UMI

Recensioni.

* M. Picone e G. Fichera, Trattato di Analisi Matematica, Vol. I, Tumminelli Editore, Roma, 1954 (Carlo Miranda)
* Studia Ghisleriana, Serie IV, Vol. I, Bocca, Milano, 1952 (Mario Villa)
* Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique , N. LII (Géométrie Différentielle), Édition du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1953 (Mario Villa)
* Théodore Vogel, Le functions orthogonales dans les problemes aux limites de la physique mathematique, Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1953 (Dario Graffi)
* Walter Grossmann, Grundzüge der Ausgleichungsrechnuug, Springer-Verlag, Berlin, 1953 (Paolo Dore)
* P. J. Hilton, An introduction to homotopy theory, Cambridge University Press, 1953 (Michelangelo Vaccaro)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **9** (1954), n.2, p. 202–207.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1954_3_9_2_202_0>

RECENSIONI

M. Picone e G. Fichera, *Trattato di Analisi Matematica*, Vol. I, Tumminelli Editore, Roma, 1954, pp. 520.

Nell'insegnamento dell'Analisi Matematica rivolto agli studenti di matematica, di fisica e di ingegneria si sono sempre manifestati due diversi indirizzi metodologici. Da un lato si sostiene l'opportunità di valersi largamente di procedimenti induttivi, di andare sempre cioè dal particolare al generale, presentando dapprima le varie questioni nella loro forma più semplice ed intuitiva e pervenendo alle formulazioni più generali solo per via di successive estensioni. Dall'altro si preferisce di porre fin dal principio i vari problemi nella loro forma più generale sia per abituare gli allievi alla necessita del più assoluto rigore che per sviluppare al massimo la loro capacità di astrazione.

Benchè personalmente io sia fautore di una posizione per così dire di giusto mezzo, ascrivo però a mia somma fortuna di essermi potuto formare scientificamente alla Scuola di Mauro Picone che della seconda tendenza è certo uno dei più convinti e tenaci assertori. E per gli anni trascorsi al fianco del mio Maestro posso essere buon testimone della singolare efficacia del suo insegnamento non solo per quanto riguarda la formazione dei futuri ricercatori ma anche nei confronti degli studenti di fisica e di ingegneria. Ciò perchè l'estrema generalità con cui egli suole impostare i suoi corsi di primo biennio non è mai fine a sè stessa ma è sempre intesa a fornire ai futuri cultori di scienze applicate i mezzi di indagine di più vasta e sicura portata. Naturalmente l'orientamento didattico del Picone risponde a una concezione aristocratica della scienza e, richiedendo negli allievi la capacità di un notevole sforzo, risulta estremamente efficace soprattutto nei riguardi dei migliori, provocando invece fra i meno dotati una severa selezione. Ma di ciò nessuno vorrà certo dolersi in un'epoca come la nostra in cui di una tale selezione si sente sempre più vivo il bisogno.

Queste premesse erano necessarie per chiarire quale sia l'indirizzo a cui si ispira il Trattato oggetto di questa recensione. Quest'opera, per la quale il Picone si è valso della preziosa collaborazione di G. Fichera, è il frutto di un'esperienza di insegnamento più che trentennale e in un certo senso riassume e corona la lunga serie di pubblicazioni didattiche del suo Autore, iniziatasi nel 1924 con la presentazione, a cura del Circolo Matematico di Catania, di quelle Lezioni di Analisi Infinitesimale in cui per la prima volta egli affermò vigorosamente gli intendimenti a cui avrebbe ispirato la sua opera di Maestro.

Il piano generale di questo Trattato è però assai più vasto di quello degli ordinari corsi di Analisi Matematica, perchè nei tre volumi che sono previsti esso dovrà comprendere anche i primi capitoli dell'Analisi Superiore. Di questi tre volumi il secondo e il terzo saranno dedicati alle applicazioni, sia di carattere più elementare: equazioni algebriche, teoria delle serie, equazioni differenziali, calcolo numerico, geometria differenziale, sia di carattere superiore: approssimazione lineare delle funzioni, equazioni alle derivate parziali, calcolo delle variazioni. Nel primo volume invece, che è il solo finora pubblicato, sono sviluppati i fondamenti dell'analisi algebrica e infinitesimale.

Dei cinque capitoli in cui si suddivide questo volume il primo è dedicato all'analisi algebrica. Introdotta nel § 1 la nozione di numero complesso (quella di numero reale essendo presupposta nota), si passa nel § 2 a dare i primi elementi dell'analisi combinatoria. Nel § 3 si pongono poi i concetti fondamentali di matrice e di determinante e si sviluppa la teoria dei sistemi di equazioni lineari, facendo largo uso di notazioni vettoriali, in virtù delle quali viene data agli enunciati dei teoremi una forma diversa dalla consueta ma assai suggestiva. Vedasi per es. l'enunciato della condizione di compatibilità di un sistema di equazioni lineari algebriche e quello del teorema di HADAMARD di maggiorazione del modulo di un determinante,ecc. Il calcolo delle matrici viene poi ulteriormente approfondito nel § 4 con particolare riguardo alla teoria delle sostituzioni lineari; con ciò si pongono le premesse per lo studio, svolto nel § 5, delle forme quadratiche hermitiane. Nel § 6 infine vengono presi in esame vari procedimenti per la risoluzione numerica (esatta) dei sistemi di equazioni lineari.

Il cap. II, dedicato ai fondamenti dell'analisi infinitesimale, è forse quello in cui l'indirizzo didattico del Picone si manifesta nel modo più radicale. La teoria dei limiti è svolta infatti, nel § 1, in forma generalissima prendendo come punto di partenza la nozione di variabile ordinata proveniente da un insieme ordinato di operazioni e dando come primo concetto relativo a tali variabili quello di minimo e massimo limite. La trattazione è resa ancora più generale dalla considerazione di operazioni che hanno per risultato una variabile puntuale a r *componenti* (vettore) e dalla introduzione per queste ultime della nozione di variazione totale. Analoga generalità si riscontra anche nella presentazione, fatta nei §§ 2 e 3, degli elementi fondamentali della teoria degli insiemi di punti di un S_r e delle funzioni di r variabili reali. Anche qui accanto alle funzioni numeriche si considerano sovente le funzioni vettoriali. Tale generalità non va però a scapito della chiarezza dell'esposizione perchè essa non è mai disgiunta dalla più assoluta precisione nella formulazione dei concetti fondamentali.

Più aderente agli schemi classici è invece il Cap. III nel quale in due paragrafi, dedicati rispettivamente alle funzioni di una e di più variabili, si dà un'esauriente trattazione del calcolo differenziale e delle sue applicazioni. Notevoli in questo capitolo la dimostrazione del teorema fondamentale sulle funzioni implicite, condotta a termine molto rapidamente col procedimento di minimo di K. KOWALEWSKI (Determinantentheorie, 1909), e un'estesa trattazione del problema della dipendenza funzionale.

Alla teoria dell'integrazione è poi dedicato il Cap. IV suddiviso in tre paragrafi riguardanti, rispettivamente, la teoria dell'integrazione riemanniana in un insieme limitato qualunque, la stessa teoria in un insieme misurabile secondo Jordan, il problema dell'integrazione elementare indefinita per le funzioni di una variabile. Da notare che la generalità di trattazione conseguita nel Cap. II consente agli Autori di affrontare il problema dell'integrazione direttamente per le funzioni r variabili. Il capitolo contiene anche una trattazione elementare della teoria delle funzioni additive di dominio, nonchè lo studio dei baricentri delle figure nel piano e nello spazio e di svariate formule di quadratura e di cubatura. Salvo che per le funzioni di una variabile lo studio della tecnica dell'integrazione (formule di riduzione, cambiamento di variabili ecc.) viene invece rinviata al volume II.

Nel Cap. V infine si introducono le nozioni di derivata e di integrale per le funzioni di una variabile complessa, si compie un approfondito studio delle funzioni olomorfe elementari e si dà la nozione di rappresentazione conforme fra due piani illustrandola con molti esempi.

Questo il contenuto del volume che, ricco di belle illustrazioni, viene presentato dall'Editore Tumminelli in un'eccellente veste tipografica. Dall'esame che ne abbiamo compiuto risulta già ben chiara l'importanza che potrà avere questo Trattato per la formazione scientifica dei nostri giovani, soprattutto quando ne sarà stata portata a compimento la pubblicazione integrale. Nell'interesse della Matematica italiana formuliamo pertanto l'augurio che a ciò possa pervenirsi al più presto.

CARLO MIRANDA

Studia Ghisleriana, Serie IV (Studi Matematici-Fisici), Vol. I, Bocca, Milano, 1952, pp. 149.

L'antico, celebre Collegio universitario Ghislieri di Pavia, fucina di professori universitari e di professionisti distinti, in collaborazione con l'Associazione ex-alunni del Collegio Ghislieri, ha iniziato un'importante pubblicazione intitolata « Studia Ghisleriana », in cui sono raccolti scritti di ex-alunni del Collegio.

Gli « Studia Ghisleriana » sono divisi in quattro serie. La 1ª è dedicata agli Studi giuridici, la 2ª agli Studi letterari-filosofici-storici, la 3ª agli Studi medici-biologici e infine la 4ª agli Studi matematici-fisici.

Il 1° volume degli Studi matematici-fisici è costituito dai sette articoli seguenti:

CASCI C. - Sulla risoluzione delle equazioni differenziali del moto dei missili.
TENCA L - Relazioni fra Gerolamo Saccheri e il suo allievo Guido Grandi.
CASTOLDI L. - Considerazioni ed ipotesi sul meccanismo macroscopico della plasticità.
CITRINI D. - Sistema di tre pozzi artesiani allineati.
VILLA M. - Alcune osservazioni sulle trasformazioni puntuali.
SARTORI R. - Onde elettromagnetiche con propagazione unidirezionale.
CALDIROLA P., FIESCHI R. e GULMANELLI P. - Teoria fenomenologica del comportamento della radiazione cosmica nell'atmosfera.

Ottima la veste tipografica.

MARIO VILLA

Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, N. LII (Géométrie Différentielle), Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1953, pp. 197.

Il Centro nazionale della ricerca scientifica francese ha pubblicato il volume che raccoglie le Conferenze tenute al Colloquio internazionale di geometria differenziale che si è svolto con tanto successo a Strasburgo dal 26 maggio al 1° giugno 1953 (si veda questo Bollettino, Ser. III, vol. VIII, p. 222, 1953).

Come scrivono gli organizzatori proff. Charles Ehresmann e André Lichnerowicz nella interessante prefazione al volume, il Colloquio si proponeva di mettere in luce alcune delle nuove vie in cui si muove la geometria differenziale. Si può dire, scorrendo il volume, che il Colloquio ha perfettamente raggiunto lo scopo.

Come scrivono gli organizzatori, è emerso dal Colloquio che la questione dei fondamenti della geometria differenziale viene ora ripresa da più parti: le nozioni fondamentali sono state generalizzate e queste generalizzazioni lasciano intravvedere problemi nuovi. Gli spazi di Riemann costituiscono sempre l'oggetto di importanti ricerche. Ma accanto ad essi altre strutture, più o meno nuove, vengono studiate, come i gruppi infiniti, le strutture complesse o quasi complesse, le strutture dedotte dal calcolo delle variazioni. Sono strutture che spesso appaiono nell'opera di Élie Cartan, opera da cui trae origine una parte notevole della produzione contemporanea e che, col passare del tempo, appare sempre più grandiosa.

Un'osservazione dei proff. Ehresmann e Lichnerowicz merita di essere qui riportata: parecchi conferenzieri sono pervenuti alla geometria differenziale dalla topologia oppure hanno sempre coltivato con lo stesso interesse sia la geometria differenziale che la topologia. Ciò si spiega in quanto la geometria differenziale è il principale campo d'applicazione della topologia e pone continuamente a questa nuovi problemi. La teoria degli spazi fibrati vincola poi strettamente la topologia alla geometria differenziale.

Ed ora ecco l'elenco delle conferenze che costituiscono il volume:

DAVIES E. T. - Sur la théorie invariante de transformations de contact;
DEDECKER P. - Calcul des variations, formes différentielles et champs géodésiques;
REEB G. - Sur les espaces de Finsler et les espaces de Cartan;
RUND H. - Application des méthodes de la géométrie métrique généralisée à la dynamique théorique;
SOURIAU J. M. - Géométrie symplectique différentielle - Applications;
HEINZ E. - Sur les solutions de l'équation de surface minimum;
VILLA M. - Recherches de types particuliers de transformations ponctuelles;
KUIPER N. H. - Sur les surfaces localment affines;
WILLMORE T. J. - Quelques propriétés locales et globales des espaces riemanniens harmoniques;
EHRESMANN C. - Introduction à la théorie des structures infinitésimales et des pseudo-groupes de Lie;
WEIL A. - Théorie des points proches sur les variétés différentiables;
CHERN S. S. - Pseudo-groupes continus infinis;
KOSZUL J. L. - Sur certains groupes de transformations de Lie;
THOM M. R. - Variétés différentiables cobordantes;
ECKMANN B. - Sur les structures complexes et presque complexes;
LIBERMANN P - Sur certaines structures infinitésimales régulières;
LICHNEROWICZ A. - Espaces homogénes kählériens;
SCHWARTZ L. - Courant associé à une forme différentielle méromorphe sur une variété analytique complexe.

All'inizio del volume vi è anche una bella fotografia dei partecipanti al Colloquio e un elenco dei partecipanti stessi.

I matematici italiani non possono che compiacersi con i proff. Ehresmann e Lichnerowicz per questo volume che certamente contribuirà a diffondere idee nuove.

MARIO VILLA

THÉODORE VOGEL, *Les functions orthogonales dans les problemes aux limites de la physique mathematique,* Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, 1953.

Come osserva giustamente l'A., lo sviluppo in serie di funzioni ortogonali costituisce un metodo elementare e potente per la risoluzione dei problemi della Fisica-Matematica. Scopo del libro in esame è l'esposizione di tale metodo, specie in vista delle applicazioni che interessano l'ingegnere ed il fisico.

Il libro è suddiviso in tre capitoli. Nel primo si espone la teoria generale degli sviluppi in serie di funzioni ortogonali. A proposito dei criteri di chiusura, dopo aver citato quelli classici, spesso di difficile applicazione, viene riportato un teorema di G. D. Birkhoff il quale, in sostanza, afferma la chiusura dei sistemi ortogonali che sorgono dall'integrazione di equazioni differenziali con opportune condizioni al contorno; in base a tale teorema risulta immediatamente la chiusura per i sistemi che si usano di solito nella Fisica-Matematica. Nell'ultimo paragrafo viene esposta, con una certa ampiezza, la teoria delle perturbazioni (teoria strettamente collegata agli sviluppi in funzioni ortogonali) e la cui importanza nella Fisica-Matematica e nella Fisica teorica appare sempre più evidente.

Il secondo capitolo è dedicato alle serie di funzioni ortogonali più importanti della Fisica-Matematica. Perciò, dopo aver trattato, con la dovuta ampiezza, le serie trigonometriche, vengono esposte le funzioni di Bessel, i polinomi di Legendre ed altri polinomi ortogonali (di Hermite, di Laguerre e di Tchebycheff ecc.) e infine le funzioni di Mathieu, ormai di notevole importanza per alcuni problemi concreti. Gli argomenti trattati in questo capitolo sono ovviamente, molti vasti, ma sono esposte tutte le proprietà essenziali delle funzioni citate, evitando quelle formule troppo particolari che possono trovare luogo solo nei trattati speciali.

Nel terzo capitolo si espongono esempi, relativi ai più svariati capitoli della Fisica, di applicazioni della teoria svolta. Tali esempi sono, la massima parte, diversi da qualli classici e ognuno di essi si riferisce ad una questione fisica veramente interessante.

Tutto il trattato rivela la personalità dell'A. di cui è nota la profonda preparazione matematica e fisica. L'esposizione è chiara e precisa; il libro risponde dunque pienamente allo scopo per cui è stato scritto. Discreta la presentazione tipografica.

DARIO GRAFFI

GROSSMANN WALTER, *Grundzüge der Ausgleichungsrechnuug*, Springer, Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1953, pag. IV-261, 54 fig.

Il Libro del Grossmann — professore ordinario della Technische Hochschule di Hannover — costituisce una trattazione della teoria degli errori nel classico formalismo gaussiano che bene si inserisce nella tradizionale trattatistica tedesca in argomento, costituendo, come lo stesso autore osserva nella prefazione, una sorte di termine medio tra le sommarie esposizioni di carattere elementare come quelle di Hegemann, Werkmeister, Hugershoff e gli ampii e profondi trattati di Helmert e Jordan. La materia è ordinata secondo lo schema tradizionale: osservazioni dirette, osservazioni mediate, osservazioni condizionate, osservazioni mediate condizionate. Non vi si parla dei fondamenti probabilistici della teoria degli errori e la trattazione si limita — come del resto è tradizione della trattatistica tedesca — agli aspetti tecnici della teoria degli errori dedotta dal principio dei minimi quadrati. Numerosi e bene scelti gli esempii tutti in genere di interesse geodetico o topografico. Risultati moderni come quelli di Bolz, Tienstra (non tuttavia quelli che usano il formalismo matriciale) trovano posto accanto a quelli classici. Un'appendice riguarda i procedimenti per approssimazione successiva; la determinazione dei coefficienti di formule empiriche approssimanti funzioni sia con polinomi, sia con sviluppi trigonometrici: in ordine a questi ultimi vi è una esposizione del procedimento di Heuvelink per la determinazione degli errori di divisione di un cerchio.

Il libro è certamente molto utile a chi voglia seriamente studiare la teoria degli errori accidentali di osservazione nelle sue applicazioni geodetiche.

PAOLO DORE

P. J. HILTON, *An introduction to homotopy theory,* (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 43) Cambridge University Press, 1953, pagg. VIII-142.

La presente monografia è stata scritta espressamente per colmare una lacuna sempre più importante nella trattatistica della topologia moderna: finora la trattazione più ampia della teoria dell'omotopia si trovava solo nel libro di Steenrod sugli spazi fibrati, ed era soprattutto una sistemazione fatta in vista delle applicazioni alla teoria degli spazi fibrati.

Come dice nella stessa prefazione, l'Autore non tende a riempire completamente la lacuna; vi manca infatti pressocchè del tutto il contributo della scuola francese, la quale ha dato un impulso decisivo verso nuove scoperte in questo campo, e del quale quindi si attende ancora una illustrazione semplice ed esauriente.

La teoria dell'omotopia è principalmente imperniata sul concetto di gruppi di omotopia, generalizzazione del gruppo fondamentale o di Poincaré, la cui prima elaborazione fu fatta da Hurewicz nel 1935. Nei primi quattro capitoli del libro vengono infatti esposte le definizioni e le prime proprietà dei gruppi di omotopia, sia assoluti che relativi, cominciando dai teoremi classici fino alle concezioni attuali in merito, quale per esempio la successione omotopica. Dopo un capitolo (V) illustrativo del concetto di spazio fibrato (generalizzazione del prodotto topologico) e dei relativi teoremi fondamentali, l'Autore passa nel capitolo successivo a dettagli più tecnici, quali per esempio gli strumenti ormai classici pel calcolo dei gruppi di omotopia delle sfere, cioè l'invariante di Hopf e la sospensione di Freudenthal, e loro generalizzazioni.

Il libro chiude con un capitolo (VII) su una definizione di complessi generalizzati, dovuta a J. H. C. Whitehead, che è un adattamento della definizione classica per questa teoria, e con un capitolo (VIII) riguardante la tecnica necessaria per tentare il calcolo effettivo dei gruppi di omotopia dei complessi e contenente in appendice una tabella di gruppi effettivamente calcolati per undici diversi tipi di complessi elementari.

A complemento del libro segue una bibliografia di tre pagine che non pretende di esaurire i lavori pubblicati sull'argomento, preferendo invece per i più antichi rimandare ai trattati di LEFSCHETZ (*Introduction to Topology*, Princeton Un. Press, 1949) e di STEENROD (*The Topology of Fibre Bundles*, Princeton Un. Press, 1951) ove sono riesposti i loro contenuti e i quali, specialmente il primo, sono serviti di trama per la presente trattazione. Chiude il manuale un pregevole indice analitico di sei pagine molto ben dettagliato, che riporta direttamente una notevole quantità di definizioni di termini usati nel testo ogni volta che ciò sia possibile in forma stringata, e che vale la pena di prendere ad esempio.

MICHELANGELO VACCARO