti recenti contributi sull'argomento, di aver raccolto in un volume i risultati raggiunti dai vari autori e di averli inquadrati in una visione unitaria che mette in risalto le due peculiarità analiticamente più interessanti delle passeggiate aleatorie. Da un lato, e sistematicamente, è posta in luce la possibilità di studiare questi particolari processi markoffiani con il solo ausilio del'analisi armonica (con l'analisi cioè della funzione caratteristica della passeggiata aleatoria), dall'altro lato è esaurientemente illustrato come i classici problemi sul meccanismo aleatorio che regola il processo di passeggiata trovano una controparte e un'interpretazione immediata nei problemi della teoria del potenziale.

La possibilità di indagare sistematicamente le passeggiate aleatorie tramite lo strumento della funzione caratteristica risiede nel fatto che tali processi sono processi markoffiani (temporalmente e) spazialmente omogenei. In altre parole, le probabilità subordinate di transizione tra i punti x ed y di un reticolato a maglie quadrate di uno spazio euclideo dipendono (ad ogni colpo) da x ed y solo tramite la differenza (vettore spostamento) $y-x$, sicchè in funzione di quella differenza si può esprimere il nucleo della trasformazione integrale.

Il fatto che i problemi relativi al comportamento di varie grandezze associate al processo della passeggiata aleatoria (probabilità di impatto su un determinato punto di un assegnato insieme, tempi di impatto ...), trovano una controparte nella teoria del potenziale, è dovuto sostanzialmente alle proprietà di media di cui godono quelle grandezze, sì che la loro determinazione è ricondotta alle considerazioni di problemi analoghi, nel discreto, dei problemi di Dirichlet e di Poisson per l'equazione di Laplace (o, più in generale, di tipo ellittico).

Il ruolo fondamentale in tale ambito di idee, è giocato da funzioni nucleo $K(x, y)$ che, in forza dell'omogeneità spaziale del processo, dipendono dal vettore spostamento $y-x$ tra punti x e y del reticolato su cui si svolge la passeggiata. Avviene ad esempio che nel caso delle passeggiate simmetriche (quelle già studiate dal Polya) la funzione nucleo dipende dalla distanza $|y-x|$ tra i due punti e si comporta asintoticamente (per $|x-y| \to +\infty$) come $ln|x-y|$ se la passeggiata avviene nel piano, come $|x-y|^{-1}$ se nello spazio a tre dimensioni, come cioè i nuclei dei potenziali logaritmico e newtoniano.

In generale, questi nuclei $K(x, y)$ si costruiscono a partire dalla considerazione del numero medio di visite che la passeggiata uscente da x compie a y (quando la si pensi indefinitamente prolungata). Ricordiamo in proposito che, a seconda della particolare natura della passeggiata, il numero medio di ritorni in un punto può essere finito (passeggiata non ricorrente) o infinito (il ritorno all'origine è un evento ricorrente certo; la passeggiata è detta ricorrente); che, come si stabilisce facilmente, le passeggiate simmetriche (alla Polya) sull'asse e nel piano sono ricorrenti, quelle negli spazi a tre o più dimensioni sono non ricorrenti.

È la conoscenza del nucleo $K(x, y)$ che permette di calcolare le grandezze caratteristiche del processo. E così come la passeggiata determina il nucleo, il nucleo individua la passeggiata (sicchè, imitando una felice frase di B. Finzi, sarebbe il caso di dire — a proposito delle passeggiate aleatorie — « Dimmi il tuo nucleo e ti dirò chi sei »).

Per indicare, come d'uso, il contenuto dell'opera di Spitzer nella sua ripartizione tra capitoli, riportiamo i loro titoli. Cap. I Classificazione delle passeggiate aleatorie. Cap. II Analisi armonica. Cap. III Passeggiate ricorrenti nel piano. Cap. IV Passeggiate su un semiasse. Cap. V Passeggiate su un intervallo. Cap. VI Passeggiate non ricorrenti. Cap. VII Passeggiate ricorrenti. Ogni capitolo è corredato da esempi e problemi che spesso sono da considerarsi complementi di notevole importanza.

La trattazione, condotta con uniforme rigore, si sviluppa con molta ricchezza formale il che, se da un lato può costituire un pregio dell'opera, dall'altro ne rallenta, spesso, la lettura. Ci è sembrato particolarmente interessante tra gli altri il paragrafo 27 del VI Capitolo, dedicato ad una estensione delle questioni precedentemente sviluppate (t. dei potenziali) a processi non spazialmente omogenei.

Concludendo, riteniamo che la lettura di quest'opera possa riuscire di valido aiuto per i cultori di calcolo delle probabilità e di analisi.

LUCIANO DABONI

F. RIESZ - B. SZ.-NAGY, *Leçons d'analyse fonctionnelle*, Akadémiai Kiadò, Budapest, Gauthier-Villars, Paris (IV edizione) 1965; pag. VIII-490, $ 8,50.

A dieci anni di distanza dalla terza edizione, il costante favore che quest'opera ha incontrato e tuttora incontra presso i matematici che direttamente o indirettamente si occupano di analisi funzionale, ha reso necessaria questa quarta edizione del testo originale in lingua francese, che viene ad affiancarsi alle già numerose traduzioni esistenti. La presente edizione si presenta, più precisamente, come una ristampa anastatica della terza, già citata, edizione, ciò che spiega forse qualche incertezza di impressione nella pur pregevole veste tipografica. L'opera, da considerarsi un classico dell'analisi funzionale, è già stata più volte ed esaurientemente recensita (v. Math. Reviews, Vol. 14 (1953), p. 286; Vol. 16 (1955), p. 837; Zbl. für Math., Bd. 46 (1953), p. 331); ci limiteremo pertanto a segnalare che i pochi errori di stampa contenuti nella terza edizione ed alcuni ritocchi al testo sono stati raggruppati alla fine del volume in un breve elenco.

GIULIO CESARE BAROZZI