
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

FERNANDO BERTOLINI

**A proposito di una nota di Letterio
Toscano su una generalizzazione del
determinante di Cauchy-Vandermonde.**

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 6
(1951), n.4, p. 322–322.

Zanichelli

[<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1951_3_6_4_322_0>](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1951_3_6_4_322_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

A proposito di una nota di Letterio Toscano su una generalizzazione del determinante di Cauchy-Vandermonde.

Nota di FERNANDO BERTOLINI (a Roma).

Sunto. - Si ricorda che il determinante indicato nel titolo si può calcolare elementarmente, senza far uso di nozioni differenziali.

In una nota didattica di recente pubblicazione ⁽¹⁾ L. TOSCANO calcola, mediante successive applicazioni del teorema di L'HOSPITAL, il determinante $D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ la cui colonna $(l_1 + l_2 + \dots + l_{h-1} + s + 1)$ -esima (che scrivo orizzontalmente per ragioni di spazio) è

$$\left\{ \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^0), \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^1), \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^2), \dots, \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^{m-1}) \right\}$$

(per $h = 1, 2, \dots, n; s = 0, 1, \dots, l_h - 1; l_1 + \dots + l_n = m$)

supposto noto lo sviluppo del determinante di CAUCHY-VANDERMONDE.

Vogliamo ricordare che il determinante $D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è subito calcolato se si fa uso delle relazioni ricorrenti

$$\begin{aligned} D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ &= (l_1 - 1)! D_{l_1 - 1, l_2, \dots, l_n}(x_1, \dots, x_n) \cdot (x_2 - x_1)^{l_2} (x_3 - x_1)^{l_3} \dots (x_n - x_1)^{l_n} \\ &\quad \text{(per } l_1 \neq 1), \\ D_{l_1, l_2 \dots l_n}(x_1 x_2, \dots, x_n) &= \\ &= D_{l_2, \dots, l_n}(x_2, x_3, \dots, x_n) \cdot (x_2 - x_1)^{l_2} (x_3 - x_1)^{l_3} \dots (x_n - x_1)^{l_n}. \end{aligned}$$

le quali possono dimostrarsi, a loro volta, con un artificio simile a quello impiegato d'ordinario per ridurre il determinante di CAUCHY-VANDERMONDE di r quantità $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ a quello delle $r - 1$ $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_r$: e questo facendo uso di elementari proprietà dei determinanti.

Questo procedimento per il calcolo del determinante

$$D_{l_1, l_2, \dots, l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

è esposto dal prof. M. PICONE nei suoi corsi di Analisi Matematica all'Università di Roma fin dal 1943 [Cfr. l'ultima edizione delle sue *Lezioni di Analisi Matematica*, II corso, pag. 55 (Roma, Tumminelli ed., 1950)].

⁽¹⁾ L. TOSCANO, *Ulteriore generalizzazione del determinante di Cauchy-Vandermonde*, « Bollettino dell'U. M. I. », serie III, pagg. 56-59 (marzo 1951).