

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

GIUSEPPE PALAMÀ

**Una grande impresa: continuazione della  
tavola dei numeri primi di Lehmer a  
mezzo delle tavole del Kulik, del Poletti e  
del Porter**

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 5*  
(1950), n.3-4, p. 343-360.

Zanichelli

<[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1950\\_3\\_5\\_3-4\\_343\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1950_3_5_3-4_343_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## Una grande impresa: continuazione della tavola dei numeri primi di Lehmer a mezzo delle tavole del Kulik, del Poletti e del Porter.

Nota di GIUSEPPE PALAMÀ (a Lecce).

*Sunto.* - Si danno notizie bibliografiche relative alle tavole di numeri primi e sull'odierno lavoro della continuazione della tavola dei numeri primi del LEHMER mediante quelle del KULIK, del POLETTI e del PORTER.

### § 1. - La grande opera del Kulik ed il contributo di altri Autori e del Poletti.

1. JACOB PHILIP KULIK, (1773-1863), spese venti anni per costruire una tavola di fattori relativa ai numeri dell'intervallo 3 033 001-100 330 201 il cui ms. fu depositato nel 1867 nella Biblioteca Reale di Vienna. Questo lavoro monumentale dal titolo: *Magnus canon divisorum ...* composto di ben 4212 pagg. in 8 Voll., dei quali purtroppo il 2° che si estendeva da 12 642 600 a 22 852 800 è andato perduto nel 1911, fu citato dallo stesso KULIK in « Abh. Böhm. Gesell. Wiss. », Prag. (5), 11, (1860), 24. In seguito poi furono fatte del ms. varie relazioni e cioè:

1. J. PETZVAL, *Sitzungsberichte Ak. Wiss. Wien (Math.)*, 53, (1866), II, 460;

2. D. N. LEHMER, in *Factor table for the first ten millions*, « Carnegie Ist. Wash. » Pub., n. 105, (1909), diede un resoconto del 1° Vol., elencò 226 errori nel 10° milione e concluse che si imponeva pertanto una completa revisione del 1° Vol. prima che questo potesse essere pubblicato;

3. D. N. LEHMER, *List of prime numbers from 1 a 10 006 721*, « Carnegie Ist. Wash. » Pub. n. 165, (1914);

4. S. A. JOFFE in *Mathematical Tables and other Aids to Computation*, Vol. 2°, (1946), pp. 139-40, diede altre notizie complementari.

Il LEHMER si recò personalmente a Vienna per prendere visione del ms. del KULIK ed in seguito a sua domanda l'Istituto Carnegie fece eseguire alcune fotocopie del 1° Vol. del KULIK, che si estende da 3 033 001 a 12 642 600. Sembra che si possano avere dei microfilms su domanda giustificata rivolta sia al detto Istituto che al Sig. DER-

RICK NORMAN LEHMER direttamente (942, Hildaie, Avenue, Berkeley, California, U. S. A.).

2. Di altre tabelle assai interessanti, perchè i numeri in esse contenuti cadono entro i limiti del ms. del KULIK, e quindi consentono parziali controlli di esso, o superano il suo limite superiore, sono le seguenti:

1. I lavori citati precedentemente del LEHMER nel 1° dei quali, che si estende sino a 10 017 000, vien dato il più piccolo divisore dei numeri composti non divisibili per 2, 3, 5 e 7. L'oggetto del 2° lavoro è precisato dallo stesso suo titolo.

2. V. GOLUBEV dà una tabella relativa all'11° e 12° milione con il più piccolo fattore di tutti i numeri dell'intervallo non divisibili per 2, 3, 5. Tale tabella è depositata nella biblioteca dell'Istituto Stekloff di Mosca diretto da VINOGRADOV.

3. W. P. DURFEE, *Factor Table*, che, relativa al 16° milione, è in possesso della biblioteca della « Am. Math. Soc. », New-York. L. POLETTI ha calcolato e pronto l'intervallo 14 984 970- 15 105 090 ed ha sotto controllo, già calcolato però, l'intervallo 15 105 090-19 225 210.

4. Una tavola relativa all'11° Milione dell'inglese R. J. PORTER ancora in possesso, sembra, dell'Autore e su cui qualche altra notizia sarà data nella successiva nota (3).

5. L. POLETTI, (di questo nostro Autore diamo l'elenco di tutti i lavori che si riferiscono al calcolo di numeri primi):

a) *Un contributo alla tavola dei numeri primi*, Pontremoli, Cavanna, (1913);

b) *La tavola dei numeri primi per l'intervallo da 10 000 000 a 10 020 000*, id.;

c) *Risultati teorici pratici di una radicale trasformazione del Crivello di ERATOSTENE. La tavola dei numeri primi per gli intervalli dei primi 100 000 numeri oltre 10 000 000 e per i primi 10 000 numeri oltre un miliardo*, Parma, L. Battei, (1914);

d) *Tavole di numeri primi entro limiti diversi e tavole affini*, Milano; manuale Hoepli, (1920). Contiene:

*La serie dei N. P. entro 200 000,*

»	»	»	100 000	num. successivi	oltre 10 milioni,
»	»	»	10 000	»	»
»	»	»	100 000	»	»

*La tavola di scomposizione dei primi 50 000 num. successivi ad 1;*

Ed infine le seguenti serie di  $N. P.$

da 32 256 101 a 32 261 279,

da 34 482 761 a 34 486 201,

da 43 478 269 a 43 482 199,

da 52 691 591 a 52 696 823,

da 58 823 523 a 58 829 411,

da 76 923 101 a 76 930 757;

e) In collaborazione con E. STURANI, *La serie dei  $N. P.$  entro i primi 100 000 num. successivi dopo 100 milioni*, « R. Istituto Lombardo Sc. Let. », Milano, (1928);

f) *Elenco dei numeri primi fra 10 milioni e 500 milioni estratti da serie quadratiche*, « R. Accad. d'Italia », (1931), contiene 17 200  $N. P.$  fra 10 000 813 e 500 196 211;

g) *Atlante di oltre 60 000  $N. P.$  fra 10 milioni e 3 miliardi*, ms. depositato dall'Accad. d'Italia presso il Consiglio Naz. delle Ricerche, (1938);

h) Oggi g) è incorporato nell'*Atlante di 100 000  $N. P.$  di ordine quadratico entro 5 miliardi*, il ms. presso l'Autore è il più vasto repertorio di  $N. P.$  oltre 10 milioni attualmente esistente in cui sono elencati 116 683  $N. P.$  da 10 000 813 a 5 101 683 361. In esso la serie di EULERO  $X^2 + X + 41$  è sviluppata fino ad  $X = 55 102$  e quella di LEHMER  $X^2 + X + 146 452 961$  è sviluppata fino a  $X = 70 400$ . Essa comprende ben 27 858  $N. P.$  entro i suoi primi 70 400 termini ed è quindi alla testa di tutte le serie quadratiche, come ha rilevato lo stesso Sig. POLETTI. Tale lavoro è stato già recensito da D. N. LEHMER in *Mathematical Tables and other Aids Computation*, fasc. n. 20, (ott. 1947);

i) *Neocribrum ad numeros partiendos juxta factorem minimum*, Pontremoli, Bertocchi, (1948), pp. 13+3. Esso è lo strumento pratico per l'applicazione opportuna del classico metodo di ERATOSTENE, come si dirà in seguito (<sup>1</sup>).

Si deve notare inoltre che nella *Guide to Tables in the theory of numbers*, edita dal « National Research Council », Wash., (1941), di D. N. LEHMER, vi è una lista di circa 70 Articoli relativi ad una o più serie di tutti i numeri primi, maggiori di 10 000 000, compresi entro certi limiti. Tale lista è dovuta al Sig. N. G. W. H. BEEGER. Questi possiede altresì un altro elenco di tutti i nu-

(<sup>1</sup>) Ringraziamo qui il Sig. POLETTI per alcune notizie che gentilmente ci ha fornito.

meri primi maggiori di 10 milioni che non sono contenuti nella lista precedente, con le relative notizie bibliografiche. Va rilevato ancora che l'elenco contiene più di 30 000 numeri primi maggiori di 10 000 000, apparsi in più di 250 Art. dai tempi di EULERO in poi.

3. Per altre tabelle di numeri primi e di fattori aventi una certa estensione, cfr. inoltre:

1. T. BRANCKER, *An introduction to Algebra*, tradotta in inglese da THOMAS BRANCKER ed aumentata dal Dr. PELL, Londra, (1668). L'algebra e la traduzione sono descritte da G. WERTHEIM, « *Bibliotheca Math.* », (3), 3, (1902), pp. 113-26.

T. BRANCKER nella sua tabella diede il più piccolo divisore dei numeri non divisibili per 2 e 5, sino a 100 000.

Tale tabella fu riprodotta prima da JOHN HARRIS, *Lexicon Technicum or an Universal Dictionary of Arts and Sciences*, London, Vol. 2, (1710). Nella 5<sup>a</sup> Ed., London, 2, (1736), la tabella fu omessa. Nel 2° Vol. dell'Opera di WALLIS questo Autore a p. 51 vi elencò 30 errori.

La tabella del BRANCKER fu poi riprodotta da F. MASERES, *The Doctrine of Permutations and Combinations ...*, London, (1795).

Infine la tabella in oggetto fu riportata da E. HINKLEY nelle sue *Tables of the prime numbers and prime factors of the composite numbers from 1 a 100 000*, Baltimore, (1853).

Per un elenco di errori della tabella di BRANCKER, cfr. WALLIS, *Treatise of Algebra, additional treatise*, Cap. III, § 22, London, (1685).

LAGRANGE richiamò l'attenzione di J. H. LAMBERT, *Beiträge zum Gebrauche der Math. u. deren Anwend.*, Berlin, (1770). II, 42, (che vi aveva esposto il desiderio di una tabella sino a 102 000), appunto sulla tabella di BRANCKER.

2. JOHANN GOTTLÖB KRÜGER, *Gedancken von der Algebra, nebst den Primzahlen von 1 bis 1 000 000*, Halle im Magd. (1746). Vi si dà una tabella di primi sino a 100 999 e non sino ad 1 000 000 come è detto nel titolo. L'Autore avverte inoltre che la tabella fu calcolata da PETER JÄGER di Nürnberg.

3. LAMBERT, *Zusatze zu den Logarithmischen und trig. Tabellen*, Berlin, (1770), diede, (riportandola da KRÜGER c. in alto), una tabella con il più piccolo fattore dei numeri non divisibili per 2, 3, 5 sino a 102 000 ed una tabella di tutti i num. primi sino allo stesso limite. KLÜGEL, « *Math. Wörterbuch* », 3, (1808). 892-900, vi notò degli errori.

4. A. F. MARCI, *Primes « in quater centenis millibus »*, Amstelodami, (1772), diede un elenco dei primi sino a 400.000.

5. A. FELKEL, *Tabula omnium factorum simplicium, numerum per 2, 3, 5 non divisibilium ab 1 usque 10 000 000. Elaborata ab ANTONIO FELKEL, Pars 1. Exhibens factores ab 1 usque 144 000. Vindobonae, (1776).* Vi è poi in tre sezioni una tabella sino a 408 000. Nella Graves Library della University College di Londra vi è una copia di questa tabella completa.

Invece della *Tafel aller einfachen Factoren der durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 10 000 000. Entworfen von ANTON FELKEL. 1 Theil. Enthaltend die Factorem von 1 bis 144 000, Wien, (1776).* Vi è una copia nelle Biblioteche della Royal Society di Londra e dell'Università di Göttingen.

In un ms. dello stesso FELKEL, (cfr. *Zach's Monatliche Correspondenz*, 2, 1800, 223; « Allgemeine deutsche Bibl. », 33, 11, 495), la tabella veniva estesa sino a 2 000 000. Tale ms. passò in possesso della Tesoreria Imperiale di Vienna che aveva sopportato le spese della pubblicazione della tabella.

Inoltre A. FELKEL, (cfr. J. H. LAMBERT, *Supplementa tab. log. trig.*, Lisbona, 1798), diede nella traduzione latina della *Zusatze* ecc. c. in alto tutti i fattori primi dei num. non divisibili per 2, 3, 5 sino a 102 000, indicando i grandi numeri con lettere. Inoltre nella prefazione avverte che non potendo avere il suo ms. esteso sino a 2 000 000, c. preced., si calcolò anche una tabella di fattori da 408 000 a 2 856 000.

6. L'Encicl. di d'ALEMBERT, ed. 1780, contiene una tabella di fattori sino a 100.000.

7. FRANZ SCHAFFGOTSCH, *Gezetz. welches zur Fortsetzung der bekannten Pellischen Tafeln dient, Abhand.* Privatgesellschaft in Böhemen, Prag, 5, (1782), 354-82. È qualche cosa di analogo, sembra, di *Neocribrum ad numeros* ecc. di L. POLETTI, c. in alto. Cfr. anche BEGUELIN e TESSANEK, id., pp. 362, 379.

8. In seguito all'appello lanciato da LAMBERT, per la costruzione di una tabella sino ad 1 000 000, L. OBERREIT, von STAMFORD, ROSENTHAL, FELKEL e HINDENBURG, considerarono metodi per la costruzione di una simile tabella e ne fecero una sino appunto al detto limite. Inoltre essi studiarono progetti per l'estensione sino a 5 e 10 milioni. Fu pubblicata la loro estesa corrispondenza con LAMBERT, (cfr. JOH. HEINRICH LAMBERTS deutscher gelehrter Briefwechsel, herausgegeben von JOH. BERNOULLI, Berlin, (1785), Leipzig, (1787), Vol. 5); ma delle tabelle costruite fu soltanto pubblicata quella di FELKEL già c. in alto. Per altre notizie in merito, cfr. J. W. L. GLAISHER, « Proc. Cambridge Phil. », 3, (1878), 99-138.

9. JOHANN NEUMANN, *Tabellen der Primzahlen und der Facto-*

*ren der Zahlen, welche unter 100 000, und durch 2, 3 oder 5 nicht theilbar sind*, Dessau, (1785), 200 pp.

10. DESFAVIAAE, diede nello stesso anno un'eguale tabella.

11. G. VEGA, *Tabulae logaritmico-trigonometricae*, (1797), Vol. 2, diede tutti i fattori primi dei numeri non divisibili per 2, 3, 5 sino a 102 000 ed un elenco dei numeri primi da 102 000 sino a 400 031. CHERNAC elencò errori di ambedue le tabelle.

Nella Ed. di Hülße di VEGA, (1840), l'elenco dei numeri primi fu esteso sino a 400 313.

12. N. J. LIDONNE, *Tables de tous les diviseurs des nombres < di 102 000*, Paris, (1808).

13. L. CHERNAC, *Cribrum Arithmeticum ...*, Daventriae, (1811), 1020 pp. Questo lavoro fu rivisto da GAUSS, *Göttingische gelehrte Anzeigen*, (1812); *Werke*, 2, 181-2. Invece A. CUNNINGHAM in « *Messenger Math.* », 34, (1904-5), 24-31; 35, (1905-6), 24, vi elencò errori. CHERNAC diede tutti i fattori primi dei numeri non divisibili per 2, 3, 5 sino ad 1 020 000.

14. J. C. BURCKHARDT, *Tables des diviseurs ... 1 à 3 036 000*, Paris, 1811, 1814, 1816, per le rispettive tre edizioni, e 1817, ma in un solo Vol. Egli vi diede il più piccolo fattore. Avverte poi che il primo milione non è stato da lui calcolato ma ricavato dal confronto della tabella di CHERNAC con un ms. (menzionato nel carteggio di LAMBERT c. in alto), dovuto a SCHENMARCK che si estende sino ad 1 008 000, cfr. E. MEISSEL, « *Math. Annalen* », 2, (1870), 636-42; 3, p. 523; 21, (1883), p. 304; 25, (1885), p. 251. E. MEISSEL disse poi che la tabella di BURCKHARDT dà correttamente i primi sino ad un milione, e diede inoltre il numero dei numeri primi nei successivi gruppi di 100 000 sino ad un milione. Per un elenco di errori cfr. J. P. GRAM c. in seguito.

15. P. BARLOW, *New Mathematical Tables*, London, (1814), diede un elenco dei primi sino a 100 003. Errori furono notati da CUNNINGHAM c. in alto.

16. REES' *Cyclopaedia*, Vol. 28, (1819), elenca i primi sino a 217 219.

17. J. P. KULIK, *Divisores numerorum decies centena millia non excedentium. Accedunt tabulae auxiliares ad calculandos numeri cujuscunque divisores destinatae. Tafeln der einfachen Factoren aller Zahlen unter Einer Million nebst Hilfstafeln zur Bestimmung der Factoren jeder grösseren Zahl*, Graz, (Austria), (1825), pp. XXVI+2+286, cfr. M. T. A. C., V. 2, p. 59 f).

Una interessante Relazione su questo lavoro assai raro del

KULIK è dovuta al Sig. N. G. W. H. BEEGER, (*On a scarce Factor Table*, M. T. A. C., 11, 1947, pp. 326-30). Come è detto nel titolo in questo lavoro il KULIK diede una tabella di fattori sino ad un milione.

18. J. M. SALOMON, *Log. Tafeln*, Wien, (1827). Vien data tabella di fattori sino a 102 011.

19. A. GUYOT, *Théorie générale de la divisibilité des nombres, suivie d'applications variées et d'une table de nombres premiers compris entre 0 et 100 000*, Paris. (1835).

20. B. GOLDBERG, *Primzahlen-u. Factortafeln von 1 bis 251 647*, Leipzig, (1862), CUNNINGHAM nel l. già c. vi trova degli errori.

21. ZACHARIAS DASE, *Factoren-Tafeln für alle Zahlen der siebenten Million ...*, Hamburg, (1862); *... der acten Million*, (1863); *... der neuten Million, ergänzt von H. ROSENBERG*, (1865). Un ms. dello stesso Autore contenente una tabella di fattori del 4°, 5° e 6° milione, fu presentato all'Accademia di Berlino da A. L. CRELLE e sebbene GAISS avesse avuto fiducia che tale ms. poteva essere pubblicato dall'Accad. e quindi sollecitava DASE di intraprendere il lavoro del 7° milione, pure l'Accad. trovò non consigliabile la pubblicazione, essendo il ms. assai poco curato, DASE però, morto nel 1861, lasciò il 7° milione completo e notevolmente accurato, l'8° quasi completo ed una gran parte di fattori del 9° e 10° milione. Il lavoro fu poi completato da ROSENBERG ma con numerosi errori. La tabella del 10° milione non fu pubblicata ed il ms., che il LEHMER cercò invano per potere comparare i risultati con la sua tabella del 1909, fu presentato nel 1878 all'Accad. di Berlino. Per un elenco di errori cfr. J. P. GRAM c. in seguito.

22. G. F. GAUSS, *Posthumous manuscript, Werke*, 2, (1863), 435-47, diede una tabella del numero dei numeri primi di ciascuna migliaia sino ad un milione e di ciascuna diecina di migliaia da 1 a 3 milioni con una comparazione con la sua formula approssimata

$$\int \frac{dx}{\log x}.$$

23. V. A. LEBESGUE, *Tables diverses pour la décomposition des nombres en leurs facteurs premiers*, « Mém. soc. sc. phys. et nat. de Bourdeaux », 3, cah. 1, (1864), 1-37. Discusse la formazione delle tabelle di fattori e diede una sino a 115 500 costruita da HOÜEL.

24. W. B. DAVIS, « Jour. de Math. »; (2), 11, (1866), 188-90; « Proc. London Math. Soc. », 4, (1873), 416-7; « Math. Quest. Educ. Times », 7, (1867), 77; 8, (1868) 30-1. Vi si considerano numeri nelle vicinanze di  $10^8$  e  $10^{11}$ .

25. J. W. L. GLAISHER, Report british Association for 1872, 1873, trans., 19-21. (cfr. inoltre W. W. JOHNSON, *Des Moines Analyst*, 2, 1875, 9-11). Vien dato per il secondo e nono milione il numero dei primi per ciascuno intervallo di 50 000 e fatta comparazione con lix'-lix.

26. GLAISHER, « Proc. Cambridge Phil. Soc. », 3, (1878), 17-23, 47-56; « Report. British Ass. », (1877), 20, (cfr. inoltre W. W. JOHNSON già c., 5, (1878), 7). Vi sono enumerati i numeri primi delle tabelle di BURCKHARDT e DASE.

27. ID., « Messenger Math. », 7, (1877-8), 102-6, 171-6, (del lavoro è stata fatta traduzione in « Sphinx-Oedipe », 7, (1912), 161-8). Vi sono elencati lunghi gruppi di numeri composti consecutivi.

28. ID., id., 8, (1879), 28-33. Sono enumerate le paia di numeri primi, come 11, 13, in ciascuna successiva migliaia sino a 3 milioni e nel 7°, 8° e 9° milione.

29. ID., « Report British Ass. », (1878), 470-1; « Proc. Roy. Soc. London », 29, (1879), 192-7. Sono enumerati i numeri primi  $4n + 1$  e quelli  $4n + 3$  per intervalli di 10 000 nel  $K^{\circ}$  milione per  $K = 1, 2, 3, 7, 8, 9$ .

30. JAMES GLAISHER, *Factor tables for the fourth, fifth and sixth millions*, London, (1879, 1880, 1883). Viene riempito il vuoto fra le tabelle di BURCKHARDT e DASE. LEHMER lodò l'accurata tabella del GLAISHER e trovò nel 6° milione un solo errore, oltre a due errori di stampa.

31. P. SEELHOFF, « Zeitschrift Math. Phys. », 31, (1886), 380. Il lavoro è riprodotto in « Sphinx-Oedipe », 4, (1909), 95-6. Si danno grandi numeri primi  $k2^n + 1$ , ( $k < 100$ ), e num. composti.

32. J. P. GRAM, « Acta math. », 17, (1893), 301-14, (un elenco di errori si trova in « Sphinx-Oedipe », 5, (1910), 49-51). Viene riprodotto il calcolo del numero dei numeri primi, di N. P. PERTELSEN. sino a 10 milioni in intervalli di 50 000 e minori che condusse alla scoperta di molti errori nelle tabelle di BURCKHARDT e di DASE.

33. E. SUCHANEK, « Sitzungsber. Ak. Wiss. », Wien, (Math.); 103, IIa (1894), 443-610. Si continua sino a 100 000 la tabella dei primi a base 2 di SIMONY, (id., 96, II, 1887, 191-286), che era estesa sino a  $2^{14} = 16\,384$ .

34. D. von STERNECK, « Anzeiger K. Akad. Wiss. Wien », (Math.), 31, (1894), 2-4. Vi si conta il numero dei primi  $100n + 1$  in ciascuna decina da un milione sino a 9 milioni e si nota che tale aumento di primi differisce relativamente poco da  $\frac{1}{40}$ .

35. A. CUNNINGHAM e H. J. WOODALL, « Report British Ass. », (1901), 553; (1903), 561; « Messenger Math. », 31, (1901-2), 165; 34, (1904-5), 72, 184; 37. (1907-8), 65-83; 41, (1911), 1-16. Vi son dati molti numeri primi successivi  $>$  di 9 milioni.

36. THEY, « Report. British Ass. », (1900), 646. Vi sono elencati 117 primi fra  $2^{24} \pm 1$  020.

37. A. CUNNINGHAM, « Quarterly Jour. Math. », 35, (1903), 10-21; « Mess. Math. », 36, (1907), 145-74; 38, (1908), 80-104; 38, (1909), 145-75; 39, (1909), 33-63, 97-128; 40, (1910), 1-36; 45, (1915), 49-75; « Proc. London Math. Soc. », 27, (1896), 327; 28, (1897), 377-9; 29, (1898), 381-438), 518; 34, (1902), 49. Son dati lunghi elenchi di primi fra  $9 \cdot 10^6$  e  $10^{11}$ .

38. A. CUNNINGHAM, « Messenger Math. », 34, (1904-5), 24-31; 35, (1905-6), 24, elencò errori di diverse tabelle.

39. M. KRAITCHIK, *Table des nombres premiers du dixième million*, in f°, ms., (1905), pp. 336.

40. G. INGHIRAMI, *Table des nombres premiers et de la décomposition des nombres de 1 à 100 000 ... suivie etc.*, Paris, (1919), XI + 35

41. J. PETERS, A. LODGE, E. J. TERNOUTH e E. GIFFORD, *Factor table giving the complete decomposition of all numbers less than 100 000*, « British. Assoc. for the Advanc. of Sc. ». Mathematical Tables, Vol. V, London, (1935), xv + 292. I calcoli furono eseguiti indipendentemente dal Prof. J. PETERS, dalla Signora E. GIFFORD e dalla Signorina E. J. TERNOUTH con la collaborazione del Prof. A. LODGE e controllati dal Comitato della British Assoc per il calcolo di tab. matematiche.

4. Per crivelli, metodi di costruzione di una tabella e loro discussione, e per storie e relazioni di tabelle di fattori e di numeri primi cfr. invece:

1. EULERO, « Novi Comm. Acad. Petrop. », 19, (1774), 132; « Comm. Arith. », 2, 64. Si discute la costruzione di una tabella di fattori sino ad un milione.

2. Nell'8° lavoro c. al precedente n. 3 si considerano metodi per la costruzione di tabelle sino ad un milione e vengono dati dei progetti per la estensione sino a 5 e 10 milioni.

3. A. G. KÄSTNER, *Fortsetzung der Rechenkunst*, ed. 2ª, Göttingen, (1801), 566-82. Vien data una relazione sulle tavole di fattori.

4. A. L. CRELLE, « Jour. für Math. », 51, (1856), 61-99. Si discute la rapida costruzione di una tabella di fattori ed in parti-

colare un metodo per l'estensione della tabella di CHERNAC sino a sette milioni.

5. Cfr. il 23° lavoro del n. 3.

6. Un Comitato costituito da CAYLEY, STOKES, THOMPSON, SMITH e GLAISHER, Report British Ass. for 1873, 1874, pp. 1-175; 1875, 305-36; (traduzione francese in « Spinx-Oedipe », 8, (1913), 50-60, 72-9; 9. (1914), 8-14), preparò una relazione sulle tabelle Mat. e diede un elenco, (pp. 34-9), di tabelle di fattori e di primi.

7. J. W. L. GLAISHER, in « Proc. Cambridge Phil. Soc. », 3, (1878), 99-138, 228-9, descrisse dettagliatamente il metodo usato da suo padre e diede un resoconto sulla storia delle tabelle di fattori.

8. Nell'introduzione al 4° milione del 30° lavoro del prec. n. 3, il GLAISHER diede una storia delle tabelle di fattori e della loro costruzione.

9. TUXEN, « Tidsskrift for Mat. », (4), 5, (1881), 16-25. Si dà un metodo per costruire una tabella di primi.

10. V. BOUNIAKOWSKY, « Memoirs Imperial Acad. Sc. St. Petersburg », 41, (1882), Suppl., n. 3, 32 pp. Vien data una estensione del crivello di ERATOSTENE.

11. W. W. JOHNSON, « Annals of math. », 1, (1884-5), 15-23. Si ripetono le osservazioni di GLAISHER sulla storia delle tabelle.

12. L. SAINT-LOUP, « Comptes Rendus », Paris, 107, (1888), 24; « Ann. de l'école normale », (3), 7, (1890), 89-100. Si dà un'esposizione grafica del crivello di ERATOSTENE.

13. H. VOLLPRECHT, *Ueber die Herstellung von Factorentafeln*, Diss, Leipzig, (1891). Viene discussa la costruzione delle tavole di fattori.

14. P. VALERIO, « La revue scientifique de France », (3), 52, (1893), 764-5. L'Autore scrive i numeri primi a 5 in 4 colonne. Nella 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, e 4<sup>a</sup> pone rispettivamente i numeri che terminano per 1, 3, 7, e 9. Dalla 1<sup>a</sup> colonna poi cancella il 1° multiplo di 3 che è 21, poi il 3° seguente numero 51 ecc. Similmente per le altre colonne. Poi invece dei multipli di 3 si cancellano quelli di 7, 11, ecc.

15. G. L. BOURGEREL, « La revue scientifique de France », (4), 1, (1894), 411-2, diede una tabella con 0, 1, ..., 9 nella 1<sup>a</sup> colonna; 10, 11, ..., 19 nella 2<sup>a</sup> ecc. Allora i multipli di un dato numero giacciono sulle rette, (una delle quali passa per lo zero), formanti quasi un graticcio. Per es. i multipli di 3 sono sulla retta passante da 0, 12, 24, 36, ... e sulle parallele ad essa per 3, 15, 27, ..., per 21, 33, 45, ..., ecc.; ed anche su un secondo gruppo

di parallele passanti per i numeri 3, 12, 21, 30; 6, 15, 24, 33, 42, 51, 60; ecc.

16. Nel 35° lavoro del precedente n. 3 viene discusso il problema di trovare tutti i primi in un dato intervallo.

17. H. SHAPIRA, « Jahresber. d. Deutschen Math. Verein », 5, (1901), 1, 69-72. Si discutono le operazioni algebriche equivalenti al crivello di ERATOSTENE.

18. V. DI GIRIO, Alba, (1901), applicò analisi indeterminata di 1° grado per definire un nuovo crivello di ERATOSTENE e di fattorizzazione.

19. PH. JOLIVALD, « L'inter. des Math. », 11, (1904), 97-8. Si notò che una tabella di tutti i fattori dei primi  $2N$  numeri serve a dire rapidamente se un numero  $< 4n + 2$  è o no primo.

20. J. R. AKERLUND, « Nyt Tidsskrift for Mat. », Kjobenhavn, 16A, (1905), 97-103. Si discute la determinazione dei numeri primi con una macchina.

21. GASTON TARRY, « Bull. Soc. Philomathique de Paris », (9), 8, (1906), 174-6, 194-6; 9, (1907), 56-9. « Spinx-Oedipe », (1906-7), 39-41; *Tablettes des Cotes*, Gauthier-Villars, Paris, (1906); « Assoc. franç. avanc. sc. », 36, (1907), II, 32-42; 41, (1912), 38-43. Si userebbe una tabella come quella già usata da BARLOW, (cfr. « New Series of Math. Repository », Th. Leybourn, London, 4, (1819), II, 30-39). e due entrate per dire se un assegnato numero  $< N$  è divisibile per un dato primo  $p$ . Per  $N = 10\,000$  egli usò la base  $b = 100$  e diede una tabella dei minimi resti in valore assoluto,  $(\text{mod } p)$ , sia dei numeri  $r < b$ , che dei vari multipli di  $b$  e per ciascun primo  $p < b$ . Allora  $nb + r$  è divisibile per  $p$ , se i resti di  $nb$  ed  $r$  sono uguali ed opposti. Per  $n = 100\,000$ , egli usò  $b = 60\,060 = 2.91.330$  e scrisse i numeri nella forma  $mb + 330q + r$ ,  $q < 90$ ,  $r < 330$  e ancora  $b = 20\,580$ .

ENEST LEBON, usò di tali tabelle; con la base  $30\,030 = 2.3.5.7.11.13$  oppure  $30\,030.17$ : cfr. « Comptes Rendus », Paris, 151, (1905), 78; « Bull. Amer. Math. Soc. », 13, (1906-7), 74; « L'enseignement Math. », 9, (1907), 185; « Bull. Soc. Philomathique de Paris », (9), 8, (1906), 168, 270; (9), 10, (1908), 4-9, 66-83; (10), 2, (1910), 171-7; « Assoc. franç. avanc. sc. », 36, (1907), II, 11-20, 49-55; 37, (1909), 33-6; 41, (1912), 44-53; 43, (1914), 29-35; « Rend. Acc. dei Lincei », (5), 15, (1906), 1, 439; 26, (1917), 1, 401-5; « Sphinx-Oedipe », (1908-9), 81, 97; « Bull. Soc. Math. Elém. », 12, (1907), 292-3; « Il Pitagora », Palermo, 13, (1906-7), 81-91; la tabella ivi contenuta serve a fattorizzare i numeri da  $30\,030$  a  $510\,510$ ; *Table de caractéristiques relatives à la base 2310 des facteurs premiers d'un nombre inférieur à 30 030*, Paris, (1906), 32 pp.; « Comptes Rendus », Paris,

159, (1914), 597-9; 160, (1915), 758-60; 162, (1916), 346-8; 163, (1916), 259-61; 164, (1917), 482-4.

22. ERNEST LEBON, « Jour. de Sciencias math., phys. e nat. », Acad. Sc. Lisbona, (2), 7, (1906), 209-18; J. DESHAMPS, « Bull. Soc. Philomathique de Paris », (9), 9, (1907), 112-28; 10, (1908), 10-41; C. A. LAISANT, « Ass. Franç. Av. Sc. », 41, (1912), 32-7, discussero la costruzione di tabelle di fattori.

23. J. C. MOREHEAD « Annals of Math. », (2), 10, (1908-9), 88-104. Viene esteso il crivello di ERATOSTENE ai numeri  $ma^k + b$ , ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ), di una progressione aritmetica. Il caso  $a = 2$ ,  $b = \pm 1$  è discusso dettagliatamente e si fanno osservazioni sulla costruzione di una tabella relativa ai numeri  $m2^k \pm 1$ .

L. L. DINES, id., pp. 105-115, tratta il caso  $a = 6$ ,  $b = \pm 1$  e la fattorizzazione dei numeri  $m.6^k \pm 1$ .

24. L. AUBRY, « Sphinx-Oedipe », 6, (1911), 187-8; *Problem of LIONNET*, « Nouv. Ann. Math. », (3), 2, (1883), 310, provò che un gruppo di 30 numeri dispari consecutivi non può contenere più di 15 numeri primi o numeri tutti i fattori primi dei quali eccedano 7.

25. E. LEBON, « L'Int. des Math. », 19, (1912), 237, disse che egli nel 1911 costruì una tabella dei resti  $\rho$ ,  $\rho'$ , permettente la rapida fattorizzazione dei numeri sino a 100 milioni, il ms. essendo nella Biblioteca dell'Istituto.

26. A. GERARDIN, « Math. Gazette », 7, (1913-4), 192-3, discusse la ricerca di tutti i primi fra assegnati limiti con l'uso di modelli per 3, 5, 7, 11, ... Egli, « Ass. Franç. », 42, (1913), 2-8; 43, (1914), 26-8, descrisse un suo ms. contenente una tabella permettente la fattorizzazione dei numeri sino a 200 000 000. In « Spinx-Oedipe », série spéciale, 1, (dic. 1913), diede poi una tabella di 5 pag. per fattorizzare i numeri del 2° milione. Corrispondentemente a ciascun primo  $M \leq 14\,867$  vi è un'entrata  $P$  tale che  $N = 1\,000\,000 + P$  sia divisibile per  $M$ . Se un valore di  $P$  non è nella tabella,  $N$  è un primo. Con una semplice divisione si ottiene il più piccolo numero dispari in ogni milione che è divisibile per il primo dato  $M \leq 14\,867$ .

27. C. BOULOGNE, « Ass. Franç. », 43, (1914), 17-26, fece uso di elenchi di resti mod 30 e 300.

28. H. E. HANSEN, « L'enseign. math. », 17, (1915), 93-9, (cfr. pp. 244-5 per osservazioni di GERARDIN), diede un metodo impraticabile per formare una tabella di primi basata sul fatto che tutti i numeri composti primi a 6 sono prodotti di due numeri  $6x \pm 1$ , mentre un tale prodotto è  $6N \pm 1$  quando  $N = 6xy \pm x + y$  o  $6xy - x - y$ . Una tabella di valori di questi  $N$  sino a  $k$  serve

a trovare i numeri composti sino a  $6k$ . Applica questo metodo per fattorizzare i numeri  $6N \pm 1$  cercando una espressione per  $N$  in una delle tre forme di sopra.

29. N. ALLISTON, « *Math. Quest. Educ. Times* », 28, (1915), 53, descrive un crivello, modificazione di quello di ERATOSTENE, per determinare i primi  $4n + 1$  e quelli  $4n - 1$ .

30. NOVIOMAGUS, *De numeris*, libri due ... authore IOANNE NOVIOMAGO, Paris, (1539). Ristampe: Cologne, (1544); Deventer, (1551); G. Frizzo, Verona, (1901). Nel libro II, Cap. IV è dato il crivello di ERATOSTENE con una colonna separata per i multipli di 3, una per quelli di 5, ecc.

31. P. S. PORETZKY, « *Math. phys. ecc.* », Kassan, 6, (1888), 52-142. Si applica una formula relativa alla funzione

$$\psi(m) = \varphi(1) + \varphi(2) + \dots + \varphi(m)$$

in cui  $\varphi(n)$  è l'indicatore di  $n$ , per una generalizzazione del crivello di ERATOSTENE.

32. A. DE POLIGNAC, *Recherches nouvelles sur les nombres premiers*, Paris, (1851), 28 pp. Sunto in: « *Comptes Rendus* », Paris, 29, (1849), 397-401, 738-9; cfr. poi « *Nouv. Ann. Math.* », 8, (1849), 423-9; « *Jour. de Math.* », 19, (1854), 305-33. Si cancellano dalla serie naturale i multipli dei primi  $n$  numeri primi e si considera la così detta « *serie Diatonica* » dell'ennesimo numero primo, che gode di interessanti proprietà utili per i crivelli.

33. SAINT-LOUP, « *Comptes Rendus* », Paris, 107, (1888), 24; « *École Norm. Sup.* », 7, (1890), 89; A. REYMOND, « *L'enseignement Math.* », 18, (1916), 332-5; A. J. KEMPNER, « *Amer. Math. Montly* », 24, (1917), 317-21, rappresentano graficamente i divisori dei numeri. Invece KULIK, « *Abh. K. Böhm. Gesell. Wiss.* », (2), (1842-3), 47, diede una determinazione grafica dei primi.

34. M. KRAITCHIK, *Un procédé graphique de criblage*, « *Ass. Franç. Av. Sc.* », Rouen, (1921).

35. Per metodi di fattorizzazione cfr. L. E. DICKSON, *History of the theory of numbers*, New York, (1934), Vol. I, Cap. XIV; M. KRAITCHIK, *Théorie des Nombres*, Gauthier-Villars, Paris, Vol. I, (1922), X+230 pp.; Vol. II, (1926), IV+250 pp.; ID. *Recherches sur la Théorie des Nombres*, Id., Vol. I, (1924), XVI+272 pp.; Vol. II, (1929), VXI+184 pp., questo Volume è interamente dedicato alle fattorizzazioni. Del KRAITCHIK, cfr. pure: *Sur la factorisation des grands nombres*, « *Ass. Franç. Av. Sc.* ». Liege, (1924).

Notiamo qui poi che buona parte delle notizie di questo N. e del precedente sono tratte dall'Opera c. del DICKSON.

5. Non è poi possibile riferire esaurientemente tutti i lavori sulle fattorizzazioni di serie e numeri di forma particolare, perchè la letteratura che vi si riferisce è estesissima (<sup>2</sup>). Ci limitiamo perciò soltanto a dare qui alcune notizie sulle fattorizzazioni dei numeri  $u^n \pm b^n$ , dato il grande interesse dei numeri di tale forma. Cfr.:

1. I Cap. VI, XV, XVI del I Vol. del DICKSON già c.; *Théorie des nombres e le Recherches ecc.*, pure citate del KRAITCHIK, e di questo Autore ancora: *Décomposition de  $2^n \pm 1$* , in riproduzione fotografica, « Sphinx-Oedipe », (1921).

2. Per un elenco delle fattorizzazioni dei numeri di MERSENNE  $2^p - 1$ ,  $p$  primo, completamente aggiornato, cfr.:

a) A. FERRIER, *Factorisation des nombres  $2^n - 1$* , « Inter. des Recherches Math. », t. 4, (1948), fasc. 13, pp. 11-2;

b) R. LESSARD, *Factorisation des nombres  $2^p - 1$* , id., t. 4, (1948), fasc. 16, pp. 100-3;

c) E. DURUPT, *id.*, id., p. 103.

Il lavoro b) è il più interessante dei tre, perchè dà delle correzioni e notevoli aggiunte al lavoro a), in c) essendoci soltanto una semplice notizia. Però a proposito del lavoro b) è forse necessaria una semplice osservazione nei riguardi del numero di MERSENNE  $2^{257} - 1$ . Difatti questo numero prima che fosse riconosciuto come composto dal LEHMER nel 1947 era stato riconosciuto come tale, sebbene con qualche riserva, dal KRAITCHIK che a p. 83 del t. II delle sue *Recherches, ecc.*, già c., dice testualmente: « *Nous avons appliqué en 1922 à ce nombre, le procédé de LUCAS. Sauf erreur dans le calcul, ce nombre est composé* ». Il relativo ms. è conservato nel ricchissimo Archivio privato di A. GERARDIN cui, quando questi era direttore di Sphinx-Oedipe, KRAITCHIK lo inviò.

3. A. J. C. CUNNINGHAM, *Factorisation de  $y^n \pm 1$* , London, (1925).

4. ID., *Binomial Factorisation*, London, (1923-5).

In questa interessantissima pubblicazione in ben 7 Voll. sono contenuti notevoli e numerosissimi risultati relativi alle fattorizzazioni di numeri della forma  $y^n \pm 1$ . Ci limitiamo qui soltanto a dire che vi si danno fattorizzazioni di numeri del tipo  $x^4 + 1$  per  $x < 1000$  e le soluzioni di  $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ , per  $p < 100000$ ,

(<sup>2</sup>) Del resto alla fine del N. 2 del § 1° del testo abbiamo avvertito che nella *Guide to tables ecc.*, vi è un elenco di Art. relativi a serie di numeri primi dovuto al Sig. BEEGER che ha altre interessanti e forse complete notizie bibliografiche.

(è ovvio che una volta che si sono ottenute soluzioni della detta congruenza è facile ottenere fattorizzazioni di numeri della forma  $x^4 + 1$ ). Un rapido riassunto di quest'opera del CUNNINGHAM è dato da KRAITCHIK alle pp. 111-2 delle sue *Recherches*, t. II.

5. A. GLODEN, *Table de factorisation des nombres  $x^4 + 1$  dans l'intervalle  $1\ 000 < x \leq 3\ 000$* . « Archives Institut Grand-Ducal de Luxembourg », Nouvelle Série, (1938-46), t. XVI, pp. 71-88. Questa tabella continua quella di CUNNINGHAM che però non ha fattorizzato tutti i numeri della forma detta dello intervallo da lui considerato. Alcune lacune sono state colmate da KRAITCHIK (*Recherches. ecc.*, t. II, pp. 116-7) e da N. G. W. H. BEEGER, (*Additions and Corrections to « Binomial Factorisations » by Lt.-Col. A. J. C. CUNNINGHAM*, Amsterdam, 1933). A. GLODEN, ha verificati i risultati di questi due ultimi Autori e completato la tabella di CUNNINGHAM al di là dei valori di  $x$  considerati da KRAITCHIK e da BEEGER e sino ad  $x = 708$  ed  $x = 833$  inclusi e rispettivamente per  $x$  pari ed  $x$  dispari, cfr. A. GLODEN, *Complements aux tables de factorisation de CUNNINGHAM*, « Mathesis », t. LV, (1945-6), N. 6-7, pp. 254-6.

6. M. S. HOPPENOT, *Tables des solutions de la congruence  $x^4 \equiv -1 \pmod{N}$  pour  $100\ 000 < N < 200\ 000$* , Librairie du Spinx, Bruxelles, (1935).

7. A. GLODEN, *Table des solutions de la congruence  $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  pour  $2 \cdot 10^5 < p < 3 \cdot 10^5$* , « Mathematica », Vol. XXI, (1945), pp. 45-65.

8. A. DEFELD, *Table des solutions de la congruence  $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  pour  $300\ 000 < p < 350\ 000$* , « Archives Institut Grand-Ducal de Luxembourg », Nouvelle Série, (1938-46), t. XVI, pp. 65-70.

9. A. GLODEN, *Table des solutions de la congruence  $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  pour  $350\ 000 < p < 500\ 000$* , « Centre de documentation universitaire », Paris, (1946), III+37 pp.

10. A. GLODEN, *Solutions minima de la congruence  $x^4 + 1 \equiv 0 \pmod{p^2}$ ,  $\alpha = 2, 3$ , ou  $4$ , pour  $p < 10^3$* , « Euclides », Vol. VIII, (1948), p. 126.

11. ID., *Factorisation de números de la forma  $x^4 + 1$* , Nota I, « Euclides », Anno II, (1942), N. 17, pp. 620-1.

12. ID., *Quelques factorisations nouvelles*, « Gazeta Matematica », Bucarest, (1943), N. 8, p. 356.

13. N. G. W. H. BEEGER, *Note sur la factorisation de quelques grands nombres*, « Archives Institut Grand-Ducal de Luxembourg », Nouvelle Série, (1938-46), t. XVI, pp. 93-5.

## § 2. - **Compiti della Commissione istituita dall' Assoc. Franç. Avanc. Sc.**

Il Congresso dell'Association Française pour l'avancement des Sciences di Nizza del 1946, istituì una Commissione costituita da N. G. W. H. BEEGER di Amsterdam, (Presidente); ANDRÉ GERARDIN, Nancy, (Membro), LUIGI POLETTI, Pontremoli, (Membro), con l'incarico di presentare una Relazione sui lavori da fare allo scopo di estendere la tavola dei numeri primi da 1 a 10 006 721 di LEHMER.

Tale Commissione si aggregò un altro componente, il Sig. A. GLODEN di Lussemburgo e decise di eseguire il controllo reciproco dei testi di KULIK, COLUBEV e POLETTI. Perciò il Presidente-Sig. BEEGER scrisse subito alla « Carnegie Institution » di Washington per avere una riproduzione della fotografia eseguita, come si è detto, a suo tempo da LEHMER a Vienna: Il grande Istituto Americano rispose subito mandando due microfilms dello 11° e 12° milione, il cui ingrandimento al naturale fu fatto a spese dell'Università di Amsterdam e del Municipio di Lussemburgo. Non si è invece riusciti ad avere sino ad ora copia della tavola del COLUBEV. Il POLETTI, che aveva già condotto la sua citata tavola sino a 11 351 340, si assunse allora l'impegno di esaurire *tutto il 12° milione entro il 1949*. Tale lavoro giunge infatti oggi fino a 11 651 640 ed è in continuo progresso, perchè tutti i divisori minori di 127, fino alla chiusura del 12° milione, sono stati iscritti e controllati (\*).

(\*) Nel momento di licenziare le seconde bozze (1 giugno 1950), il sig. POLETTI in un una sua gentile lettera ci comunica che:

1° Egli ha già inviati al GLODEN i restanti fascicoli con il fattore minimo dell'11° Milione ed il relativo controllo con il testo del KULIK, eseguito per la prima metà dell'11° Milione dal BEEGER e per la seconda dal GLODEN, è ora quasi ultimato;

2° Egli ha terminato la tavola con il fattore minimo dei numeri del 12° Milione ed il suo lavoro che ormai giunge a 12 012 000 ha così superato il limite della tavola, c. nel testo, del COLUBEV;

3° La Commissione diretta dal BEEGER venne poi a conoscenza, dopo che noi avevamo inviato il ms. di questo nostro lavoro alla Direzione del « Bollettino », di una interessante tavola dell'11° Milione dell'inglese R. J. PORTER, ed accettò l'offerta di collaborazione fatta dallo stesso PORTER. Si potrà avere così prossimamente la pubblicazione della *Tavola*, già pronta, dei *N. P. dell'11° Milione* di PORTER, POLETTI e KULIK sembra con i tipi o di NOORDHOFF di Croninga o di HEXSPOOR di Amsterdam. Tale tavola.

### § 3. - Il Neocribrum del Poletti. - Conclusione.

Lo strumento principale su cui si basa, come si è detto, un lavoro di così grande interesse scientifico è il *Neocribrum* di L. POLETTI.

Il *Neocribrum* contiene tutti i numeri relativi ad un certo intervallo o *Ciclo*, non divisibili per 2, 3, 5, segnala tutti quelli che sono divisibili per 7, 11, 13 e consente poi inoltre di applicare il classico procedimento di ERATOSTENE, dopo che si sono determinati otto numeri, i più piccoli del Ciclo, divisibili per ciascuno dei numeri primi della serie naturale sino al massimo il cui quadrato è minore del limite superiore del Ciclo stesso. La ricerca degli otto numeri di cui si è detto, si semplifica a mezzo di una formula del Sig. POLETTI e notevolmente poi mediante altre nostre formulette di estrema semplicità (\*). Ogni Ciclo comprende 30 030 numeri e ciascuno di essi è indipendente dai Cicli precedenti. Il *Neocribrum* è ormai diffuso in Francia, Belgio, Olanda, Lussemburgo ed America.

Va fatta lode al Sig. POLETTI che ha saputo da solo riparare ad una assenza, che si protraeva da alcuni secoli, della nostra Italia in questo campo di interessanti ricerche. Va menzionato anche il Sindaco sig. C. LABA di Pontremoli ed il Comune di questa Città che, considerando l'importanza della grande impresa scientifica, offriva subito al POLETTI il suo appoggio morale e si assumeva l'onere di tutte le spese di raccomandazione della corrispondenza. Veniva inoltre messa a disposizione dell'Autore un'ottima macchina dattilografica Olivetti ultimo modello. Il governo poi contribuiva anche esso alla stampa del *Neocribrum* e ci auguriamo che le Autorità centrali, come fa sperare l'alto patrocinio che del-

risulta, oltre dal riferito controllo KULIK-POLETTI eseguito da BEEGER-GLODEN, anche da quello POLETTI-PORTER effettuato da quest'ultimo con le sue tavole manoscritte calcolate in due *maniere differenti*;

4° Circa la tavola degli stessi Autori PORTER, POLETTI e KULIK del fattor minimo per l'11° Milione, che come si è detto volge alla fine, nulla ancora è stato deciso circa la relativa pubblicazione. Il controllo delle tavole POLETTI-PORTER del fattor minimo dell'11° Milione è stato poi prezioso anche per il fatto che i numeri di molte caselle del ms. del KULIK sono illeggibili.

Del lavoro della Commissione saranno fatte prossimamente Relazioni in vari Congressi.

(\*) Cfr. G. PALAMA, *Tabella delle posizioni iniziali relative al « Neocribrum » di L. POLETTI*, « Riv. di Mat. della Univ. di Parma », vol 1, (gennaio-febbraio 1950), fasc. 1, 85-98.

l'impresa si è assunto il Presidente della Repubblica S. E. EINAUDI, vogliono assicurare il pieno successo dell'opera, di cui ci siamo interessati, nella quale il rappresentante italiano ha una funzione decisiva.

Ora se grande è l'interesse del lavoro di cui ci siamo occupati, ben più importante è l'altro della ricostruzione del 2° Vol. del KULIK che come si è detto si estende da 12 642 600 a 22 852 800 e che disgraziatamente è andato perduto.

Pertanto ci sarebbe da augurarsi che il prossimo Congresso Internazionale di Matematica, voglia prendere la grande iniziativa della ricostruzione del 2° Vol. del KULIK.