
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni.

- * Fabio Conforto, Funzioni Abelianne Modulari, Vol. I, Edizioni DOCET, Roma, 1951 (Aldo Andreotti)
- * R. Leonardi, Dizionario illustrato delle Scienze pure e applicate, Vol I e II, II ed., Hoepli, Milano, 1950-1952 (Mario Villa)
- * D. G. Northcott, Ideal theory, Cambridge University Press, 1953 (Beniamino Segre)
- * B. Spain, Tensor calculus, Ed. Oliver and Boyd, Edinburgh and London, 1953 (Maria Pastori)
- * S. Mandelbrojt, Séries adhérentes, régularisation des suites, applications, Gautier-Villars, Paris, 1952 (Gianfranco Cimmino)
- * M. Kraitchik, La Mathématique des Jeux ou Récréations Mathématiques, deuxième édition, Ed. Techniques et Scientifiques, Bruxelles - Gauthier Villars, Paris, 1953 (Adriano Barlotti)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 8
(1953), n.4, p. 460-467.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1953_3_8_4_460_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

FABIO CONFORTO: *Funzioni Abeliane Modulari*, Vol. I, lezioni raccolte dal Dott. Mario Rosati, Edizioni DOCET, Roma, 1951. Litografie; pp. 454; L. 3900.

Il Conforto, autore dell'eccellente volume sopra le funzioni abeliane e matrici di Riemann, ci presenta ora un volume litografato, ove sono raccolte le sue lezioni all'Istituto Nazionale di Alta Matematica in quest'ultimo biennio sopra le funzioni abeliane modulari. I principali risultati del Siegel, Maass, Sugawara, Hua ed altri vi si trovano esposti in maniera piana ed accessibile. Ma la trattazione non si limita ad un semplice coordinamento ed esposizione dei succitati lavori; la visione geometrica dei problemi lo porta naturalmente a considerare non solo il caso delle funzioni abeliane del livello unitario ma ad estendere i risultati della teoria delle funzioni modulari alle funzioni abeliane di un livello qualsiasi. Estensione tutt'altro che ovvia e formale per poco che si rifletta alla necessità di considerare un gruppo modulare ristretto per ogni livello, e alla necessità di trattare in relazione a questi gruppi i teoremi sopra la riduzione delle forme di Minkowski, e sulla convergenza di serie di Dirichlet generalizzate. Considerazioni geometriche sulla struttura del gruppo delle trasformazioni simplettiche come trasformazioni cremoniane di uno spazio lineare (complesso o reale) ed uno studio completamente nuovo sulla curvatura delle faccette uscenti da un punto nello spazio della Geometria Simplettica, danno al volume una impronta viva ed originale. Ecco in dettaglio il contenuto dell'opera.

L'introduzione è una elegante premessa ai problemi di cui il volume è oggetto. Questi vengono visti nel caso particolare delle funzioni ellittiche. Ciò allo scopo di delineare il programma per i successivi sviluppi; in primo luogo lo studio grupale-topologico della totalità dei corpi di funzioni abeliane mirante alla costruzione del campo fondamentale del gruppo modulare.

Il capitolo primo è dedicato ad un ampio riassunto dei risultati fondamentali della teoria delle funzioni abeliane e delle matrici di Riemann: teoremi di esistenza, aspetto funzionale e geometrico della teoria con riferimento alla costruzione delle varietà di Picard, alla rappresentazione geometrica delle matrici di Riemann dovuta allo Scorza, al problema dell'equivalenza delle matrici di Riemann, unitamente a uno studio comparativo del problema della classificazione delle medesime rispetto alla relazione di isomorfismo.

Nel *capitolo secondo* s'introduce il gruppo modulare ristretto della Geometria Simplettica in relazione ad ogni livello (pel corrispondente sistema di matrici di Riemann) e il gruppo simplettico di cui quello è sottogruppo. Viene messo in evidenza che, mentre le trasformazioni simplettiche danno luogo a un gruppo indipendente dai livelli, quelle modulari invece danno luogo a gruppi differenti per ogni determinazione del livello. Il resto del capitolo è dedicato allo studio del gruppo simplettico. Se ne dimostra dapprima la transitività; si introduce una metrica riemanniana per cui quello risulta il gruppo dei movimenti dello spazio della Geometria Simplettica, successivamente si dimostra il teorema di esistenza e di unicità della geodetica per due punti seguendo la via indicata dal Siegel, semplificata in un punto da B. Segre. In tal modo lo spazio della Geometria Simplettica diviene uno spazio metrico del quale nel seguito si studiano le proprietà differenziali. A tal uopo si scrivono le equazioni di Eulero pel problema variazionale delle geodetiche in una concisa forma matriciale che permette di studiare il trasporto parallelo e di giungere alla determinazione della curvatura delle faccette uscenti da un punto. Tale curvatura è sempre negativa o nulla e le faccette di curvatura nulla soddisfano un'equazione che viene stabilita con due diverse dimostrazioni. L'analisi viene approfondita; si prova che la curvatura non può mai scendere al di sotto del valore -1 , minimo che si realizza su faccette caratteristiche, faccette che vengono anche studiate in relazione alla loro curvatura; provando che questa non può d'altra parte superare un massimo uguale $-\frac{1}{p}$ (essendo $p(p+1)$ la dimensione dello spazio) e che ogni valore

della curvatura compreso fra -1 e $-\frac{1}{p}$ può essere raggiunto con faccette caratteristiche. Le faccette di curvatura nulla vengono infine studiate in dettaglio per quanto riguarda la loro configurazione approfondendo (con B. Segre) i casi dei primi valori di p . Qui si inserisce lo studio del gruppo delle trasformazioni simplettiche come gruppo di trasformazioni cremoniane in uno spazio complesso a $\frac{1}{2} p(p+1)$ dimensioni o nello spazio reale a $p(p+1)$ dimensioni; in entrambi i casi ogni trasformazione cremoniana del gruppo risulta prodotto di affinità e di una trasformazione involutoria che viene caratterizzata in relazione alle varietà base del corrispondente sistema omaloidico. Un paragrafo è dedicato allo studio di un modello algebrico della varietà delle trasformazioni simplettiche che si prova essere razionale. Il capitolo termina colla dimostrazione del teorema della caratterizzazione delle trasformazioni simplettiche come le uniche trasformazioni analitiche biunivoche (senza eccezioni) dello spazio della Geometria Simplettica in se stesso.

Il *capitolo terzo* tratta del gruppo modulare ristretto in relazione a un dato livello mirando alla costruzione di un campo fondamentale. All'inizio alcuni esempi critici, dovuti al dott. Rosati, illustrano in che senso va intesa la determinazione di un campo fondamentale nello spazio della Geometria Simplettica. La dimostrazione della possibilità di costruire un tale campo si consegue in due stadi diversi. Un primo stadio consiste nello studio del sottogruppo delle pseudotraslazioni, studio che si fonda sulla convergenza di una serie di Dirichlet generalizzata. Con un opportuno artificio l'autore riesce a ricondurre la trattazione del caso di un livello qualsiasi a quella del livello unitario procedendo poi con l'esposizione come nella dimostrazione data in

questo caso da H. Braun. In un secondo stadio, mediante i risultati di Minkowski (estesi al caso di un livello qualsiasi) sulla riduzione delle forme hermithiane, si isola nell'insieme dei punti trasformati di un dato Z mediante il gruppo modulare un rappresentante. Questo corrisponde fra tutti i trasformati di Z mediante le trasformazioni del gruppo modulare a quello: $Z = X + iY$ per cui 1°) la quota (cioè $\text{Det. } Y$) è massima, 2°) la Y è ridotta nel senso di Minkowski, 3°) gli elementi della X soddisfano ad opportune limitazioni, ciò che in generale è possibile in un sol modo. L'insieme dei punti ridotti costituisce un campo fondamentale nel senso che esso ammette punti interni; ogni punto dello spazio della Geometria Simplettica è equivalente ad un punto del campo fondamentale; due punti *interni* non sono mai equivalenti. Anche la dimostrazione di questi fatti è seguita in ogni dettaglio (la dimostrazione dell'esistenza di punti interni, come avverte l'autore, necessita di alcune ulteriori considerazioni, che fino ad ora non sono mai state attentamente sviluppate).

L'esposizione si conclude con un cenno ai problemi topologico e funzionale che ancora rimangono da trattare; il primo relativo alla determinazione della struttura della varietà topologica ottenuta per identificazione di punti equivalenti della frontiera del campo fondamentale, il secondo per la costruzione delle funzioni modulari relative al gruppo modulare considerato.

E' da augurarsi che l'A. voglia presto darci un'esposizione ed una sistemazione di questi suggestivi argomenti in un volume successivo che trovasi già preannunciato nel volume ora esaminato.

Un elogio al dott. M. Rosati per la lodevole cura con cui ha raccolto questo corso di lezioni. La veste tipografica è ottima. Numerose le notizie storiche e bibliografiche.

ALDO ANDREOTTI

R. LEONARDI, *Dizionario illustrato delle Scienze pure ed applicate*, Vol. I e II, II Ed., Hoepli, Milano, 1950-1952, pp. 3090 con 1886 figg. (per i due volumi L. 10.800, rilegati L. 12.000).

Lo scopo di questo dizionario è di offrire alle persone di varia cultura un primo orientamento sul significato di molti termini scientifici e tecnici di uso più frequente. Esso non è quindi rivolto agli specialisti, è sostanzialmente un'opera di divulgazione, nell'insieme ben riuscita, e certamente utile.

Il Dizionario sorse, nella sua 1ª edizione, come supplemento alla Rivista *Sapere*. Ma l'attuale 2ª edizione supera di gran lunga la prima sia come mole che come qualità. L'opera è divisa in due volumi: il 1° comprende i vocaboli dalla lettera A alla lettera H, il 2° dalla lettera I alla Z.

Le succinte notizie che costituiscono l'opera sono attinte direttamente alle fonti. Alla fine del 2° volume vi è una bibliografia delle opere maggiormente consultate. I termini si riferiscono alla matematica, alla fisica, all'astronomia, alla medicina e chirurgia, alla biologia, alla botanica, alla zoologia, alle scienze agrarie, alla chimica, alla mineralogia, alla biochimica, alla farmacologia, all'ingegneria.

Per quanto riguarda la matematica, un'idea dei termini e dei concetti che vi si trovano è data dalle opere matematiche italiane a cui l'A. e i suoi collaboratori hanno attinto, indicate alla fine del 2° volume. Esse sono: per

l'analisi algebrica e infinitesimale, le opere di Cesaro, Cipolla, Dini, Pascal, Sansone, Severi; per la geometria analitica, proiettiva e descrittiva, le opere di Berzolari, Castelnuovo, Enriquez, Loria; per la meccanica razionale, le opere di Giorgi, Levi Civita-Amaldi, Marcolongo. E accanto a queste, le opere di Burgatti sul calcolo vettoriale e omografico, di Castelnuovo sul calcolo delle probabilità, di Cipolla sulla matematica elementare, di Finzi-Pastori sul calcolo tensoriale, di Gherzi sulla matematica dilettevole e curiosa, di Enriquez-Amaldi sulla geometria e l'algebra elementare, di Loria sulle curve speciali e sulla storia della matematica, di Sansone sulla teoria delle funzioni, di Tonelli sulle serie trigonometriche. E inoltre le opere di carattere enciclopedico: il Repertorio delle Matematiche superiori del Pascal, l'Enciclopedia delle Matematiche elementari del Berzolari, il Repertorio di Matematiche a cura del censore.

Eccellente la veste tipografica dei due volumi.

MARIO VILLA

D. G. NORTHCOTT: *Ideal theory*, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, n. 42 (Cambridge University Press, 1953), pp. VIII+111, prezzo scellini 12/6.

E' ben noto come la teoria degli ideali sia sorta in connessione col problema generale di estendere il teorema della scomponibilità univoca in fattori primi, dal caso degli interi ordinari a quello degli interi algebrici. Il problema fu trattato dapprima (nel 1832) da Gauss limitatamente agli interi del corpo $K(i)$, e poi (nel 1847) da Kummer — in relazione anche con l'ultimo teorema di Fermat — per gli interi del corpo $K(e^{2\pi i/n})$; il Kummer poté raggiungere il suo intento con l'introdurre dei numeri da lui chiamati *ideali*, ai quali attribuì un certo sapore mistico fino a paragonarne l'esistenza a quella del fluoro, che — pur essendo considerato dai chimici come un gas — non era ancora stato isolato (ma lo fu poi nel 1886 dal Moissan)! Il problema generale suaccennato fu trattato in seguito da Kronecker (1858, 1881) e da Dedekind (1871) seguendo la via aperta dal Kummer, ed un'ulteriore estensione della teoria degli ideali fu poi ottenuta da Dedekind e Weber (1882), con applicazioni allo studio delle funzioni algebriche di una variabile.

Dopo d'allora, la teoria stessa si sviluppò secondo due indirizzi divergenti, l'uno — di carattere moltiplicativo — ispirato dal suddetto studio dei numeri algebrici e l'altro — di carattere additivo — originato dai fondamentali lavori di Hilbert, Kronecker, Lasker e Macaulay sugli anelli di polinomi. Quest'ultimo indirizzo fu posto su basi più larghe e completamente astratte da E. Noether e W. Krull, e fu successivamente elaborato da Zariski, Gröbner, Chevalley, Cohen ed altri, che ne fecero svariate applicazioni alla geometria algebrica.

Il presente libretto presenta un'elegante esposizione del contenuto puramente algebrico della teoria degli ideali secondo l'indirizzo additivo, prelude alle applicazioni geometriche, le quali però — per ragioni di spazio — non hanno in esso potuto trovar posto. Ciò fa sì che parecchie delle definizioni e degli sviluppi ivi contenuti possano a tutta prima sembrare un po' artificiosi o troppo astratti; ed è un peccato che l'A. si sia limitato a fugaci chiarimenti

illustrativi sull'origine dei concetti più importanti, ed abbia dato esempi soltanto alla fine del primo dei cinque capitoli in cui l'opera è divisa. Questa, tuttavia, è redatta in modo da poter essere seguita anche da chi non abbia conoscenze preliminari di algebra moderna, e si raccomanda altamente per il rigore e per la lucidità della forma, nonché per l'ottima veste tipografica.

Gli anelli qui considerati sono tutti supposti commutativi e dotati di unità. Nel cap. I, dopo aver brevemente trattato delle operazioni e delle relazioni fra ideali di un dato anello, vengono introdotti gli ideali *primi* e *primari*, e quelli dotati di *decomposizione primaria*, con particolare riguardo alle decomposizioni *normali*. Dopo aver definito la *componente* di un ideale determinato da un qualunque insieme chiuso rispetto alla moltiplicazione, si passa agli *anelli noetheriani*, caratterizzati mediante una qualsiasi delle proprietà dette della catena ascendente, della condizione di massimo, e dell'esistenza di una base finita; e per essi si dimostra l'esistenza di una decomposizione primaria. Vengono quindi assegnate varie proprietà degli ideali degli anelli noetheriani, e delle *estensioni polinomie* di questi anelli.

Il cap. II tratta degli omomorfismi ed isomorfismi fra anelli, delle classi dei residui rispetto ad un ideale, con speciale attenzione al caso degli ideali massimi, delle *estensioni* e *contrazioni* di un ideale. Vengono quindi introdotti l'*anello totale dei quozienti* sopra un dato anello, e quello dei *quozienti relativi* ad un insieme chiuso rispetto alla moltiplicazione, nei due casi in cui questo sia privo di divisori dello zero o semplicemente non contenga lo zero. Un caso particolare di anello di quest'ultimo tipo conduce poi alla nozione di *anello locale*, ossia di anello noetheriano che possenga uno ed un solo ideale primo massimo.

Il cap. III espone le proprietà salienti degli anelli noetheriani, quali anzitutto il *teorema sulle intersezioni* di Krull, stabilito sotto varie forme differenti, e quelli (del tipo di Jordan) sulle *serie di composizione* e sulla *lunghezza* di un ideale primario, con applicazioni molteplici agli *anelli primari* (o anelli noetheriani contenenti uno ed un solo ideale primo proprio), ed allo studio delle nozioni di *rango* e di *dimensione* di un ideale primo proprio.

Gli ultimi due capitoli sono dedicati alla teoria degli anelli locali, ivi rispettivamente svolta dai punti di vista algebrico ed analitico (ossia con l'introduzione di un'opportuna nozione di convergenza). Per un tale *anello*, di dimensione $d \geq 1$, sono intanto definiti « sistemi » di d *parametri*, ed è assegnata la semplice relazione fra questi e le singole *basi* di un qualunque ideale proprio dell'anello; stabilita l'*indipendenza analitica* dei d *parametri* di un sistema, vengono poi caratterizzate le *basi minime* di un siffatto ideale. Si considerano quindi quegli anelli locali che vengono detti *regolari*, introdotti in base al valore della loro dimensione, e si dimostra ch'essi risultano *domini d'integrità*; si studiano inoltre le basi minime dell'ideale massimo di un anello siffatto, e si caratterizzano gli anelli locali di dimensione 1 che sono regolari, dei quali si determinano tutti gli ideali. Si assegnano infine varie proprietà dei *divisori* di un anello noetheriano *integralmente chiuso* entro l'anello totale dei quozienti, in relazione specialmente agli ideali primi di rango 1 che non constano unicamente di divisori dello zero, i quali son detti *rilevanti*.

Nel cap. V, si mostra anzitutto come ogni anello locale possa venir *topologizzato*, col definire opportunamente il *limite* di una successione. Assegnato un semplice criterio affinché una successione sia *del tipo di Cauchy*, e

detto *completo* un anello locale quando in esso ogni successione di Cauchy ammette limite, si prova poi — con l'uso dell'anello delle *serie di potenze formali* a coefficienti nel dato anello — che un anello locale comunque assegnato che già non sia completo può venir esteso, ed essenzialmente in un sol modo, in un anello completo. Viene infine stabilito in qual modo proprietà di vario tipo di un anello si riflettono nell'anello completo da questo definito.

Il volume si chiude con delle interessanti note di carattere storico e bibliografico, relative alla materia precedentemente svolta, e con un indice delle definizioni che in esso compaiono.

BENIAMINO SEGRE

B. SPAIN, *Tensor calculus*, Ed. Oliver and Boyd; Edinburgh and London, 1953, pp. VIII + 125.

Il volumetto, che fa parte della collezione « University mathematical texts », curata da A. C. Aitken e D. E. Rutherford, è una succinta, ma limpida esposizione del calcolo tensoriale classico in spazi euclidei e riemanniani e delle principali applicazioni.

Dedicato un primo capitolo all'algebra tensoriale, vengono, nel secondo, introdotti gli spazi di Riemann e fatti opportuni cenni a metriche indefinite, che serviranno per le applicazioni relativistiche. Viene poi introdotta (cap. III) la derivazione covariante e la corrispondente derivazione « intrinseca » (assoluta) lungo una curva. Il capitolo IV è dedicato alle geodetiche e al parallelismo e il V al tensore di curvatura.

Gli ultimi tre capitoli sono dedicati alle applicazioni. Precisamente il capitolo VI mostra le applicazioni del calcolo tensoriale alla geometria differenziale delle ordinarie superficie, il VII alla statica e alla dinamica dei continui, in particolare alla statica elastica, l'ultimo alla relatività.

Se si può dissentire in qualche particolare (come nel considerare diversi gli stessi tensori rappresentati nelle varie forme, così da distinguere ad es. anche con nomi diversi il tensore di curvatura quando è rappresentato in forma completamente covariante o mista) si riconosce però che i concetti e le proprietà essenziali sono sempre esposti a tempo opportuno e con molta chiarezza.

Naturalmente, data la modesta mole del volumetto, gli argomenti non possono essere trattati in modo esauriente; ma alla brevità dell'esposizione l'A. supplisce, almeno in parte, con esercizi che recano opportuni complementi al testo e lo illustrano con facili esempi. Rimane tuttavia qua e là un certo senso di incompletezza, che farebbe desiderare ad es. una più viva illustrazione geometrica di argomenti quali il parallelismo, o una più profonda presentazione meccanica di argomenti quali la relatività, per cui l'A. stesso rimanda del resto ad altri trattati.

Nel complesso però si può dire che, in così esiguo numero di pagine, non si potrebbe dare un'idea più completa dei pregi del calcolo tensoriale e della sua potenza.

MARIA PASTORI

S. MANDELBROJT: *Séries adhérentes, régularisation des suites, applications*, Paris, Gautier-Villars, 1952.

Tutto un notevole complesso di studi, in massima parte dovuti all'A. stesso e compiuti nell'ultimo quindicennio, trova una sistematica esposizione in questo volume, il quale fornisce una chiara idea dei più recenti risultati nell'ambito delle teorie esposte, costituendo una utilissima guida per chi voglia dedicarsi a questi attraenti argomenti di ricerca.

L'opera si divide in sette capitoli, dei quali hanno carattere preparatorio i primi due, dedicati l'uno alla cosiddetta «regularizzazione» delle successioni di numeri reali (con particolare riguardo a speciali tipi di regularizzazione, come quella «esponenziale» e quella «convessa», largamente applicate nel seguito), l'altro alle funzioni olomorfe in una striscia.

I capitoli III e VII riguardano la rappresentazione delle funzioni olomorfe di una variabile complessa $s = \sigma + it$ mediante serie di Dirichlet. Nel primo di essi viene espressa una delle idee centrali di tutta la teoria: essa consiste nel considerare serie di Dirichlet che possono anche non convergere, ma rappresentano asintoticamente funzioni $F(s)$ olomorfe in un campo dotato di punti comuni con ogni semipiano $\sigma > \sigma_0$; il senso in cui va intesa tale nozione di rappresentazione asintotica comporta, per così dire, una valutazione dell'esattezza della rappresentazione stessa, misurata in certo qual modo da una funzione reale non decrescente e divergente a $+\infty$, che vien detta «precisione logaritmica», la quale si riduce in particolare alla costante $+\infty$ in alcuni casi, per esempio quando la serie di Dirichlet converge in senso ordinario. Il secondo dei detti due capitoli tratta del prolungamento analitico delle funzioni rappresentate da serie di Dirichlet.

Particolarmente interessante il capitolo IV, che riguarda le funzioni quasi analitiche. Dopo una esposizione delle diverse dimostrazioni date da Carleman (1926), da Ostrowski (1930), dall'A. (1942), da Bang (1946) del teorema fondamentale esprimente la condizione necessaria e sufficiente per la quasi analiticità della classe di funzioni corrispondente, secondo la definizione classica, a una data successione $\{M_n\}$ di quantità positive, viene introdotta la nozione di quasi analiticità generalizzata, nella quale si richiede che, nella classe di funzioni corrispondenti a una data $\{M_n\}$, le costanti siano caratterizzate dall'annullarsi in un punto non delle derivate di tutti gli ordini, ma soltanto di quelle, i cui ordini costituiscono una certa successione $\{\nu_n\}$ di interi positivi. Fra i numerosi notevoli teoremi riguardanti tale nozione, citiamo per esempio quelli, che forniscono condizioni sufficienti per la quasi analiticità generalizzata su una semiretta, o sull'intera retta. Anche il capitolo VI è relativo alle funzioni quasi analitiche: in esso vengono sviluppati i principali risultati che sono stati finora ottenuti a proposito del problema posto da Carleman dell'equivalenza fra due classi di funzioni quasi analitiche.

Fra i molti risultati esposti nel capitolo V ricordiamo quelli relativi al problema dei momenti, che viene pure generalizzato in maniera interessante, sia nel caso della semiretta, sia in quello della intera retta, assegnando i valori che deve assumere l'integrale di $t^{\nu_n} S(t)$ per tutti gli esponenti di una data successione $\{\nu_n\}$, che non è necessariamente quella dei numeri naturali.

Bastino questi pochi cenni per dare un'idea della vastità degli argomenti trattati, i quali, anche se talvolta si presentano con caratteri di grande complicazione formale, sono sempre esposti in forma piana ed efficace.

GIANFRANCO CIMMINO

M. KRAITCHIK: *La Mathématique des Jeux ou Récréations Mathématiques*, deuxième édition entièrement remaniée; Ed. Techniques et Scientifiques, Bruxelles - Gauthier Villars, Paris, 1953, pagg. 333.

Si tratta di una vasta raccolta di problemi curiosi e spesso anche interessanti. Presentati in forma chiara e attraente essi sono quasi sempre accompagnati non solo dall'indicazione del risultato, ma da un completo svolgimento che il più delle volte può essere seguito anche da un lettore dotato di conoscenze matematiche assai modeste. anche se talora l'autore si avvale di mezzi meno familiari, come per esempio, quando, ingegnosamente, ricorre a sistemi di numerazione diversi da quello decimale.

Troppo disparati sono gli argomenti trattati, dal giuoco del Nim alla torre di Hanoi, dalle regole per indovinare un numero al problema del calendario, dal problema di « salvar capra e cavoli », e sue generalizzazioni, ad applicazioni del calcolo delle probabilità, perchè se ne possa fare qui un elenco dettagliato. Degni di una particolare segnalazione ci sembra il capitolo VII destinato ai quadrati magici e i capitoli X e XI nei quali vengono trattati problemi che hanno origine dal giuoco degli scacchi.

L'ultimo capitolo, il dodicesimo, nel quale, in verità, compaiono solo raramente considerazioni di matematica, è un ampio elenco di giuochi di cui vengono esposte in modo abbastanza dettagliato le regole.

Volumi come questo che, sia pure in forma di ricreazione, mostrano i legami dell'indagine matematica con questioni che ad essa sembrano del tutto estranee, hanno un loro profondo valore: essi provano come l'impostazione scientifica apporti elementi di chiarezza e di ordine nei campi più disparati, e ne esaltano il valore umano.

ADRIANO BARLOTTE