Bollettino
Unione Matematica Italiana

Fernando Bertolini

# A proposito di una nota di Letterio Toscano su una generalizzazione del determinante di Cauchy-Vandermonde.

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3*, Vol. **6** (1951), n.4, p. 322–322.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1951_3_6_4_322_0>

# A proposito di una nota di Letterio Toscano su una generalizzazione del determinante di Cauchy-Vandermonde.

Nota di FERNANDO BERTOLINI (a Roma).

**Sunto.** - *Si ricorda che il determinante indicato nel titolo si può calcolare elementarmente, senza far uso di nozioni differenziali.*

In una nota didattica di recente pubblicazione [1] L. TOSCANO calcola, mediante successive applicazioni del teorema di L'HOSPITAL, il determinante $D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ la cui colonna $(l_1 + l_2 + \dots + l_{k-1} + s + 1)$-esima (che scrivo orizzontalmente per ragioni di spazio) è

$$\left\{ \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^0),\quad \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^1),\quad \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^2), \dots,\quad \frac{d^s}{dx_h^s}(x_h^{m-1}) \right\}$$

$$(\text{per } h = 1, 2, \dots, n;\ s = 0, 1, \dots, l_h - 1;\ l_1 + \dots + l_n = m)$$

supposto noto lo sviluppo del determinante di CAUCHY-VANDERMONDE.

Vogliamo ricordare che il determinante $D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è subito calcolato se si fa uso delle relazioni ricorrenti

$$D_{l_1 l_2 \dots l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) =$$
$$= (l_1 - 1)!\ D_{l_1 - 1, l_2, \dots, l_n}(x_1, \dots, x_n) \cdot (x_2 - x_1)^{l_2}(x_3 - x_1)^{l_3} \dots (x_n - x_1)^{l_n}$$
$$(\text{per } l_1 \neq 1),$$

$$D_{1, l_2 \dots l_n}(x_1 x_2, \dots, x_n) =$$
$$= D_{l_2, \dots, l_n}(x_2, x_3, \dots, x_n) \cdot (x_2 - x_1)^{l_2}(x_3 - x_1)^{l_3} \dots (x_n - x_1)^{l_n}.$$

le quali possono dimostrarsi, a loro volta, con un artificio simile a quello impiegato d'ordinario per ridurre il determinante di CAUCHY-VANDERMONDE di $r$ quantità $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ a quello delle $r - 1$ $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_r$: e questo facendo uso di elementari proprietà dei determinanti.

Questo procedimento per il calcolo del determinante

$$D_{l_1, l_2, \dots, l_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

è esposto dal prof. M. PICONE nei suoi corsi di Analisi Matematica all'Università di Roma fin dal 1943 [Cfr. l'ultima edizione delle sue *Lezioni di Analisi Matematica*, II corso. pag. 55 (Roma, Tumminelli ed., 1950)].

(1) L. TOSCANO, *Ulteriore generalizzazione del determinante di Cauchy-Vandermonde*, « Bollettino dell'U. M. I. », serie III, pagg. 56-59 (marzo 1951).