Bollettino
Unione Matematica Italiana

Attilio Frajese

Storia della matematica e insegnamento medio

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **5** (1950), n.3-4, p. 337–342.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1950_3_5_3-4_337_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1950.

SEZIONE STORICO-DIDATTICA

Storia della matematica ed insegnamento medio.

Conferenza di ATTILIO FRAJESE (a Roma) (*).

Non v'è oggi alcun dubbio circa l'esistenza di relazioni tra l'insegnamento di una determinata scienza e la storia della scienza stessa: in particolare tra insegnamento della matematica e storia della matematica. Ciò specialmente per quanto riguarda l'insegnamento medio.

Ma forse non sempre ci si rende pieno conto del fatto che tali relazioni sono molto strette e che trovano la loro ragion d'essere nell'intrinseca natura sia dello sviluppo storico della scienza sia del suo insegnamento.

Già da alcuni decenni, è vero, la storia della matematica è in certo modo entrata nell'insegnamento medio. Ciò mediante l'inserzione, in parecchi libri di testo, di note storiche illustranti alcune tra le principali scoperte matematiche, con citazione di nomi e di dati biografici.

Molte di queste note sono compilate in modo davvero encomiabile, sia dal punto di vista della precisione scientifica, sia da quello dell'esposizione didattica. Esse offrono lo spunto ad utili spiegazioni degli insegnanti, e dan modo a tutti gli alunni di sentir sia pure soltanto nominare alcuni tra quei grandissimi matematici, che sono completamente ignorati dalla gran massa del pubblico.

Se, tuttavia, si attendessero da un tal procedimento risultati oltremodo vistosi, si andrebbe certo incontro ad una delusione. Specialmente nelle scuole medie inferiori e nel primo ciclo delle

(*) Conferenza inaugurale tenuta al Corso di Perfezionamento in Matematica e Fisica dell'Università di Bologna il 26 novembre 1950.

superiori, non si può pretendere che l'alunno si interessi grandemente alla storia di una scienza: un tale interesse presuppone, infatti, una certa maturità di pensiero.

D'altra parte il legame che in tal modo si viene a stabilire tra insegnamento e storia della matematica è, nonostante le apparenze, puramente estrinseco: si tratta di un legame che, tranne casi di docenti o discenti eccezionali, non scende in profondità.

Un vincolo più stretto tra storia e insegnamento può vedersi nel cosiddetto metodo « genetico » o « storicistico », nel quale, più che dare notizie storiche isolate, si cerca di ripetere nell'insegnamento lo stesso processo storico che ha presieduto allo sviluppo della scienza. Come l'umanità, si dice, ha dovuto percorrere numerose tappe per giungere al possesso di una dottrina scientifica, attraverso errori, deviazioni, scoperte, così nella mente del discente tali tappe devono essere ripercorse, con analoghi errori, analoghe deviazioni, analoghe scoperte.

Un tal metodo è, senza dubbio, assai suggestivo, e su di esso si è molto discusso. Si ritiene giustamente che non possa essere applicato su vasta scala, ma che possa invece trovare effettiva applicazione soltanto se limitato a particolari capitoli dello sviluppo scientifico.

E, del resto, contro il metodo stesso, se inteso in senso generale, si rivolge facilmente il sarcasmo degli oppositori e dei demolitori. Per insegnare l'aritmetica, ad esempio, occorrerebbe dapprima iniziare il bambino alla lettura ed alla scrittura dei numeri romani ed anzi (perchè no?) a quelle secondo i sistemi in uso presso gli Egiziani o presso gli Assiro-Babilonesi. Forse dopo cinque o sei anni di studio si potrebbe giungere al sistema posizionale da noi usato! E così via per tutte le operazioni aritmetiche.

Ma, sarcasmi a parte, il metodo di cui si tratta potrebbe invece essere di grandissima utilità, come si è già detto, per l'esposizione di capitoli particolari della matematica e di altre scienze. Mi limiterò a citare qualche esempio.

L'introduzione degli irrazionali e l'abbozzo di una teoria dei numeri reali costituiscono senza dubbio uno dei problemi didattici più interessanti e dibattuti dell'insegnamento medio. All'insegnante si presenta possibilità di scelta tra vari metodi, ciascuno dei quali, naturalmente, presenta vantaggi e svantaggi. L'esigenza del rigore può portare a compiere alcuni sacrifici in campo didattico, sacrifici che molte volte rendono particolarmente pesante per l'allievo l'insegnamento di questo capitolo.

Mi sia consentito di esprimere l'opinione che questo sia proprio il caso di adoperare il metodo storico. Comunque si pensi intorno allo sviluppo della scienza matematica nel periodo, tormentatissimo per gli storici, che va dal 600 al 300 a.C., è fuori di dubbio che la scoperta degli incommensurabili avvenne quando la matematica aveva iniziato il suo sviluppo con lo studio dei rapporti razionali. Come con massima semplicità di mezzi si sia giunti a stabilire l'incommensurabilità del lato e della diagonale del quadrato, e come questa scoperta abbia prodotto grandissime conseguenze nello sviluppo della matematica greca, è cosa che può tradursi senz'altro in termini d'insegnamento. Il ragazzo può qui essere condotto, con una tecnica paragonabile a quella che Socrate impiega nel famoso dialogo platonico *Menone*, a « scoprire » i fatti fondamentali e a rendersi conto delle loro conseguenze: come poi si sia resa necessaria, attraverso TEODORO, TEETETO, ed EUDOSSO, una sistemazione della teoria dei numeri reali, e come detta sistemazione abbia trovato la sua più perfetta espressione attraverso la trattazione moderna di CANTOR, DEDEKIND ed altri, tutto ciò costituisce un processo perfettamente intelligibile allo studente di liceo, il quale potrà così rendersi conto, sul terreno storico, dell'effettiva concreta necessità di sviluppo di quella che altrimenti si presenterà come difficile, astratta teoria.

E, del resto, non vorrei tralasciare la menzione di una notevolissima opera di OTTO TOEPLITZ, pubblicata soltanto nel 1949 a cura di G. KÖTHE, che porta il titolo: *Lo sviluppo del calcolo infinitesimale* e indica nel sottotitolo che si tratta di una introduzione alla conoscenza del calcolo infinitesimale « secondo il metodo genetico ». Il cammino percorso da ARCHIMEDE e dai suoi predecessori fino ai moderni sistematori del calcolo è ivi esposto in modo organico.

E mi sia consentito anche di recare un esempio tratto dalla fisica. Un vasto capitolo di questa, e precisamente l'elettrologia, sembra si presti particolarmente bene ad una trattazione secondo il metodo storico. Si sono mosse recentemente forti obiezioni contro l'intramontabile « pelle di gatto » con la quale agli inizi dell'insegnamento si strofina la « solita » bacchetta di vetro o di resina: si sono proposti metodi modernissimi, in cui si parte dal presupposto della corrente elettrica già trasportata nelle nostre case: la « presa di corrente » elevata press'a poco al rango di « concetto primitivo ».

Ma in una materia che, come l'elettrologia, va diventando sempre più complessa e vasta, non sembrerebbe utile di rinunziare al metodo storico (che è in tale caso quello tradizionale), metodo che, attraverso le prime semplicissime esperienze di attrazioni e repulsioni, giunge alla macchina elettrostatica ed alla bottiglia di

Leida, per sboccare poi nella mirabile scoperta di VOLTA. Come presentare questa scoperta meglio che ricostruendo nei suoi tratti fondamentali la celebre controversia tra VOLTA e GALVANI? Quale migliore risposta possiamo noi dare alla legittima curiosità dei nostri allievi per spiegare loro « che cosa sia » la corrente elettrica, se non dando una fedele ricostruzione storica della scoperta essenziale?

Ma vogliamo ora esaminare in qual modo organico possa stabilirsi una vera profonda relazione tra storia della matematica ed insegnamento. Sarà per questo necessario fare una breve digressione di carattere strettamente storico: in essa ci riferiremo allo sviluppo della geometria elementare, ma analoghe considerazioni storiche valgono anche, a parte differenze di carattere esteriore, per qualsiasi altro ramo della matematica, anzi per qualsiasi altra attività scientifica (1).

È storicamente accertato che la geometria greca trasse le sue origini da quella egiziana: autore della « trasmissione », intorno al 600 a. C., sarebbe stato TALETE di Mileto. Lo studio dei due papiri più importanti in nostro possesso conduce, conformemente del resto alla tradizione, a configurare la geometria egiziana come essenzialmente *misurante* e *calcolante*: cioè come strettamente ancorata alla pratica concreta dell' agrimensura, precisamente secondo l'etimologia della parola greca « geometria ».

Questa geometria « materiale », passata in Grecia, subisce ivi una evoluzione tale che appena trecento anni dopo, intorno al 300 a. C., si compie una sistemazione organica di una geometria astratta e razionale, mediante i celebri *Elementi* di EUCLIDE. Come da TALETE si sia passati ad EUCLIDE, la cui opera non è affatto « *proles sine matre creata* », costituisce il problema più appassionante della geometria pre-euclidea, trattandosi di quell'attività scientifica di sommo interesse che lo ZEUTHEN denominò « formazione del sistema degli Elementi ».

Si dovette dapprima spogliare la geometria della sua materialità, si dovette giungere alla concezione razionale degli enti geometrici, si dovettero cercare gradualmente migliori e più complete giustificazioni di complesse proposizioni geometriche: si dovette procedere, in modo sempre più sistematico e completo, dall'intuizione al ragionamento. Fu fòrse, come sostenne lo ZEUTHEN, il desiderio di fornire una dimostrazione generale del teorema di PITAGORA che suscitò appunto il procedere di quel lavoro di « analisi » che da proposizioni complesse fece risalire a proposi-

(1) Si veda l'Introduzione degli *Elémens de géométrie* di CLAIRAUT (1741).

zioni via via più semplici, poste a base di quelle altre: il cammino inverso di «sintesi», invece, veniva a fornire la trattazione vera e propria degli *Elementi*, dal semplice verso il complesso: *Elementi* che, attraverso i tentativi sempre meglio riusciti, sembra, di IPPOCRATE di Chio, di DEMOCRITO forse, di LEONE, di TEUDIO, culminano nell'opera di EUCLIDE.

E per questa opera può parlarsi di un vero rigore scientifico, sicchè non è un caso che essa sia passata attraverso i secoli, oscurando il lavoro dei predecessori e determinando in certo qual modo quello dei successori.

I quali successori, per parecchi secoli appunto, si limitarono allo sforzo di darci un EUCLIDE «*restitutus*», «*adauctus*», «*ab omni naevo vindicatus*», ma non più di questo.

Senonché, nel secolo XIX, nel generale processo di revisione critico-logica, si vennero a stabilire in modo ben più rigoroso i princìpi della geometria: si enunciarono postulati che EUCLIDE aveva tralasciato, e più in generale si sistemò, in modo che si sarebbe tentati di chiamare definitivo, tutta la complessa materia che riguarda definizioni, postulati, assiomi.

È questo, in poche parole, lo sviluppo storico della geometria elementare: sviluppo che può cioè essere espresso attraverso il succedersi delle seguenti quattro fasi:

1) Geometria preellenica (egiziana, ecc.): essenzialmente legata alla materialità;

2) Geometria del periodo ellenico (600-300 a. C.): formazione del sistema degli Elementi, cioè passaggio dall'intuizione al ragionamento;

3) Elementi di EUCLIDE (300 a. C.): rigore euclideo, perpetuatosi, sia pure con perfezionamenti di poco conto, fino a tutto il secolo XVIII;

4) Secolo XIX: revisione organica del «rigore euclideo« ed instaurazione di un «rigore perfetto».

Sarebbe possibile instaurare nell'insegnamento un metodo storico inteso in senso lato, ripetendo il succedersi di queste quattro fasi in cicli scolastici successivi? La ripetizione delle fasi stesse non dovrebbe, naturalmente, effettuarsi in senso letterale, ma *secondo lo spirito* dello sviluppo scientifico dei vari periodi. È, del resto, quel che già vien fatto, almeno nelle grandi linee, nell'odierno insegnamento: si tratterà quindi soltanto di acquistarne piena consapevolezza e di perfezionare così la corrispondenza storico-didattica.

Chi non vede che nella scuola elementare si insegna una specie di geometria egiziana? Egiziana secondo lo spirito, s'intende: nel senso cioè che nella scuola elementare s'insegna una geometria essenzialmente *misurante* e *calcolante*, che parte dalla « materia » ed alla « materia » resta almeno parzialmente legata.

Nella scuola media inferiore (scuola dell'adolescente) si assiste in sostanza al formarsi, nella mente dell'allievo, del sistema degli Elementi: questo periodo di studio corrisponde a quello che dal 600 va al 300 a. C., attraverso un insensibile, graduale passaggio dall'intuizione al ragionamento.

Sicché all'inizio della scuola superiore (del ginnasio superiore, per intenderci), l'allievo è maturo per essere « iniziato » ad una geometria razionale. il cui sviluppo durerà per tutto il ciclo di studio.

Se si accetta quest'ordine di idee, si affaccia immediatamente l'osservazione che. in corrispondenza del lunghissimo periodo di tempo occorso per il sostanziale perfezionamento del rigore « euclideo », debba pure nelle scuole medie superiori osservarsi una certa sorte di progressività nell'introduzione del rigore nell'insegnamento geometrico.

E, del resto, per questo punto come per gli altri, vi è accordo perfetto tra la suesposta corrispondenza storico-didattica ed i risultati della moderna psicolcgia dell'adolescente e del giovine: si tratta di un quinquennio che va dal quattordicesimo al diciannovesimo anno di età, con possibilità di comprensione e maturità d'intelletto ben diverse al principio ed alla fine del ciclo. Forse converrebbe sorvolare sui princìpi, nei limiti del possibile, in quarta ginnasiale, e fare invece i princìpi stessi oggetto di studio approfondito e consapevole in terza liceale, nel quadro di una generale organica ripetizione, che per molti studenti sarebbe una vera rivelazione orientatrice.

Cosicché l'errore didattico corrisponderebbe sempre ad un errore di prospettiva storica. Sbagliò certamente PROCLO o chi per lui (ed il suo fu appunto un errore di prospettiva storica) quando attribuì a TALETE la « dimostrazione » del fatto che il diametro dimezza il cerchio, dimostrazione che neppure EUCLIDE diede: sbaglia ugualmente quell'insegnante che ad un ragazzo di undici anni chiede di compiere un ragionamento per il quale non è ancora maturo.

Possiamo dunque, per concludere, trarre da quanto detto un ultimo, ma essenziale corollario: che il buon insegnante deve essere dotato di « spirito storico »: quello spirito che lo porterà ad ambientarsi immediatamente entro l'*ambiente culturale* di ciascuna classe a lui affidata, quello spirito che lo porterà a comprendere nel loro giusto valore gli errori dei suoi scolari, in relazione all'antico sempre aureo adagio « *Errando discitur* ».