
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni.

- * V. A. Dikton, A. P. Prudnikov, Operational Calculus in Two Variables and its Applications, Pergamon Press, 1962 (F. G. Tricomi)
- * D. R. Cox, Renewal Theory, Methuen's Mon. Applied Probability & Statistics, London 1962 (F. G. Tricomi)
- * C. D. Olds, Continued Fractions, Random House Inc., 1963 (F. G. Tricomi)
- * R. Reissig, G. Sansone, R. Conti, Qualitative theorie nichtlinearer differentialgleichungen, Edizioni Cremonese, Roma, 1963 (Dario Graffi)
- * N. I. Akhiezer, The Calculus of variations, Blaisdell Publishing Company, New York London, 1962 (Antonio Pignedoli)
- * B. A. Trahtenbrot, Algorithmes et machines à calculer, Dunod, paris, 1963 (Antonio Pignedoli)
- * John von Neumann, Collected Works, Vol. I e II, Pergamon Press, Oxford London, New York Paris, 1961 (Antonio Pignedoli)
- * M. Richardson, Eléments de Mathématiques modernes, Dunod, Paris, 1963 (Antonio Pignedoli)
- * G. Lefort, Algèbre et Analyse - Exercices . Illustration du Cours de Mathématiques générales, Dunod, Paris, 1964 (Antonio Pignedoli)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 19
(1964), n.2, p. 216-224.

Zanichelli

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1964_3_19_2_216_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

V. A. DITKON - A. P. PRUDNIKOV, *Operational Calculus in Two Variables and its Applications*. (Trad. dal russo di D. M. G. WISHART) Intern. Series of Mon. on Math., n. 24, Pergamon Press, 1962, X + 167 pp., 50 S.

Si tratta di un'utile, breve monografia sulla trasformazione di Laplace doppia:

$$F(p, q) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-px-ay} f(x, y) dx dy,$$

nonostante che gli AA., in buona parte del libretto, preferiscano considerare in luogo di $F(p, q)$ la funzione

$$\mathfrak{F} p, q = pq F(p, q)$$

e scrivano

$$\mathfrak{F}(p, q) \doteq f(x, y),$$

secondo le abitudini del calcolo operazionale. Ma le dimostrazioni e i metodi sono conformi alle regole della Matematica più ortodossa.

Molte proprietà della doppia trasformazione di Laplace sono analoghe a quelle della trasformazione semplice, ma non sempre. Per esempio, non è generalmente sufficiente supporre che l'integrale

$$\int_0^a \int_0^b e^{-px-ay} f(x, y) dx dy$$

tenda ad un determinato limite per $a \rightarrow \infty$, $b \rightarrow \infty$, ma bisogna supporre inoltre che esso resti limitato; ciò che gli AA. esprimono dicendo che esso è *convergente limitato* (in inglese: *boundedly convergent*).

Il testo vero e proprio prende solo una metà del volumetto. L'altra metà è occupata da un'estesa tabella di speciali trasformate doppie di Laplace.

L'Editore spiega perchè, nonostante il prezzo piuttosto elevato (50 scellini) l'opera non appare sotto l'eccellente veste abituale per la Pergamon Press, bensì stampata con l'antiestetico sistema « Vari typer ».

F. G. TRICOMI

D. R. Cox, *Renewal Theory*. Methuen's Mon. Applied Probability & Statistics, London, 1962, IX + 142 pp., 21 S.

Per dare brevemente un'idea, possibilmente chiara, della teoria che forma oggetto di questo manualetto, mi sembra opportuno indicare un tipico problema che rientra in essa: Supponiamo che, in una certa apparecchiatura, sia di vitale importanza che una certa lampadina elettrica rimanga sempre efficiente. Poichè una lampadina elettrica non è eterna ma ha una durata X — che si può considerare come una variabile casuale avente una nota legge di probabilità — vi sarà un congegno che, appena una lampadina sia bruciata, la rimpiazzerà con un'altra. Sorgono così dei problemi, d'indubbio interesse pratico, del genere dei seguenti: Quante lampadine verranno presumibilmente consumate in un anno? Oppure: Per quanto tempo è presumibile che basteranno 10 lampadine?

La *renewal theory* (in italiano si potrebbe dire: *Statistica delle collettività autorinnovantesi*) si occupa dello studio di problemi del genere indicato, fra cui alcuni dei più importanti, concernono il funzionamento dei contatori elettronici tipo Geiger.

La trattazione è accentrata intorno alla legge di probabilità della somma di più variabili casuali indipendenti, pel cui studio l'A. si serve delle trasformate di Laplace degli addendi, invece che delle trasformate di Fourier, come finora veniva generalmente fatto. Corrispondentemente il libro richiama brevemente le principali proprietà della trasformazione di Laplace, compresa la sua inversione mediante un integrale complesso.

La presente Monografia, che sembra essere la prima sull'argomento, può venire raccomandata a chi voglia impadronirsi dell'argomento, p. es. in vista delle sue applicazioni nella ricerca operativa.

F. G. TRICOMI

C. D. OLDS, *Continued Fractions*. New Math. Library, New York, Random House Inc., 1963, VIII + 162 pp., \$ 1,95.

Nella prefazione l'A. ci dice che: « Il piano di questo libro è di presentare un'agevole discussione delle frazioni continue semplici, tale da poter essere compresa da chiunque abbia un minimo di addestramento matematico ».

Questo scopo si può ritenere conseguito, e credo che questo libretto potrebbe venir letto anche da un buon studente di liceo o di istituto tecnico.

Naturalmente su tali basi non si può andare molto innanzi e, in particolare, l'A. considera soltanto (tranne in un'appendice) frazioni continue *semplici*, cioè con denominatori parziali interi e « numeratori » uguali ad 1. Tuttavia non manca qualche accenno a questioni più avanzate, p. es. alla generalizzazione di B. Segre del teorema di approssimazione diofantea di Hurwitz.

Le applicazioni riguardano principalmente l'analisi indeterminata e gli irrazionali quadratici.

F. G. TRICOMI

R. REISSIG - G. SANSONE - R. CONTI, *Qualitative theorie nichtlinearer differentialgleichungen* - Pubblicazioni dell'Istituto di Alta Matematica, Edizioni Cremonese, Roma, 1963.

Sansone e Conti hanno pubblicato, nel 1956, un ottimo trattato sulle equazioni differenziali non lineari che permetteva allo studioso di aggiornarsi facilmente su argomenti di notevole importanza teorica e applicativa. In questi ultimi anni però la letteratura sulle equazioni non lineari si è notevolmente accresciuta (ogni fascicolo della *Mathematical Reviews* riferisce circa dieci lavori relativi a quelle equazioni) sicchè assai opportuno si presenta il libro in esame in cui si riprende il trattato del 1956 completandolo e allargandolo con le ricerche più recenti. Come è detto nel titolo gli Autori espongono la teoria qualitativa delle equazioni non lineari, cioè si propongono, in sostanza, di dimostrare l'esistenza e l'unicità di soluzioni periodiche e di mettere in evidenza varie proprietà di queste soluzioni (e di altre che possono avere interesse concreto) in particolare la loro stabilità. È bene osservare che la teoria qualitativa interessa non solo il matematico puro, ma anche il matematico applicato: infatti accertata l'esistenza e la stabilità di una soluzione non è difficile conoscere le sue caratteristiche essenziali e (in questi tempi di calcolatori elettronici) valutarla numericamente.

Il libro è diviso in sei capitoli. I primi due hanno carattere introduttivo, contengono cioè considerazioni generali sulle equazioni non lineari e metodi per il loro studio. Gli Autori non si limitano però ad esporre i risultati classici di Poincarè, Bendixson, Liapunoff, e Birkhoff, ma aggiungono, fra l'altro, le ricerche di Yoshizawa sulla definitività limitatezza degli integrali di una equazione differenziale, i teoremi di Wazewski, la teoria di quelle trasformazioni topologiche che presentano particolare interesse per lo studio dell'esistenza e della stabilità delle soluzioni periodiche in sistemi non autonomi.

Nei due capitoli successivi si esaminano le equazioni che s'incontrano nella teoria dei sistemi (meccanici o elettrici) a un grado di libertà, non lineari e autonomi, cioè retti da equazioni in cui non compare esplicitamente il tempo. Le equazioni in discorso rientrano nella seguente (x indica l'incognita, $f(x, \dot{x})$, $g(x)$ sono due funzioni rispettivamente di x e \dot{x} e di x):

$$(1) \quad x + f(x, \dot{x})\dot{x} + g(x) = 0.$$

Però nel libro si studiano in modo speciale i seguenti casi particolari: a) $f(x, \dot{x}) = 0$, b) $f(x, \dot{x}) = f(x)$ (equazione generalizzata di Liénard) c) $f(x, \dot{x}) = f(x)$, $g(x) = x$ (equazione di Liénard), d) $f(x, \dot{x}) = F(\dot{x})$. È da notare che non esiste nessuna teoria generale qualitativa (nel senso sopra precisato) della (1) e dei casi particolari b), c) e d); per esempio nel caso c) (equazione di Liénard) le proprietà delle soluzioni sono molto diverse a seconda che $f(x)$ è positivo per ogni x (sistemi dissipativi) oppure cambia di segno al variare di x . Si comprende perciò come numerosi e diversi teoremi siano stati stabiliti da vari Autori per la (1) o meglio per i casi particolari sopraindicati, teoremi che ritroviamo nel libro in esame opportunamente semplificati e coordinati.

Nel capitolo V si considerano sistemi non autonomi o più precisamente le oscillazioni forzate non lineari, rette com'è noto, dalle equazioni che si ottengono aggiungendo al secondo membro della (1) una funzione periodica di periodo T . Gli autori si occupano, in modo particolare, dell'esistenza e unicità di soluzioni periodiche di periodo T specie nelle ipotesi a), b), c), d). L'ultimo capitolo è dedicato a questioni di stabilità considerando prevalentemente i sistemi non autonomi.

Come si è già detto, il libro sarà molto utile non solo al matematico puro, ma anche al matematico applicato; quest'ultimo potrà infatti conoscere rapidamente quali risultati sono stati finora ottenuti su un'equazione non lineare che eventualmente si presenti in un problema concreto.

DARIO GRAFFI

N. I. AKHIEZER, *The Calculus of variations*, Blaisdell Publishing Company, New York-London, 1962, di pagine 247, con 18 figure (senza indic. di prezzo).

Si tratta di una traduzione in lingua inglese del volume originale russo, proveniente dalla raccolta ed elaborazione, da parte dell'autore, di lezioni e conferenze tenute in periodi diversi presso il dipartimento di Meccanica e Matematica della Facoltà di Matematica e Fisica della Università statale di Kharkov. Il volume consta di quattro capitoli. Il primo di essi è dedicato alle equazioni del Calcolo delle variazioni ed è suddiviso in dieci paragrafi; il secondo concerne la teoria dei campi e consta di nove paragrafi; il terzo riguarda le generalizzazioni del problema fondamentale, su sette paragrafi. Infine, il quarto capitolo contiene l'esposizione — in dieci paragrafi — dei metodi diretti del Calcolo delle variazioni, concludendosi con la dimostrazione del teorema di Tonelli.

Il volume, che, come si vede, presenta la teoria classica del Calcolo delle variazioni ed un capitolo dedicato ai moderni « metodi diretti » del Calcolo stesso, costituisce un'opera molto utile ed efficace per allievi e studiosi. Gli esempi ed esercizi che compaiono in ogni capitolo sono integrati, alla fine, da una appendice con complementi e nuovi esercizi proposti e con le risposte ai quesiti stessi.

Le figure sono assai chiare; bella la veste tipografica; esauriente la bibliografia.

ANTONIO PIGNEDOLI

B. A. TRAHTENBROT, *Algorithmes et machines à calculer*, Dunod, Paris, 1963, (trad. di A. Chauvin), di pagine 149, con 30 figure, prezzo 16 F.

Il volume trae origine da lezioni e conferenze generali e da lavori dell'autore sull'argomento. Esso costituisce una introduzione a quella che nella letteratura matematica orientale si chiama « Teoria degli algoritmi ». Come è stato osservato, tale dottrina esercita oggi un ufficio analogo a quello esercitato, nelle matematiche della fine del XIX secolo, dalla Teoria degli insiemi.

L'opera punta a mettere in luce una delle nozioni fondamentali delle Matematiche, cioè la nozione di algoritmo; nell'opera stessa vengono esaminate varie questioni situate un po' al limite fra la Logica matematica e la Teoria delle macchine calcolatrici automatiche.

Il libro consta di una introduzione e di tredici capitoli, concludendosi poi con delle osservazioni finali.

Il primo capitolo è dedicato agli algoritmi numerici, il secondo all'algoritmo dei giochi, il terzo all'algoritmo della ricerca del cammino in un labirinto, il quarto al problema delle parole.

Vengono poi i capitoli relativi alle macchine calcolatrici automatiche e alla macchina di Turing, cioè all'automatismo cosiddetto « a memoria infinita ».

Si conclude coi problemi algoritmicamente insolubili e con « l'impossibilità di un algoritmo per il problema di equivalenza delle parole ».

L'opera, indirizzata a Matematici ed Ingegneri, è di agevole lettura in quanto non presuppone particolari conoscenze propedeutiche.

ANTONIO PIGNEDOLI

JOHN VON NEUMANN - *Collected Works* - A. H. Taub, General Editor, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1961, vol. I e II, di pagine complessive 1222, prezzo 5 sterline per volume.

Si tratta dei primi due volumi, della prevista serie di sei, delle opere scientifiche di J. von Neumann. La raccolta comprende gli articoli ed inoltre alcuni « rapporti » dello scienziato ad enti di governo e ad altre organizzazioni; infine vi appaiono recensioni di suoi manoscritti inediti. I lavori pubblicati — specialmente dicasi ciò dei primi — sono presentati in ordine cronologico, ma, in tale ordinamento, vengono fatte opportune eccezioni, in modo che il lavoro dello scienziato, in certi campi di ricerca, appaia come un tutto organico.

Dalla raccolta vengono — naturalmente — omesse alcune pubblicazioni di minor interesse o di interesse prevalentemente didattico. Va tenuto presente che, dopo la scomparsa di von Neumann, vari ricercatori studiarono l'opera dello scienziato, indagando su quanto egli aveva lasciato incompiuto. Uno dei risultati di tali ricerche fu la pubblicazione di un lavoro che apparve sugli *Annals of Mathematics*, 67 (1958), con una introduzione di I. Kaplansky. Tale opera postuma si intitola: « Non isomorfismo di certi anelli continui ». Ma esisteva anche un gruppo di manoscritti non tali da essere pubblicati « sic et simpliciter » — e ciò per una ragione o per l'altra — ma che, tuttavia contenevano certi risultati di vasto interesse per il pubblico degli studiosi. Fu deciso di collocare tali manoscritti nella Biblioteca dell'Istituto « for Advanced Study » e di fare delle recensioni del loro contenuto nella raccolta di cui stiamo parlando. Altro materiale, costituito da manoscritti non condotti a termine, da note e da carte della corrispondenza scientifica di J. von Neumann si trova pure nella Biblioteca del sopra citato Istituto.

Il primo volume si apre con una presentazione — che è anche dichiarazione di pieno riconoscimento per la raccolta curata dal professor A. H. Taub, dell'Università dell'Illinois — da parte di Klara von Neumann Eckart; il volume stesso si conclude con una bibliografia completa dei lavori scientifici di John von Neumann e con un indice delle materie contenute nei sei volumi della raccolta delle opere dello scienziato, di cui stiamo parlando.

Il primo volume contiene ventisette Memorie scientifiche tutte in lingua tedesca, ad eccezione della prima (*The mathematician* « *The Works of the Mind* ») e della quinta (*Egyenletezen sürü számsorozatok*).

Temi generali dei lavori che appaiono in tale primo volume sono: la Logica, la Teoria degli insiemi e la Meccanica quantica. Infatti, ecco i titoli delle memorie che vi compaiono, oltre le due già citate, e che riguardano argomenti di Matematica pura:

- 1) Ueber die Lage der Nullstellen gervisser Minimumpolynome.
- 2) Zur Einführung der transfiniten Zahlen.

- 3) Eine Axiomatisierung der Mengenlehre.
- 4) Zur Prüferischen Theorie der idealen Zahlen.
- 5) Zur Theorie der Darstellungen Kontinuerlichen Gruppen.
- 6) Zur Hilbertschen Beweistheorie.
- 7) Die Zerlegung eines Intervalles in abzählbar viele Kongruente Teilmengen.
- 8) Ein System algebraisch unabhängiger Zahlen.
- 9) Ueber die Definition durch transfinite Induktion und verwandte Fragen der allgemeinen Mengenlehre.
- 10) Die Axiomatisierung der Mengenlehre.
- 11) Ueber eine Widerspruchsfreiheitsfrage der axiomatischen Mengenlehre.
- 12) Ueber die analytischen Eigenschaften von Gruppen linearer Transformationen und ihrer Darstellungen.
- 13) Ueber merkwürdige diskrete Eigenwerte.
- 14) Zur allgemeinen Theorie des Masses.
- 15) Zusatz zur Arbeit « Zur allgemeinen Theorie des Masses ».

Ed ecco i titoli dei lavori fisico-matematici:

- 1) Ueber die Grundlagen der Quantenmechanik.
- 2) Mathematische Begründung der Quantenmechanik.
- 3) Wahrscheinlichkeitstheoretischer Aufbau der Quantenmechanik.
- 4) Thermodynamik quantenmechanischer Gesamtheiten.
- 5) Einige Bemerkungen zur Diracschen Theorie des Drehelektrons.
- 6) Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons (I, II e III).
- 7) Ueber das Verhalten von Eigenwerten bei adiabatischen Prozessen.
- 8) Beweis des Ergodensatzes und des H-Theorems in der neuen Mechanik.

I lavori di von Neumann riguardanti la Meccanica quantica sono — come ben noto — di estrema importanza, soprattutto circa la grande questione se l'interpretazione probabilistica delle soluzioni delle equazioni differenziali della Meccanica medesima (derivante dal principio di indeterminazione di Heisenberg) sia una interpretazione « a livello ultimo » o meno.

In altre parole, in Meccanica quantica, si può domandarsi se non esistano delle « variabili nascoste », a livello delle quali rinasca il determinismo, in analogia a quanto avviene nella Meccanica statistica, nella quale esiste un « determinismo sottogiacente ».

Si può dire che la posizione di von Neumann è la più spinta in senso probabilistico. Negando la possibilità di esistenza di variabili « nascoste » del tipo di quelle cui abbiamo accennato, von Neumann considera quella che oggi si chiama l'interpretazione della Scuola di Copenaghen (Bohr, Born, Pauli, Dirac) come a livello ultimo: il probabilismo non ammette alcun determinismo sottogiacente; il determinismo è proprio soltanto del mondo macroscopico.

Contro una tale posizione di pensiero stanno notevoli indirizzi moderni (De Broglie, Vigier, Schönberg, Blohkinzev, etc.), sia pure per vie diverse, e sta la massiccia impostazione meccanicistica del pensiero einsteiniano.

I lavori che vengono riportati nel secondo volume della raccolta di A. H. Taub sono pure ventisette e riguardano: la Teoria degli operatori, la Teoria delle funzioni quasi-periodiche e la Teoria ergodica, nonché quella quasi-ergodica. Inoltre vi appaiono lavori a carattere topologico.

Per comodità del lettore e per ragioni di equilibrio rispetto a quanto abbiamo fatto circa il primo volume della raccolta di cui stiamo parlando,

diamo, di seguito, l'elenco completo dei lavori che appaiono nel secondo volume:

- 1) Allgemeine Eigenwerttheorie Hermitescher Funktionaloperatoren.
- 2) Zur Algebra der Funktionaloperatoren und Theorie der normalen Operatoren.
- 3) Zur Theorie der unbeschränkten Matrizen.
- 4) Ueber einen Hilfssatz der Variationsrechnung.
- 5) Ueber Funktionen von Funktionaloperatoren.
- 6) Algebraische Repräsentanten der Funktionen « bis auf eine Menge vom Masse Null ».
- 7) Die Eindentigkeit der Schrödingerischen Operatoren.
- 8) Bemerkungen zu den Ausführungen von Herrn St. Lesniewski ueber meine Arbeit: « Zur Hilbertschen Beweistheorie ».
- 9) Die formalistische Grundlegung der Mathematik.
- 10) Zum Beweise des Minkowskischen Satzes ueber Linearformen.
- 11) Ueber adjungierte Funktionaloperatoren.
- 12) Proof of quasi-ergodic Hypothesis.
- 13) Physical applications of the ergodic Hypothesis.
- 14) Dynamical Systems of continuous Spectra.
- 15) Ueber einen Satz von Herrn M. H. Stone.
- 16) Einige Satze ueber messbare Abbildungen.
- 17) Zur operatorenmethode in der Klassischen Mechanik.
- 18) Zusätze zur Arbeit: « Zur Operatorenmethode in der Klassischen Mechanik ».
- 19) Die Einführung analytischer Parameter in topologischen Gruppen.
- 20) A Koordináta - Mérés Pontosságának határai az Elektron Dirac-Ffle elméleteben (Ueber die Grenzen der koordinatenmessungs - Genauigkeit in der Diracschen Theorie des Elektrons).
- 21) On an algebraic generalisation of the quantum mechanical formalism.
- 22) Zum Haarschen Mass in topologischen Gruppen.
- 23) Almost periodic Funktionen in a Group I.
- 24) The Dirac equation in projective Relativity.
- 25) On complete topological spaces.
- 26) Almost periodic Funktionen in Groups II.
- 27) Comparison of Cells (questo lavoro è riassunto da G. Hunt).

A pagina 567 del secondo volume, come a pagina 653 del primo, appare una esposizione completa degli argomenti contenuti nei sei volumi previsti di opere scientifiche, raccolte da A. H. Taub di von Neumann.

Riteniamo utile avvertire il lettore delle grandi linee della struttura dei volumi successivi ai primi due. Il terzo volume conterrà la raccolta dei lavori relativi agli « Anelli di operatori », il quarto i lavori di « Geometria continua ed altri argomenti ». I volumi quinto e sesto conterranno, rispettivamente, i lavori relativi alla « Progettazione di macchine calcolatrici, teoria degli automatismi ed analisi numerica » ed i lavori di « Teoria dei giochi, Astrofisica, Idrodinamica e Meteorologia ».

La veste tipografica, curata dalla Pergamon Press, è altamente dignitosa.

M. RICHARDSON, *Éléments de Mathématiques modernes*, Dunod, Parigi, 1963, di pagine 628, 14 x 22, con 269 figure, 39 F (trad. in francese di R. De Marcillac, dall'originale americano).

L'opera è suddivisa in diciotto capitoli, il primo dei quali è dedicato all'esposizione del piano generale e degli scopi del lavoro stesso, oltre che ad alcuni utili avvertimenti per il lettore.

Il secondo capitolo tratta delle relazioni fra Logica, Matematica e Scienza in generale, ed è articolato su dieci paragrafi dei quali segnaliamo in particolare il quinto dedicato alla Logica « induttiva » ed alle scienze sperimentali ed il nono, che tratta della assiomatica e delle teorie scientifiche.

Il terzo capitolo concerne i numeri naturali ed il quarto la progressiva estensione dei numeri.

Il quinto capitolo (« Logica dell'algebra ») tratta sostanzialmente la teoria dei polinomi e delle equazioni algebriche, nonchè i sistemi di equazioni lineari.

Il sesto capitolo è dedicato al calcolo aritmetico. Segnaliamo qui, in particolare il 55° paragrafo, dedicato ad un cenno sui Calcolatori elettronici numerici ed il seguente, nel quale si dà l'idea di che cosa è la Teoria della informazione.

Il settimo capitolo concerne l'« Algebra della Logica ». Nel 60° paragrafo e nel seguente si espongono le idee basilari dell'Algebra di Boole e della Algebra delle proposizioni, per darne poi alcune applicazioni ai relais elettrici.

Nell'ottavo capitolo, si parla dei « problemi non risolti ». Vengono poi quattro capitoli ad argomento tradizionale: Geometria analitica, funzioni, limiti, Calcolo differenziale ed integrale, funzioni trigonometriche.

Particolare interesse presentano poi i capitoli successivi, dedicati, rispettivamente, alla Probabilità e alle Statistiche, ai Numeri naturali e alla induzione matematica, ai Numeri cardinali, finiti e transfiniti, alle Geometrie non euclidee. Il capitolo decimosettimo, dal titolo « Alcune scienze matematiche semplici », contiene un cenno sulla Teoria dei gruppi; l'ultimo capitolo tratta del rapporto fra Matematiche pure e Matematiche applicate e viene poi a considerare le Matematiche come uno dei più importanti settori dell'attività umana, come uno dei più grandiosi successi dell'attività creatrice dello spirito.

Il libro — indirizzato agli studenti in Scienze economiche, politiche e sociali — è un'opera in cui si dà, della Matematica elementare, una esposizione veramente moderna, mettendo l'accento *non* sulla Tecnica più o meno meccanica di calcolo, *non* sulle nozioni, ma sui concetti essenziali. Bella la veste tipografica.

ANTONIO PIGNEDOLI

G. LEFORT, *Algèbre et Analyse - Exercices - Illustration du Cours de Mathématiques générales*, Dunod, Paris, 1964, di pagine 568, 16 x 25, con 29 figure, 46 F.

L'opera è destinata agli allievi delle Facoltà di Scienze e punta, in senso moderno, a fornire una raccolta d'esercizi relativi tanto all'Algebra quanto all'Analisi, riuscendo pienamente nello scopo.

L'ordine con cui si sussegue la materia è quello del corso di « Mathématiques générales » di Pisot e Žamansky.

Il volume è suddiviso in otto parti, contenenti, rispettivamente: la prima esercizi sulle nozioni generali e sulle strutture algebriche fondamentali; la seconda i numeri complessi, i polinomi e le frazioni razionali; la terza problemi di Algebra lineare e multilineare; la quarta questioni concernenti le funzioni reali di una variabile reale, la continuità, la deviazione, le successioni di numeri e di funzioni; la quinta la teoria dell'integrazione; la sesta le applicazioni di R in R^p , di R^p in R o R^p , di C in C , gli integrali curvilinei, gli integrali doppi e tripli; la settima le serie di numeri e le serie di funzioni; l'ottava le equazioni differenziali ed i sistemi differenziali lineari. Ogni parte del volume è preceduta da un richiamo dei teoremi fondamentali usati di frequente, con indicazioni utili per la loro utilizzazione.

Nelle dimostrazioni vengono ricordati gli enunciati dei teoremi che si applicano o si utilizzano, con particolare, frequente riferimento al corso di *Pisot e Zamansky*.

Le questioni algebriche sono anteposte, nella loro totalità (anche finalisticamente) alle questioni aventi carattere analitico, anche se la maggior parte delle questioni analitiche non presuppongono che le nozioni algebriche fondamentali.

Particolarmente nutrite sono le parti terza e quarta del volume, le quali sono, a loro volta, suddivise in capitoli.

La parte terza è suddivisa in quattro capitoli: il primo di essi concerne gli spazi vettoriali, le applicazioni e forme lineari; il secondo le matrici, i determinanti e le equazioni lineari; il terzo capitolo concerne gli autovalori e la riduzione delle matrici; il quarto gli spazi euclidei e le forme quadratiche.

La quarta parte è impostata su due capitoli, il primo dei quali è dedicato agli insiemi limitati, alle successioni, ai limiti, alle funzioni continue ed alla convergenza uniforme; mentre il secondo riguarda gli esponenziali, i logaritmi ed altre funzioni usuali, nonchè le derivate.

Come si vede, gli argomenti trattati dicono chiaramente il carattere di modernità della raccolta, di grandissima utilità per l'applicazione di nozioni di importanza concettuale decisiva per la formazione odierna del matematico (strutture algebriche, algebra lineare etc.) e di fronte alla necessaria evoluzione dell'insegnamento.

Ogni esercizio è dotato di soluzione e le dimostrazioni sono fornite integralmente. Bella la veste tipografica.

ANTONIO PIGNEDOLI