Recensioni.

* Leonida Tonelli, Opere scelte, Edizioni Cremonese, Roma, 1960 (Guido Stampacchia)
* Caius Jacob, Introduction Mathématique à la Mécanique des Fluides, Édition de la République Populaire Roumaine, Bucarest, Gauthier-Villars, Paris, 1959 (Cataldo Agostinelli)
* M.lle Hugette Delavault, Les transformations intégrales à plusieurs variables et leurs applications, Mém. Sc. Math., Paris,1961 (Giovanni Sansone)
* Convegno internazionale di Teoria dei Gruppi finiti ed Applicazioni, Edizioni Cremonese, Roma, 1960 (Davide Carlo Demaria)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **16** (1961), n.2, p. 167–171.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1961_3_16_2_167_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1961.

RECENSIONI

LEONIDA TONELLI, "*Opere scelte*", a cura dell'Unione Matematica Italiana e col contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche, Volume I Funzioni di variabile reale (Edizioni Cremonese, Roma 1960, pp. 604, L. 6.000).

Questo volume costituisce il primo di una serie di quattro destinati a riprodurre le Memorie e le Note di LEONIDA TONELLI. Esso è dedicato alla teoria delle funzioni di variabili reali; i due successivi saranno dedicati al calcolo delle variazioni e l'ultimo alle ulteriori pubblicazioni (serie trigonometriche, equazioni differenziali ordinarie, equazioni integrali, funzioni analitiche etc...).

Una circonstanziata biografia del TONELLI ed un'ampia analisi di tutta la sua produzione apre il volume. Questa premessa riproduce, con alcune varianti, il necrologio pubblicato da S. CINQUINI nel 1946 nella rivista che LEONIDA TONELLI aveva magistralmente diretto: gli Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa.

La teoria delle funzioni di variabile reale, sorta sulla base della critica ai fondamenti dell'analisi matematica effettuata in Germania da DEDEKIND, CANTOR, WEIERSTRASS etc., si fonda sull'opera di ULISSE DINI « Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali » e si sviluppa, sopratutto in Francia ed in Italia, con l'indagine di BOREL, LEBESGUE, VITALI, DENJOY, etc.

L'opera del TONELLI, sin dall'inizio, si inserisce in questo campo di ricerche ed alcuni risultati divenuti immediatamente classici hanno notevolmente influenzato la successiva produzione matematica. Con l'opera del TONELLI la teoria delle funzioni di variabile reale abbandona la fase iniziale per divenire strumento essenziale dell'Analisi.

Giustamente trovano posto in questo volume tutti i lavori del TONELLI relativi al problema dell'approssimazione delle funzioni. Questi lavori si sviluppano, sin dalla sua tesi di laurea, dedicata all'estensione al caso di funzioni di due variabili del metodo di approssimazione di TCHEBYCHEV, si ampliano mediante una fondamentale Memoria sui polinomi di approssimazione di STIELTJES, assumono aspetti sempre più interessanti in relazione alle classi di funzioni assolutamente continue ed a variazione limitata in più variabili, introdotte dall'Autore stesso, e ai vari problemi cui andava via via interessandosi. Anche il procedimento di approssimazione mediante medie integrali viene considerato dal TONELLI. Molti di questi risultati sono alla base dell'analisi più moderna ed astratta relativa ai prodotti di convoluzione con nuclei « regolarizzanti ».

Ma sono i problemi di natura geometrica che hanno maggiormente affascinato il TONELLI; sin dall'inizio della sua attività scientifica, utilizzando un classico risultato di VITALI, egli trova le condizioni necessarie e sufficienti affinchè la lunghezza di una curva sia data dall'integrale classico. Su questo problema il TONELLI è ritornato in seguito per darne una dimostrazione più breve ed agile. Un procedimento originale di natura geometrica gli permette di dimostrare l'esistenza quasi ovunque del differenziale dello arco e la relazione: $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, Lo stesso procedimento viene ripreso per risolvere il problema, trattato da LEBESGUE e VITALI, della ricerca delle funzioni primitive. Come questo, gran parte dei teoremi e delle tecniche di TONELLI sono presentate sotto forma geometrica.

Per studiare, in modo magistrale, il problema della quadratura della superficie della forma $z = f(x, y)$ il TONELLI introduce le note classi di funzioni a variazione limitata ed assolutamente continue. Queste classi di funzioni, opportunamente ampliate, costituiscono oggi le più naturali classi funzionali per studiare numerosi problemi di Analisi.

Numerosi altri contributi del TONELLI alla teoria delle funzioni di variabili reali si trovano nel volume; ricorderemo « brevemente » la sua tesina di laurea dedicata ad una questione relativa alle funzioni derivate, una Nota che estende un risultato di E. LEVI su una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche, una Nota sulla continuità e la derivabilità di un integrale rispettò ad un parametro, una Nota nella quale il TONELLI dimostra, in ipotesi molto ampie, una diseguaglianza fra il valore quadratico medio di una funzione e quello della sua derivata.

Degli altri numerosi risultati del TONELLI mi limiterò qui a ricordare un complemento apportato al teorema di FUBINI sugli integrali multipli, oggi universalmente noto come teorema di FUBINI-TONELLI, il quale costituisce uno strumento essenziale di moderne teorie come quella del potenziale

Trovano posto nel volume anche alcune conferenze relative alla teoria delle funzioni di variabile reale che, ripetendo le parole di G. SANSONE, costituiscono una « mirabile sintesi geometrico-analitica » della teoria in questione.

GUIDO STAMPACCHIA

CAIUS JACOB, *Introduction Mathématique à la Mécanique des Fluides*. Bucarest, Éditions de l'Académie de la République Populaire Roumaine - Paris, Gauthier-Villars 1959.

Si tratta di un grosso volume di 1282 pagine del giovane professore di Meccanica dei Fluidi dell'Università di Bucarest, CAIUS JACOB, già allievo di H. VILLAT alla Facoltà di Scienze di Parigi. L'opera è la traduzione francese di quella pubblicata in lingua rumena nel 1952, ma completata e ampliata, tenendo conto dei progressi più notevoli compiuti nella dinamica dei gas dopo il 1950.

Non è, come afferma lo stesso autore nell'introduzione, un trattato completo di meccanica dei fluidi, ma piuttosto, come indica lo stesso titolo dell'opera, un'ampia esposizione di quelle teorie matematiche che costituiscono il necessario fondamento per lo studio dei problemi relativi alla Scienza dei fluidi. Ma le applicazioni alle questioni più importanti di questa scienza e i metodi di lavoro più moderni messi a disposizione, offrono allo studioso la possibilità di iniziarsi facilmente alla ricerca in questo dominio.

Una prima parte dell'opera, a carattere introduttivo, è dedicata allo studio delle funzioni armoniche in due variabili, che di per sé si presentano nello studio dei movimenti piani, alla teoria della rappresentazione conforme, ai problemi ai limiti bidimensionali di DIRICHLET e di NEUMANN e ad alcuni problemi misti. Peccato che in queste questioni l'autore spesso divaga in considerazioni e sviluppi analitici non sempre del tutto necessari, mentre sarebbe stato opportuno semplificare la trattazione di alcune di esse, lasciando anche un po' di posto alla considerazione delle funzioni armoniche in tre variabili e ai problemi di DIRICHLET e di NEUMANN nello spazio, la cui conoscenza è pure molto utile nello studio della meccanica dei fluidi.

Nella seconda parte del volume vengono stabilite le equazioni classiche del movimento dei fluidi perfetti e quelle dei fluidi viscosi, con un ampio capitolo dedicato al moto piano di un fluido incompressibile. In essa si riscontrano nuovi contributi relativi al problema di POINCARÉ-STEKLOFF, sulla determinazione delle velocità in funzione dei vortici, nonchè alcuni sviluppi importanti concernenti il problema di DIRICHLET con date singolarità.

In una terza parte dell'opera vengono sviluppate alcune teorie sulla resistenza idrodinamica per i fluidi incompressibili, come quella della scia, dovuta a HELMHOLTZ e KIRCHHOFF, dando particolare rilievo ai contributi apportati da T. LEVI-CIVITA, da H. VILLAT, da U. CISOTTI e da altri. In essa, oltre la teoria dell'ala di ampiezza infinita di JOUKOWSKY, viene esaminata quella dell'ala di ampiezza finita di PRANDTL, nonchè la teoria dell'ala sottile e il problema dell'ala a getto, che fa capo alle ricerche di MALAVARD e KADOSCH, con l'esposizione di alcuni metodi recenti di risoluzione dell'equazione integro differenziale di PRANDTL.

Le parti successive, che occupano la seconda metà del volume, sono dedicate ai fluidi compressibili. Così nella parte quarta, dopo aver premesso uno studio sulla propagazione per onde di discontinuità in un fluido ideale ed aver esposte alcune generalità sulla teoria delle caratteristiche dei sistemi di equazioni alle derivate parziali, l'autore passa a sviluppare ampiamente il metodo odografico, in dinamica dei gas, metodo dovuto in essenza ad S. A. TCHAPLIGUINE, insistendo specialmente sulle applicazioni che lo stesso TCHAPLIGUINE, e così pure l'autore, hanno fatto alla teoria dei getti gassosi subsonici. Viene inoltre considerato l'efflusso supersonico con uno studio adeguato sulle onde d'urto.

Nella quinta ed ultima parte infine l'autore sviluppa i metodi approssimati che vengono utilizzati nella dinamica subsonica, supersonica e transonica dei gas, insistendo sui metodi diretti come quelli di RAYLEIGH-JANZEN, IAMAÏ-LAMBA, e su quelli odografici, con applicazioni alla teoria dei getti gassosi e alle correnti subsoniche intorno a dei profili dati. Nel caso delle correnti subsoniche un posto notevole è riservato alla teoria dell'ala sottile che è trattata col metodo della linearizzazione, dando anche un ampio sviluppo alla teoria dei movimenti conici. Quest'ultima parte, particolarmente importante, segue da vicino gli ultimi progressi in questo ramo della scienza. Il volume pertanto si rende molto utile per la conoscenza di questi nuovi metodi nello studio del movimento dei fluidi.

CATALDO AGOSTINELLI

M.lle HUGUETTE DELAVAULT, « *Les transformations intégrales à plusieurs variables et leurs applications* », Mém. Sc. Math., 148 (Paris, 1961), 1-95.

Questo fascicolo della Signorina H. DALAVAULT presenta una rapida e felice rassegna della teoria delle trasformazioni integrali in più variabili, sopratutto alla luce dei risultati conseguiti dagli studiosi nell'ultimo trentennio.

L'A. nella sua breve introduzione, precisate alcune notizie bibliografiche, chiarisce subito al lettore le difficoltà proprie della teoria: mentre il passaggio dalle trasformazioni in una a quelle in più variabili è formalmente semplice, la dimostrazione per stabilire la validità delle formule così ottenute richiede il più delle volte una trattazione abbastanza delicata.

Il fascicolo è suddiviso in otto Capitoli ed è seguito oltre che da un indice bibliografico da tre appendici intese a richiamare alcune proprietà fondamentali sulla convergenza degli integrali multipli, sugli integrali di STIELTJES in due variabili e sulle operazioni di composizione.

Il Cap. I ha carattere generale, fissa la terminologia delle trasformazioni integrali e ne pone in risalto le proprietà caratteristiche.

I Capitoli II, III, IV, V riguardano rispettivamente le trasformazioni di FOURIER, di MELLIN con applicazioni alle risoluzioni di equazioni integrali e allo studio delle funzioni reciproche, di LAPLACE con applicazioni alla risoluzione di equazioni integrali e allo studio delle funzioni autoreciproche, di LAPLACE-HANCKEL.

I contributi di M. PICONE e di F. TRICOMI sono ricordati; così pure sono ripetutamente richiamati quelli di L. AMERIO.

Il Cap. VI sulle trasformazioni finite e il Cap. VII sulle trasformazioni di RIESZ sono abbastanza concisi.

Il Cap. VII sulle applicazioni delle trasformazioni alla risoluzione delle equazioni alle derivate parziali nello spazio a tre dimensioni verte sull'equazione del calore, sull'equazione delle onde, sulle equazioni di MAXWELL, sull'equazione di VASILACH: il metodo delle trasformazioni e la sua potenza sono in tal modo bene illustrati.

Concludendo la Signorina H. DELAVAULT ha redatto una monografia che ben figura nel « Mémorial des Sciences Mathématiques » di H. VILLAT.

GIOVANNI SANSONE

Convegno internazionale di Teoria dei Gruppi finiti ed Applicazioni, edito a cura dell'Unione Matematiea Italiana; Edizione Cremonese, Roma (1960); L. 2500.

In questo volume sono presentati gli Atti dell'interessante Convegno Internazionale sulla teoria dei gruppi finiti e le sue applicazioni, organizzato dall'Istituto Matematico dell'Università di Firenze e svoltosi in Firenze nei giorni 11-12-13 aprile 1960.

Le nove conferenze e le dieci comunicazioni ivi esposte vertono sui due argomenti del convegno, e precisamente: le relazioni di SZÈP, MARCHIONNA TIBILETTI, WIELANDT, LOONSTRA, HIGMAN e le comunicazioni di TAMASCHKE, DLAB, CURZIO, MAGARI, ZAPPA si riferiscono più strettamente alla teoria dei gruppi finiti e presentano le questioni che attualmente interessano i cultori di detta teoria; mentre le conferenze di SANSONE, SEGRE, MORIN, LOMBARDO RADICE e le comunicazioni di TALLINI, TALLINI SCAFATI, WAGNER, PANELLA, BARLOTTI, studi non meno importanti dei precedenti, offrono un ampio panorama delle svariate applicazioni della teoria dei gruppi a diversi rami della matematica, quali ad es. le sostituzioni lineari, i campi di GALOIS, la geometria elementare, gli spazi grafici su campi di GALOIS ed i piani grafici non desarguesiani.

Passando ora in modo dettagliato, seppure rapido, al contenuto delle relazioni — seguendo l'ordine in cui vennero pubblicate — anzitutto SANSONE esamina alcuni problemi della teoria classica delle sostituzioni lineari, soffermandosi su alcune questioni insolute: la caratterizzazione aritmetica del gruppo riproduttore di una certa funzione modulare, la caratterizzazione del gruppo che suddivide lo spazio iperbolico in dodecaedri regolari, la validità di una congettura del BIANCHI sopra il numero delle classi degli ideali di un corpo quadratico immaginario. Termina proponendo di cercare una estensione del teorema di diramazione del KLEIN (Verzweigungsatz) valida per i sottogruppi del gruppo di PICARD.

SZÈP riassume in breve i risultati finora ottenuti sui gruppi fattorizzabili, sia rispetto al problema di determinare la struttura di un gruppo fattorizzabile, sia rispetto al problema dell'« ampliamento », vale a dire della determinazione di tutti i gruppi i cui fattori siano isomorfi a gruppi assegnati, e che soddisfacciano inoltre a determinate condizioni.

MARCHIONNA TIBILETTI, riallacciandosi al concetto di prodotto completo di due o più gruppi, introdotto da KRASNER e KALOUJNINE, riesce a caratterizzare tutti i prodotti di due gruppi permutabili, i cui fattori A e B siano isomorfi a due gruppi assegnati A^* e B^*, sia quando l'intersezione $A \cap B$ è l'unità, sia nel caso in cui detta intersezione è un gruppo proprio. Aggiunge inoltre alcune interessanti estensioni dei risultati precedenti, tra cui sono particolarmente notevoli quelle relative ai prodotti ordinati di più gruppi.

WIELANDT studia la struttura aritmetica e la struttura normale di un gruppo finito. Assegnati alcuni teoremi sulla struttura aritmetica di un gruppo per cui non è necessaria alcuna conoscenza di quella normale, esamina poi l'influenza di ciascuna delle due strutture sull'altra.

SEGRE collega la teoria dei gruppi ai campi di GALOIS, presentando alcuni suoi risultati sulla determinazione del numero delle soluzioni di un qualsiasi sistema di equazioni algebriche sopra un campo di GALOIS. In tale determinazione giuoca un ruolo essenziale una certa matrice M, non soltanto perchè l'annullarsi del determinante di M è condizione caratteristica per la compatibilità del sistema assegnato, ma anche perchè la differenza tra l'ordine ed il rango di M fornisce il numero delle soluzioni. Il relatore offre poi suggestive applicazioni del risultato precedente alle geometrie di GALOIS, determinando in maniera esplicita il numero dei punti di certe curve algebriche appartenenti a piani finiti desarguesiani.

LOONSTRA esamina alcuni modi possibili per introdurre delle relazioni di dualità nella teoria dei gruppi, considerando in modo particolare la dualità di MAC LANE, in cui si corrispondono sottogruppi tra loro omomorfi. Per essa sono anche forme duali il prodotto diretto $A \times B$ di due gruppi A e B ed il loro prodotto libero $A * B$.

HIGMAN espone alcune recenti ricerche del suo allievo CROSS. In esse si dimostra che per speciali classi di gruppi (ad es. per i gruppi a gruppo derivato nilpotente) si può rispondere in modo affermativo alla seguente questione posta nel 1939 da B. H. NEUMANN: Dato un gruppo finito G, esiste sempre una base finita per ogni relazione valida identicamente in G?

MORIN presenta la geometria elementare come scienza applicata della teoria dei gruppi, in quanto, fissato il gruppo Γ delle congruenze di un piano π, ogni retta ed ogni punto di π vengono associati alla simmetria rispetto a quella retta o a quel punto e le proprietà del piano si deducono da analoghe proprietà del gruppo Γ. Enuncia infine alcuni risultati sulla geometria della retta da lui studiata assieme all'allievo BUSULINI.

LOMBARDO RADICE dedica la sua esposizione ai lavori finora pubblicati sopra la struttura del gruppo delle collineazioni di un piano grafico finito non desarguesiano. Tra i molti risultati riferiti ci pare degna di nota la seguente proposizione di HUGHES: Tutte le classi di quasicorpi distributivi propri finiti (finora noti) dànno luogo a piani grafici, il cui gruppo delle collineazioni è risolubile.

DAVIDE CARLO DEMARIA