UMI

Recensioni.

* A. B. Curtis, Coulomb Wave Functions, Cambridge University Press, 1964 (F. G. Tricomi)
* A. Young, A. Kirk, Kelvin Functions, Cambridge University Press, 1964 (F. G. Tricomi)
* W. Mansell, A. J. Thompson, Tables of Natural and Common Logarithms to 110 Decimals, Cambridge University Press, 1964 (F. G. Tricomi)
* R. J. Walker, Algebraic curves, Dover Publications, Inc., New York (E. Bompiani)
* Convexity, American Mathematical Society, 1963 (E. Bompiani)
* M. Cinquini-Cibrario, S. Cinquini, Equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico, Ed. Cremonese, ROma, 1964 (R. Conti)
* L. Collatz, Funktionalanalysis und numerische Mathematik, Springer-Verlag, Berlin Gottingen Heidelberg (Luigi Gatteschi)
* A. M. Yaglom, I. M. Yaglom, Challenging mathematical problems with elementary solutions, Holden-Day, San Francisco, 1964 (Giovanni Prodi)
* Iain T. Adamson, Introduction to field Theory, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1964 (Cesarina Marchionna Tibiletti)
* Colloque sur la Théorie des Groups algébriques, Gauthier-Villars, Paris 1962 (Cesarina Marchionna Tibiletti)
* Jean-Marie Soriau, Géometrie et relativité, Hermann, Parigi, 1964 (Maria Pastori)
* O. Ore, Graphs and their uses, Random House, New York, 1964 (A. M. Ghirlanda)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **20** (1965), n.1, p. 135–144.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1965_3_20_1_135_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1965.

RECENSIONI

A. B. CURTIS, *Coulomb Wave Functions*. Cambridge Univ. Press, 1964 (R. Society, Math. Tables, n. 11) XXV+209 pp., 80 s.

Si tratta di una raccolta di formule e tavole numeriche relative alle cosiddette « *Coulomb wave functions* », che sono delle speciali funzioni ipergeometriche confluenti, dipendenti da due parametri a ed L (il secondo dei quali è un intero non negativo), presentantesi nell'integrazione dell'equazione di Schrödinger per i sistemi atomici idrogenoidi, o altri ad essi assimilabili.
Tali funzioni sono degli integrali particolari lin. indipendenti dell'equazione differenziale

$$y'' + [a + 2/x - L(L + 1)/x^2]y = 0,$$

collegabili alle funzioni di Whittaker M e W o alle due funzioni confluenti fondamentali $\Phi \equiv {}_1F_1$ e Ψ, mediante le formule:

$$\left\{\begin{aligned} & M_{\varkappa,\mu}\left(\frac{2ix}{\sqrt{a}}\right) = x^{L+1}e^{-ix\sqrt{a}}\,\Phi\left(L+1+\frac{i}{\sqrt{a}},\ 2L+2;\ \frac{2ix}{\sqrt{a}}\right) = P_L(a, x) \\ & W_{\varkappa,\mu}\left(\frac{2ix}{\sqrt{a}}\right) = x^{L+1}e^{-ix\sqrt{a}}\,\Psi\left(L+1+\frac{i}{\sqrt{a}},\ 2L+2;\ \frac{2ix}{\sqrt{a}}\right) = \\ & = A\left[\frac{i}{1-e^{-2\pi/\sqrt{a}}}P_L(a.\ x) + Q_L(a, x)\right], \end{aligned}\right.$$

dove A è un'opportuna costante e si è posto

$$\varkappa = -i/\sqrt{a}, \qquad \mu = L + 1/2.$$

Poichè queste funzioni P_L e Q_L si rivelano poco opportune quando il numero reale a è negativo, in tal caso esse possono utilmente rimpiazzarsi con due nuovi integrali particolari U_L e V_L della medesima equazione differenziale, legati ai precedenti dalle formule:

$$\left\{\begin{aligned} U_L(a, x) &= B\left[P_L(a, x)\sin\frac{\pi}{\sqrt{-a}} - Q_L(a, x)\cos\frac{\pi}{\sqrt{-a}}\right] \\ V_L(a, x) &= C\left[P_L(a, x)\sin\frac{\pi}{\sqrt{-a}} + Q_L(a, x)\cos\frac{\pi}{\sqrt{-a}}\right], \end{aligned}\right.$$

essendo B e C due costanti opportune.
Nelle tavole che formano la principale parte del volume in esame, vengono dati valori numerici (con 6 decimali) delle precedenti quattro funzioni e

delle loro derivate rispetto ad x, per i tre valori 0, 1, 2 di L, dei valori di a compresi fra -2 e $+2$, e vari valori di x o di $1/x$ o di $1/\sqrt{x}$; nonchè quantità ausiliarie varie.

Queste tavole sono state ottenute fotografando direttamente i fogli (opportunamente completati con intestazioni, ecc.) venuti fuori dalla telescrivente della calcolatrice adoperata, ma nella Prefazione (di E. T. Goodwin) non s'incoraggia ad imitare questo procedimento, che non si è rivelato molto comodo.

Nell'elenco bibliografico contenuto nel volume sono, fra l'altro, indicate le non molte tavole che precedentemente si avevano in argomento, fra cui le più estese erano quelle pubblicate nel 1952 dal *National Bureau of Standards*.

F. G. TRICOMI

A. YOUNG, A. KIRK, *Kelvin Functions*. Cambridge Univ. Press, 1964 (R. Society, Math. Tables, n. 10) XXIII+97 pp., 60 s.

Questo nuovo volume della collezione di tavole numeriche della *R. Society*, è il quarto di quelli che ivi riguardano le funzioni di Bessel. Mentre i tre precedenti si riferivano alle funzioni J_n e Y_n di ordine n intero (con special riguardo ai valori $n = 0$ e $n = 1$), alle relative funzioni « *modificate* », nonchè ai loro *zeri*; il presente volume si riferisce alle funzioni di Kelvin: *ber, bei, ker* e *kei*, legate alle funzioni J_n e $H_n^{(1)}$ d'argomento complesso dalle formule

$$\mathrm{ber}_n\, x + i\, \mathrm{bei}_n\, x = J_n(e^{3\pi i/4}x)$$

$$\mathrm{ker}_n\, x + i\, \mathrm{kei}_n\, x = \frac{\pi i}{2} H_n^{(1)}(e^{3\pi i/4}x).$$

Si tratta di funzioni che si presentano in varie questioni fisico-matematiche e, in particolare, nell'elettrotecnica, nell'elastostatica di certe strutture a guscio e nell'integrazione dell'equazione del calore in coordinate cilindriche, ecc.

Il presente volume contiene estese tavole, con 7 e più decimali, di tali funzioni per $n = 0\ (1)\ 10$ e per $x = 0\ (0{,}1)\ 10$, nonchè (nei casi $n = 0$, $n = 1$ e $n = 2$) per $x = 0\ (0{,}01)\ 2{,}5$. Vi sono inoltre tavole ausiliarie fornenti, fra l'altro, i valori di alcune delle precedenti funzioni moltiplicate per x^n o per x^{-n}, nonchè una ricca collezione di formule e una bibliografia di una quarantina di titoli.

Le tavole precedentemente disponibili in argomento, si riferivano quasi esclusivamente ai casi $n = 0$ e $n = 1$.

F. G. TRICOMI

W. E. MANSELL, A. J. THOMPSON, *Tables of Natural and Common Logarithms to 110 Decimals*. Cambridge Univ. Press, 1964 (R. Society, Math. Tables, n. 8) XVIII+95 pp.; 40 s. (1).

In questo volume della raccolta di tavole matematiche curate dalla *Royal Society* (in continuazione di quelle della *British Association*) sono dati i logaritmi naturali e decimali dei primi 1000 numeri interi, con ben 110 deci-

(1) Di questo volume è in corso di stampa presso la Casa editrice Zanichelli (Bologna) la traduzione italiana.

mali; accompagnati da tavole ausiliarie destinate a facilitare l'interpolazione.

Questi valori, di una così inconsueta e pressochè inutile precisione, furono ottenuti da un calcolatore dilettante: il ragioniere W. E. Mansell (1877-1953), che li calcolò, a quanto si sa, senz'alcun aiuto di macchine calcolatrici, ma lavorando con tale accuratezza che nessuno dei ripetuti controlli successivamente eseguiti, ha finora rivelato alcun errore!

Si può concordare con l'attuale editore A. J. Thompson nel lamentare che tanto lavoro e tanta diligenza, non siano stati invece impiegati in calcoli di maggiore utilità. Ad ogni modo chi, per una ragione qualsiasi, avesse bisogno di logaritmi con un grandissimo numero di decimali esatti, sa ora dove trovarli!

F. G. Tricomi

R. J. Walker, *Algebraic curves*, (Dover Publications, Inc., New York, p. X+200).

Questa è una nuova edizione del volume dallo stesso titolo pubblicato nel 1950 dalla Princeton University Press e già favorevolmente noto.

E. Bompiani

—— *Convexity*, (Proceeding of Symposia in Pure Mathematics, vol. VII, American Math. Society, 1963, p. XV+516).

Questo volume raccoglie trentadue lavori sulla nozione di convessità di cui diciassette letti in un convegno sull'argomento destinato a porre in evidenza piuttosto risultati « qualitativi » emersi recentemente che quelli « quantitativi » (basati sulle nozioni di diametro, area, etc.) cui è dedicato principalmente il classico volume di Bonnesen e Fenchel (1934).

I vari contributi sono riassunti nell'introduzione: nella varietà di essi aiutano il lettore interessato un indice degli argomenti e un indice dei problemi insoluti; e ciascun lavoro ha un indice bibliografico relativo all'argomento trattato.

E. Bompiani

Consiglio Nazionale delle Ricerche. Monografie Matematiche. 12. M. Cinquini-Cibrario e S. Cinquini: Equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico, Ediz. Cremonese, Roma, 1964; VIII+552 pag.; Lit. 7.500.

In una larga parte della teoria delle equazioni alle derivate parziali i metodi dell'analisi classica hanno da tempo ceduto il campo a quelli dell'analisi funzionale e mentre ogni giorno la letteratura si accresce di nuovi risultati anche la trattatistica conta ormai un buon numero di monografie nell'indirizzo « astratto ».

Esistono tuttavia ancora delle zone, specialmente nella teoria delle equazioni a caratteristiche reali, nelle quali l'analisi tradizionale non sembra aver esaurito la sua funzione di indagine. Di ciò è conferma la presente Monografia, la cui lettura, come è detto nella Prefazione « ... richiede, oltre alla matematica che conoscono anche gli ingegneri, soltanto gli elementi della teoria delle funzioni di variabile reale, con particolare riferimento all'integrazione secondo Lebesgue ».

Ma, anche restando in quest'ordine di idee, la trattazione di un capitolo della matematica così vasto qual'è quello delle equazioni di tipo iperbolico impone una scelta del materiale ed è per questo che gli Autori hanno volutamente lasciato in disparte le equazioni di tipi particolari, le applicazioni geometriche e di fisica matematica, i risultati pertinenti all'analisi numerica e le ricerche relative a soluzioni periodiche o quasi periodiche.

Pur con questa impostazione la materia da trattare rimane estremamente ricca e l'esposizione presenta non lievi difficoltà che gli Autori hanno saputo brillantemente superare. Nel volume trovano posto armonicamente tanto risultati classici quanto recenti ricerche, in particolare quelle degli Autori e di altri matematici italiani, e la forma espositiva, perspicua e ravvivata da numerosi esempi, rende la lettura agevole ed attraente. Una speciale menzione va fatta della bibliografia, ricca, ben selezionata ed accurata. La veste tipografica è adeguata ai pregi dell'opera.

Lo studio delle equazioni in due variabili indipendenti occupa i Capp. I, II, III, VI e VI, mentre il Cap. IV ed il Cap. VII sono dedicati al caso di $r \geq 2$ variabili.

L'equazione del 1° ordine, sia nella forma generale $F(x, y, z, p, q) = 0$, sia nel caso particolare $p = f(x, y, z, q)$, è trattata a fondo nel Cap. I in cui sono esposti i risultati relativi all'esistenza e quelli relativi all'unicità della soluzione del problema di Cauchy, sia nell'indirizzo classico, sia nell'indirizzo, inaugurato e perseguito con successo dagli Autori in alcune recenti ricerche, parallelo a quello introdotto da Carathéodory nella teoria delle equazioni differenziali ordinarie. La classe di funzioni in cui si ricerca la soluzione è più ampia di quella tradizionale, il che se può facilitare il problema esistenziale (più in apparenza, però, a causa della forte riduzione delle ipotesi di continuità e derivabilità sui dati), rende tuttavia assai più difficile il problema dell'unicità.

Il Cap. II tratta l'equazione iperbolica del 2° ordine nella forma tipica $s = f(x, y, z, p, q)$ (cui viene ricondotta con una trasformazione in grande ogni equazione semilineare, cioè della forma $a(x, y)r + 2b(x, y)s + c(x, y)t = f(x, y, z, p, q)$) e sono riportate alcune delle numerose ricerche, anche recenti, cui essa ha dato luogo in relazione tanto al problema iniziale, quanto a quelli di Darboux, Picard, Goursat.

All'equazione quasilineare $A(x, y, z, p, q)r + 2B(...)s + C(...)t = f(...)$ ed a quella generale $F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$ è dedicato il Cap. III nel quale è esposta la teoria delle strisce caratteristiche e vengono studiati i problemi già considerati per la $s = f(x, y, z, p, q)$.

Sistemi del 1° ordine ed equazioni e sistemi di ordine $n > 1$, sempre in due variabili indipendenti, formano l'argomento dei Capp. V e VI e sono ben messe in evidenza nel Cap. VI le differenze che la teoria delle strisce caratteristiche presenta fra il caso $n = 2$ ed il caso $n > 2$.

Del tutto originale rispetto alle trattazioni preesistenti è il Cap. IV che rappresenta il punto centrale della Monografia. In esso trova posto una organica esposizione delle ricerche dei due Autori per i sistemi di equazioni in più variabili nell'ordine di idee di cui si è già detto a proposito del Cap. I. Le difficoltà già esistenti nel caso di una singola equazione in due variabili sono qui ovviamente maggiori, ma esse vengono brillantemente superate grazie ad un abile impiego di varie tecniche e risultati della teoria delle funzioni di variabile reale. I risultati conseguiti possono considerarsi definitivi nel senso che l'analogia con quelli di Carathéodory per le equazioni differenziali ordinarie è raggiunta completamente.

Il Cap. VII infine riguarda i sistemi in $r \geq 2$ variabili indipendenti che non rientrano fra quelli del Cap. IV; esso consta di due parti, in una delle quali sono raccolte le principali definizioni, mentre nell'altra sono rapidamente accennati alcuni metodi risolutivi. Il Capitolo è corredato da una bibliografia molto ampia.

Indice dei Capitoli: I. Equazioni del primo ordine. II. L'equazione semilineare del secondo ordine e questioni connesse. III. L'equazione del secondo ordine quasi-lineare e non lineare. IV. Alcune recenti ricerche per i sistemi in più variabili indipendenti. V. Sistemi quasi-lineari e non lineari in due variabili indipendenti. VI. L'equazione di ordine n quasi-lineare e non lineare. VII. Introduzione allo studio dei sistemi in più variabili indipendenti.

R. CONTI

L. COLLATZ, *Funktionalanalysis und numerische Mathematik*, (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd 120), Springer-Verlag, Berlin-Gottingen-Heidelberg, VI+371 pp., DM. 58.

Si tratta di un volume che trae origine dai corsi e dai seminari tenuti dal Collatz negli ultimi dieci anni all'Università di Amburgo. Esso è destinato ad avere il successo delle precedenti ben note opere dello stesso Autore.

L'opera è divisa in tre capitoli: il primo è dedicato ai fondamenti dell'analisi funzionale ed alle sue. applicazioni, il secondo ed il terzo hanno un carattere più specificatamente monografico e trattano questioni di Analisi numerica.

Esaminiamo ora più diffusamente il contenuto di ognuno dei capitoli. Il primo capitolo si apre con una breve rassegna delle questioni tipiche dell'analisi numerica e tratta successivamente le disuguaglianze di Hölder e di Minkowski, gli spazi topologici e le loro proprietà, la convergenza e la completezza, la compattezza, gli operatori, gli operatori dello spazio di Hilbert, i problemi sugli autovalori.

Il secondo capitolo è dedicato ai procedimenti iterativi per la ricerca delle soluzioni dell'equazione funzionale $f=Tf$, o, come si dice, per la determinazione dei punti fissi dell'operatore T. L'equazione $Tu=\Theta$ (Θ elemento nullo dello spazio funzionale considerato) è trattata con i cosiddetti procedimenti di quasilinearizzazione consistenti nell'estensione alle equazioni funzionali dei classici metodi di Newton e delle corde (Regula falsi). Molte applicazioni ed esempi illustrano i vari procedimenti.

Il terzo capitolo riguarda, tra l'altro, i problemi di tipo monotòno sui quali è opportuno soffermarsi un momento.

Sia R uno spazio per i cui elementi (numeri reali, vettori a componenti reali o funzionali) abbiano l'ordinario significato i segni $\leq$, $<$, $>$, $\geq$. Se l'operatore T è tale che $Tu \leq Tv$ implica che $u \leq v$ per tutti gli elementi u e v di R (o di un suo sottospazio) allora si dice che l'operatore T è monotòno e che il problema, che può essere quello di risolvere l'equazione $Tu=f$, è di tipo monotòno. Supposta allora l'esistenza della soluzione u dell'equazione ne segue che, se v_1 e v_2 sono due soluzioni approssimate tali che $Tv_1 \leq f \leq Tv_2$, allora $v_1 \leq u \leq v_2$ e vi è la possibilità di pervenire ad una maggiorazione dell'errore commesso nel calcolo della soluzione.

Gli ultimi due paragrafi del capitolo riguardano l'approssimazione delle funzioni ed in particolare l'approssimazione di Tchebycheff mediante funzioni razionali.

Nonostante l'elevatezza e la difficoltà degli argomenti trattati l'Autore è riuscito, con la chiarezza dell'esposizione, a rendere la lettura del volume facile ed attraente ed a mostrare inoltre come gli apparentemente troppo astratti metodi della moderna Analisi funzionale possono essere utilizzati con successo anche nell'Analisi numerica.

Ottima la veste tipografica che è quella solita della collezione cui il volume appartiene.

LUIGI GATTESCHI

A. M. YAGLOM e I.M. YAGLOM, *Challenging mathematical problems with elementary solutions*, Holden-Day, San Francisco, 1964.

Si tratta di una raccolta di problemi costruita allo scopo di fornire una buona palestra per i giovani che intendono introdursi allo studio della matematica. Questo scopo spiega la metodologia seguita dagli AA. e l'ordinamento dell'opera: nella prima parte compare il testo dei problemi preceduto da brevi ma esaurienti introduzioni teoriche, nella seconda parte vengono esposte le soluzioni, ampiamente illustrate e presentate da vari punti di vista, nella terza parte sono date le risposte ai quesiti accompagnate da brevi suggerimenti. Il lettore è invitato a tentare di risolvere da sè il problema, quindi a passare alla terza parte, dove potrà controllare l'esattezza della sua soluzione e, in caso di insuccesso, potrà avere qualche aiuto per trovare la strada buona.

I problemi sono ripartiti in otto sezioni: I - Problemi di tipo introduttivo, II - Rappresentazioni di interi come somme e prodotti, III - Problemi di tipo combinatorio, su una scacchiera, IV - Problemi di tipo geometrico-combinatorio, V - Problemi sui coefficienti binomiali, VI - Problemi di tipo probabilistico-combinatorio, VII - Problemi di probabilità nel numerabile, VIII - Problemi di probabilità nel continuo.

I problemi sono stati scelti con lo scopo di presentare questioni di notevole interesse e profondità (e alcune sono realmente molto difficili) aggredibili però con mezzi elementari. Alcuni dei problemi proposti sono classici (come certe questioni combinatorie di Eulero), altri appaiono originali; alcuni furono proposti alle « Olimpiadi Matematiche » di Mosca. Comunque, ciò che costituisce il maggior pregio della raccolta è la presentazione, che è molto bene studiata e adeguata allo scopo.

Per concludere, ci pare di poter auspicare che questa raccolta (come altre uscite in questi ultimi anni) possa anche servire , con la presentazione di risultati profondi e suggestivi colti a livello elementare, a fornire qualche spunto utile al fine di rendere più vivo e interessante l'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie superiori.

GIOVANNI PRODI

IAIN T. ADAMSON, *Introduction to field Theory*, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1964, pp. VIII+180.

Il presente volume contiene gli elementi della teoria dei campi ed alcune delle più note applicazioni in proposito.

L'esposizione è piuttosto piana, la nomenclatura che man mano viene introdotta è chiaramente spiegata e tipograficamente segnalata in modo evidente Le varie proprietà sono di solito presentate suddivise abbastanza minutamente per cui la comprensione e la ricerca delle stesse risulta agevole. È poi di aiuto l'indice analitico che chiude il volume.

Il primo capitolo contiene le definizioni e le prime proprietà di anelli, campi e spazi vettoriali, la presentazione del concetto di omomorfismo, i preliminari sugli anelli di polinomi di una e più variabili e sulle funzioni reazionali su un campo.

Il secondo capitolo è dedicato alle estensioni dei campi. Si ravvisa subito questo concetto come estensione di uno spazio vettoriale e nella trattazione si utilizza tale presentazione soprattutto per parlare del grado delle estensioni stesse. Si parla diffusamente delle estensioni semplici algebriche e trascendenti. Si tratta poi della fattorizzazione dei polinomi ed in relazione a ciò, al fine di conseguire una maggiore o particolare scomposizione dei polinomi stessi, si considerano i campi di completa decomposizione, i campi algebricamente chiusi ed il problema della chiusura algebrica, le estensioni separabili.

Il capitolo terzo sviluppa la teoria di Galois secondo l'impostazione di Artin. Si considerano monomorfismi, isomorfismi, ed automorfismi fra campi che lasciano fermi singolarmente gli elementi di un certo sottoinsieme F (cioè F-monomorfismi, F-isomorfismi ed F-automorfismi) e si riportano proprietà relative agli ordini dei gruppi formati con gli stessi. Si illustrano i concetti di estensione normale e di chiusura normale in relazione soprattutto agli F-automorfismi legati al sottocampo F che viene esteso e si introduce il concetto di gruppo di Galois. Sulla base di queste premesse viene enunciato e trattato il cosiddetto « teorema fondamentale della teoria di Galois ». Vengono poi presentati il « teorema dell'elemento primitivo » ed il « teorema di Lagrange dell'irrazionalità naturale ». Infine è trattato il problema del reperimento della cosiddetta « base normale » di un campo K separabile normale che sia estensione di ordine n per un sottocampo F, ove il concetto di base normale è strettamente legato al gruppo di Galois di K su F.

L'ultimo capitolo (il quarto) contiene l'esposizione di applicazioni e complementi. Vengono date le prime più significative proprietà dei campi finiti, in particolare quelle sugli ordini e sugli isomorfismi. Si considerano le estensioni ciclotomiche dei campi, vale a dire le estensioni legate alle varie radici dell'unita e si applicano i risultati esposti al campo dei numeri razionali. Seguono poi le estensioni cicliche di un campo F, cioè le estensioni normali separabili di grado finito su F con un gruppo di Galois ciclico ed alcuni teoremi fondamentali sull'argomento. Si dà un cenno sugli anelli con divisione ed in particolare si riporta l'importante teorema di Wedderburn secondo il quale gli anelli con divisione finiti sono tutti campi. Si riprendono infine le antiche questioni della costruzione geometrica con riga e compasso e della risolubilità delle equazioni algebriche per radicali e si inseriscono in modo naturale nella teoria di Galois svolta in precedenza. L'ultimo paragrafo è dedicato a dimostrare che il gruppo di Galois legato ad un polinomio « generico » di grado n su un campo K è il gruppo totale su n elementi e ad illustrare alcune conseguenze di questo classico teorema.

Lungo il testo sono spesso dati esempi convenientemente spiegati che facilitano la comprensione ed alla fine di ciascuno dei quattro capitoli sono indicati alcuni enunciati di esercizi da svolgere.

Concludendo, il presente volume è un testo raccomandabile a chi vuol conoscere gli elementi della teoria dei campi perchè, pur essendo abbastanza elementare e quindi di facile lettura, contiene già una buona quantità di proprietà sull'argomento ed in particolare espone la teoria di Galois in modo piuttosto completo.

CESARINA MARCHIONNA TIBILETTI

Colloque sur la Théorie des Groupes algébriques, Centre Belge de Recherches Mathématiques, Bruxelles 1962; Gauthier-Villars, Paris, pp. 150.

In questo volume sono raccolte le conferenze tenute in un « Colloquio sulla Teoria dei Gruppi algebrici » che ebbe luogo a Bruxelles dal 5 al 7 giugno 1962, promosso dal benemerito « Centre Belge de Recherches Mathématiques ».

Le relazioni riportate si riferiscono a vari problemi della Teoria dei Gruppi algebrici (lineari in particolare) connessi anche con diverse questioni di altra natura, per esempio topologica, aritmetica, analitica, ecc.

Per lo più esse dànno dei risultati nuovi o molto recenti che si presentano spesso come estensioni di proprietà note in casi più ristretti, espongono interessanti sintesi, discutono congetture unificatrici e segnalano parecchie importanti questioni aperte.

Di solito per le dimostrazioni si rimanda altrove o si riportano solo dei cenni.

Data la natura specialistica delle conferenze e la ristrettezza di spazio, nell'impossibilità di riferire dettagliatamente non rimane ora che riportare l'elenco degli argomenti trattati dai vari autori.

A. Weil, Sulla teoria delle forme quadratiche; A. Borel, Insiemi fondamentali per i gruppi aritmetici; M. Kneser, Approssimazione debole in gruppi algebrici; J. P. Serre, Coomologia Galoisiana dei gruppi algebrici lineari; F. Bruhat, Sui sottogruppi compatti massimali dei gruppi semi-semplici p-adici; J. Barsotti, Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva; P. Cartier, Gruppi algebrici e gruppi formali; R. Steinberg, Generatori, relazioni e rivestimenti di gruppi algebrici; T. A. Springer, Qualche risultato sulla coomologia Galoisiana; J. Tits, Gruppi semi-semplici isotropi.

CESARINA MARCHIONNA TIBILETTI

JEAN-MARIE SOURIAU, *Géométrie et relativité*. (Hermann, Parigi, 1964, in-8, rilegato in tela, Fr. 54).

Questo volume fa parte della nuova collezione di Hermann « Enseignement des Sciences », che si indirizza a studenti di scienze dei diversi livelli e che comprende volumi di H. Cartan, L. Schwartz, R. Godement, ecc. Esso è dedicato a studenti di matematica e a fisici che desiderano approfondire la teoria della relatività, ed è diviso in due parti: geometria la prima, relatività la seconda. In entrambe non si segue l'ordine storico dello sviluppo degli argomenti; ma all'opposto si incomincia da una presentazione il più possibile generale.

Cito (per la prima parte) alcune parole dell'introduzione: « Nous proposons de placer à la base de la géométrie la notion de *recueil*: si des opérateurs vérifient les axiomes des recueils, ils définissent une *géométrie* sur un certain ensemble E; E prendrà alors le nom d'*espace*; les éléments du recueil s'appelleront *glissements* de E ». La geometria così intesa comprende sia le geometrie classiche: euclidea, proiettiva, ecc. (nei quali casi il recueil si riduce a un gruppo d'operatori), sia la topologia generale, la geometria differenziale, la geometria algebrica, ecc.

Dopo una introduzione così ampia del concetto di geometria e di quello di spazio, c'è la trattazione degli spazi fibrati, delle varietà differenziabili, e infine degli spazi euclidei e delle varietà riemanniane. Il tutto è accompagnato dalla presentazione di varie tecniche collegate con gli argomenti trattati: teoria della varianza, equazioni differenziali, derivata di Lie, algebra e derivazione esteriori, derivazione covariante, integrali multipli.

Da tutto ciò traspare che, già in questa prima parte, la trattazione è molto generale, personale, moderna. Ma ciò rende la lettura alquanto faticosa, anche per il presentarsi di simboli e termini inconsueti. Sono molto utili l'indice analitico e l'elenco delle notazioni posti alla fine del volume. Il lettore che non voglia sottoporsi a un notevole sforzo di memoria, li consulterà spesso, come chi, leggendo una lingua che non gli è familiare, è costretto spesso a consultare il vocabolario.

Le stesse caratteristiche di generalità, di originalità, di astrattezza permangono nella seconda parte del volume, dedicata alla relatività. Già ho detto che l'esposizione non segue l'ordine storico, che metterebbe in evidenza i motivi per cui si è passati dalla fisica classica alla relatività ristretta e da questa alla relatività generale. Ma volutamente segue l'ordine inverso caratterizzando subito la relatività generale con un insieme di assiomi, per poi mostrare che da questa, per via di deduzioni e di approssimazioni, si possono ottenere, sia la relatività ristretta, sia la fisica classica. Nell'ambito della relatività generale si ammette la possibilità di dedurre tutte le leggi da un unico principio variazionale, principio che viene da prima enunciato in modo assai vago, poi via via precisato fino a farlo coincidere col principio di Hamilton nel caso della fisica classica. Sempre in relatività generale viene definita una « materia perfetta » la quale, secondo le vedute dell'Autore, può comprendere sia un mezzo elastico, sia un fluido, sia un mezzo disgregato (poussière) e ciò in dipendenza della forma del tensore energetico.

Il volume contiene anche una esposizione della relatività pentadimensionale, fatta da prima in forma molto generale e poi portata all'approssimazione di Jordan-Thiry e a quella di Kaluza-Klein. Essa viene utilizzata per la descrizione delle particelle elementari, per le quali si arriva alla equazione di Klein-Gordon della meccanica ondulatoria. Poi, dopo una digressione sugli spazi di quaternioni e sulla teoria degli spinori, si arriva alla equazione di Dirac in relatività pentadimensionale. Indi si passa alla interpretazione quadridimensionale delle equazioni e si considerano in particolare quelle che si riferiscono alle particelle neutre di massa nulla, alle particelle neutre di massa non nulla e alle particelle cariche.

Un così ampio programma è certamente suggestivo e la trattazione per via deduttiva, partendo sempre dal caso il più generale possibile, può destare ammirazione; ma, a mio modo di vedere, non educa nè l'intuito matematico e fisico, nè il potere di generalizzazione, e non soddisfa il naturale desiderio di domandarsi il perchè di tante definizioni e di tanti assiomi. Per questo non mi sentirei di consigliare a chi non conosce ancora la relatività di cominciare dalla lettura di questo volume. Potrebbe durare una certa fatica, accostandosi poi a trattazioni classiche (Einstein, Eddington, ecc.) a riconoscere la teoria della relatività.

MARTA PASTORI

O. ORE, *Graphs and their uses*, Random House « New Mathematical Library », New York, 1964, pp. 131.

La casa editrice Random di New York (U.S.A.) ha pubblicato, ed ha in corso di stampa, una serie di volumi che costituiscono una collana intitolata « Nuova biblioteca matematica (New Mathematical Library) ». Si tratta di volumi scritti da valenti matematici con l'intento di mettere alla portata di un pubblico piuttosto vasto di persone genericamente colte alcune delle più importanti e moderne idee e strutture matematiche. Il volume di O. Ore è il decimo di quella collana e ci dà una veduta panoramica abbastanza completa ed assai suggestiva della moderna teoria dei grafi. La teoria dei grafi si può far risalire al 1736 quando apparve una Memoria di Eulero nella quale si trattava per la prima volta sistematicamente di grafi e si risolveva il problema, poi divenuto celebre, dei ponti di Königsberg. Da allora fino agli anni precedenti la seconda guerra mondiale la teoria dei grafi non era stata molto studiata (pur essendosi conseguiti parecchi dei risultati più importanti in alcuni indirizzi della teoria) e veniva per lo più considerata come un capitolo della Topologia. In tutto quel periodo fu pubblicata una sola esposizione sistematica della teoria nel volume di D. König. Nel periodo successivo alla seconda guerra mondiale la teoria dei grafi ha preso in breve tempo uno sviluppo estremamente notevole a causa soprattutto delle numerose applicazioni che ha trovate a problemi di carattere applicativo (teoria dei trasporti, programmazione lineare, ricerca operativa in genere, ma anche problemi di carattere sociologico ecc.). Ogni anno si pubblicano ora numerosi lavori di teoria dei grafi sia riguardanti gli indirizzi applicativi, sia anche gli indirizzi più astratti classici (quali i problemi « cromatici » del tipo del celebre « problema dei 4 colori » o i problemi di « tracciabilità » su di una superficie).

Il volume di O. Ore (che ha pubblicato una vasta monografia sulla teoria dei grafi nella collezione dei Colloquium della American Mathematical Society) è scritto con linguaggio ed esposizione estremamente piani e comprensibili anche ad uno studente dei primi anni d'Università, ma riesce a portare il lettore nel vivo della teoria dei grafi dandogli una veduta abbastanza completa e soddisfacente soprattutto della parte classica e più teorica della teoria dei grafi. Per forza di cose ed anche per ragioni di spazio la parte applicativa più recente non poteva venire sviluppata in questo volume che ne contiene soltanto alcuni accenni. Tuttavia la lettura di questo libro è assai gradevole e stimola fortemente l'interesse e la curiosità del lettore spingendolo ad affrontare la lettura di qualcuna delle opere più impegnative che sono apparse in questi ultimi anni. Il libro incomincia con l'introdurre, mediante esempi di carattere concreto e semplice, la nozione di grafo nel caso non orientato ed i vari concetti collegati. Si passa poi subito a esaminare il problema della possibilità di tracciare certi particolari grafi in un piano soddisfacendo a certi requisiti (problema che rientra nello studio dei « grafi planari » e risolto in generale dal Kuratowski nel 1930, come del resto si accenna più avanti nel volume). Vengono stabiliti alcuni risultati con ragionamenti semplici ma matematicamente validi e rigorosi. Nel secondo capitolo si studiano problemi relativi a vari tipi di « cammini » o « catene » in un grafo: in particolareil problema già ricordato di Eulero ed il problema dei « cammini hamiltoniani ». Nei successivi due capitoli si studiano quei particolari grafi che sono chiamati « alberi » ed il problema dell'« appaiamento » in un grafo, problema questo assai importante per certe applicazioni di carattere economico. Si passa poi a trattare di grafi orientati e l'autore ha così modo di dare alcune nozioni anche della Teoria dei giochi e di applicazioni a questa dei grafi orientati. Il settimo capitolo illustra alcuni legami fra la teoria dei grafi, la teoria degli insiemi ordinati e la teoria delle relazioni. Infine i due ultimi capitoli trattano ancora dei grafi planari e poi del problema dei 4 colori. Ogni capitolo termina con un gruppo di esercizi proposti, dei quali viene data la soluzione in fondo al volume. Vengono dati anche una succinta Bibliografia ed un glossario dei principali termini della teoria dei grafi.

A. M. GHIRLANDA