Bollettino
Unione Matematica Italiana

Luigi Tenca

Una particolare elica sferica.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **9** (1954), n.4, p. 451–454.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1954_3_9_4_451_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1954.

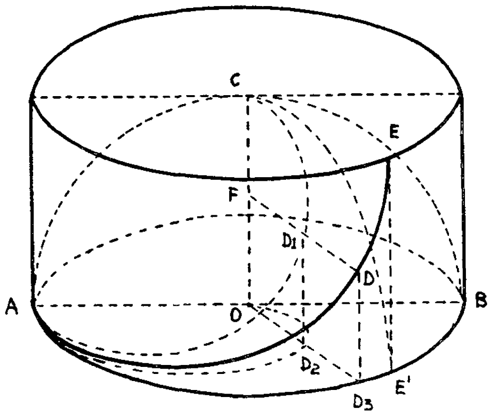
[42,1] |11: ne viene censi di censi; |14 da censi di censi di censi; |20: da promico; |25: da cubo di censo.

[42,2] |3: da cubi relati; |9: da censi di censi; |14: ne viene cubi di censi.

NB. — Sulla risoluzione delle equazioni di grado superiore al secondo, e in particolare su quelle di 3° grado, contenute in questa Algebra, redazione B, si veda A. Procissi, loc. cit., pp. 19-22.

nel punto A e in un punto E della circonferenza della base superiore del cilindro, pel quale $\omega = \frac{1}{m}$. Abbassando da E la perpendicolare alla base della semisfera, essa incontra la circonferenza della base stessa in un punto E'.

Da un punto D dell'elica cilindrica conduciamo la perpendicolare DF alla CO e sia D_1 il punto in cui il segmento DF incontra la superficie sferica: quando D percorre l'elica cilindrica, D_1 descrive un'elica sferica della quale si considera l'arco avente gli estremi in A e in C.



Se tracciamo da D_1 la perpendicolare D_1D_2 alla base della semisfera, abbiamo che quando D_1 percorre l'elica sferica, D_2 descrive una spirale nel piano di base.

Prendendo in questo piano OA come asse polare, O come polo di riferimento, indicando con ω (argomento) e con $\rho_1 \leq 1$ (modulo) le coordinate polari piane di un punto (ω è ancora quello prima considerato), senso positivo antiorario, si ha che l'equazione della spirale è $\rho_1 = \sqrt{1 - m^2\omega^2}$; prendendo poi ACO per quadrante di riferimento (senso positivo antiorario) e C per polo di riferimento, essendo ρ (modulo) eguale all'arco CD_1 di circonferenza massima $\left(0 \leq \rho \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ω (argomento) le coordinate polari sferiche di un punto della semisuperficie sferica, si ha che l'equazione dell'elica sferica in queste coordinate è $\rho = \text{arc} \cos m\omega$.

Chiamando S la porzione della superficie sferica limitata dall'arco AC di elica sferica, dal quadrante CE' di circonferenza massima, dall'arco $AE' = \frac{1}{m} \leq 2\pi$, abbiamo, indicando con s l'area di detta porzione

$$s=\iint_S \rho_1 d\rho d\omega=\iint_S \operatorname{sen}\rho d\rho d\omega=\int_0^{1/m}\Big|-\cos\rho\Big|_\rho^{\pi/2} d\omega=\frac{1}{2m}$$

cioè S è equivalente al settore circolare AOE'.

L'area della superficie piana limitata dall'arco AO di spirale con la sua corda AO è $=\frac{1}{2}\int_0^{1/m}(1-m^2\omega^2)d\omega=\frac{1}{3m}$ cioè a $\frac{2}{3}$ di s, e quindi a $\frac{2}{3}$ di quella del settore AOE'.

Indicando con v il volume della porzione della semisfera limitata dal quadrante COE' di cerchio massimo, da parte della superficie cilindrica che si ottiene proiettando ortogonalmente sulla base della semisfera l'arco AC dell'elica sferica, e dalla proiezione ortogonale S' di S sulla base della semisfera, abbiamo:

$$v=\iint_{S'} \rho_1 d\omega \cos\rho d\rho_1=\iint_{S'} \rho_1 d\rho_1 m\omega d\omega=\frac{m}{2}\int_0^{1/m}\Big|\rho_1^2\Big|_0^{\sqrt{1-m^2\omega^2}}\omega d\omega=\frac{1}{8m}$$

cioè v è un quarto del volume del settore cilindrico avente per base il settore circolare AOE',

Per $m=\frac{1}{2\pi}$, cioè per un'elica sferica *che compie un intero giro* si ha $s=\pi$, cioè un'elica che con l'arco di circonferenza massima che ne unisce gli estremi divide la semisuperficie sferica in due parti equivalenti; per $m=\frac{1}{\pi}$, cioè per un'elica che *compie un semigiro*, si ha un arco di elica che divide un fuso, il quale è la metà della semisuperficie sferica, in due parti equivalenti; in generale se si considera un valore qualunque $\frac{1}{m}<2\pi$ dell'arco AE' si ha che il triangolo sferico di vertici A, C, E' della semisurperficie sferica è diviso dall'arco di elica sferica AC in due parti equivalenti, inoltre il corrispondente arco di spirale cilindrica AE divide pure la porzione di superficie cilindrica limitata, nel loro ordine positivo, dai due segmenti di generatrici rispettivamente passanti per A e per E', in due parti equivalenti e ciascuna di queste porzioni è equivalente al corrispondente triangolo sferico ACE'.

3. Fra le volte sferiche a quattro *punte* aventi quattro *finestre* eguali, *analoghe* a quelle del VIVIANI, da lui chiamate vele *primarie*, ne possiamo considerare tre tipi interessanti.

I. Volte tali che in ciascuna di esse la somma delle aree delle quattro finestre è eguale all'area della volta. Per ottenere una di queste finestre basta ricorrere all'elica sferica di equazione $\rho = \text{arc cos} \frac{2\omega}{\pi}$.

II. Volte tali che l'area di ciascuna di esse sia eguale a *quattro*: si ha la vela fiorentina del VIVIANI (2). Per ottenere una di queste finestre basta ricorrere all'elica sferica di equazione $\rho = \omega$ (3).

III. Volte tali che l'area di una finestra sia eguale a *uno*: si ha la volta del LEIBNIZ (4), per la quale la somma delle quattro finestre è eguale a *quattro*, valore che dà l'area della vela fiorentina del VIVIANI. Per ottenere una di queste finestre basta ricorrere all'elica sferica di equazione $\rho = \text{arc cos}\,(1 - \text{sen}\,\omega)$.

(2) Cfr. V. VIVIANI. - *Formazione e misura di tutti i cieli....* Tip. P. Martini, Firenze, 1692.

(3) Cfr. G. GRANDI. - *Geometrica demonstratio Vivianeorum problematum....* Tip. G. Guiducci, Firenze, 1699.

(4) Cfr. G. G. LEIBNIZ. - *Constructio Testudinis Quadrabilis Haemisphaericae.* Acta Eruditorum, Lipsiae, 1692, pp. 275-9

Il Padre TOMASO CEVA, in una lettera al VIVIANI, in data 14 luglio 1694, da Milano (Bibl. Naz. di Firenze, *Discepoli di* GALILEO, t. 147°, cc. 160-1), fa una critica alla risoluzione del LEIBNIZ, il quale ricorre all'*ungula cilindrica,* osservando, fra l'altro, che egli quadra esattamente non la volta, come voleva il VIVIANI, ma una finestra. che, impropriamente, chiama *carbasi.*