
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

GIUSEPPE GHERARDELLI

**Sul sistema lineare di forme
aggiunto ad una serie di equivalenza
sopra una curva riducibile**

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 2,
Vol. 1 (1939), n.1, p. 18–19.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_1_18_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_1_18_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_1_18_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Sul sistema lineare di forme aggiunto ad una serie di equivalenza sopra una curva riducibile.

Nota di GIUSEPPE GHERARDELLI (a Firenze).

Sunto. - Si presenta un esempio di una serie di equivalenza priva di sistema lineare aggiunto di forme.

La somma minima di t serie lineari g^r, \dots, g^{r_t} assegnate su t curve algebriche irriducibili C_1, \dots, C_t è una g^r di equivalenza ($r = r_1 + \dots + r_t$) sulla curva $C = C_1 + \dots + C_t$, e può segarsi su C con un sistema lineare di forme ⁽¹⁾. Anzi, secondo un teorema di SEVERI, si può costruire un sistema lineare di forme che seghi su C la g^r e, con i suoi sistemi lineari subordinati, tutte le serie di equivalenza subordinate di g^r . Un tale sistema si dice *aggiunto* alla g^r ⁽²⁾ (*).

In questo brevissimo scritto si vuol provare come per una serie di equivalenza g^p che non sia somma minima delle sue componenti elementari g^{r_1}, \dots, g^{r_t} ($p < r_1 + \dots + r_t$) quest'ultima possibilità possa venire a mancare ⁽³⁾. Si osservi, in primo luogo, che se σ è un sistema lineare di forme che seghi su C la g^p , la varietà delle g^1 di g^p sega-

⁽¹⁾ F. SEVERI, *Serie, sistemi di equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche*, « Istituto Matematico della R. Università di Roma », pag. 141.

⁽²⁾ F. SEVERI, loc. cit., pag. 143.

(*) *Postilla di F. SEVERI*. — Quando questo scritto mi pervenne dall'A. (ai primi di dicembre del 1938), il mio assistente dott. ENZO MARTINELLI aveva da vari mesi dimostrato che sopra una curva con $t=2$ componenti irriducibili una serie d'equivalenza dotata di sistema aggiunto o è lineare o è somma minima delle sue componenti lineari. Avevo tenuto sospesa la pubblicazione del risultato, perchè ne desideravo l'estensione a t qualunque. Nel frattempo il GHERARDELLI ha ottenuto indipendentemente quest'estensione (in una Nota da me oggi presentata ai Lincei). La pubblicazione del risultato parziale del MARTINELLI diventa dunque superflua. Aggiungerò soltanto che il MARTINELLI considerava il problema anche nei riguardi di sistemi più generali dei sistemi aggiunti e che si possono chiamare *quasi aggiunti*. Un sistema Σ segante una g^r è quasi aggiunto quando la generica serie di equivalenza di ogni data dimensione s , subordinata a g^r (ma non necessariamente ogni serie d'equivalenza subordinata) è segabile con un sistema lineare subordinato a Σ . Per $t=2$ oltre ai due casi segnalati nei riguardi del sistema aggiunto, si presenta, nei rapporti del sistema quasi aggiunto, soltanto la possibilità di una g^r di dimensione uguale alla massima dimensione delle sue due componenti lineari. Anche questo problema può considerarsi per t qualunque (7 gennaio 1939-XVII).

⁽³⁾ F. SEVERI, loc. cit., pag. 144.

bili con fasci di σ è irriducibile; poichè tale è la varietà dei fasci di σ e d'altra parte un fascio generico di σ stacca su C una g^1 .

Riferiamoci ora per semplicità al caso, già altra volta considerato: $t=2$; $r_1=r_2=2$; $\rho=3$. Se si rappresentano i gruppi delle due serie lineari elementari con i punti di due piani α, α' una g^3 di equivalenza su $C=C_1+C_2$ si ottiene ponendo fra α, α' una reciprocità ω semplicemente singolare. Se O, O' sono i punti singolari su α, α' la ω si riduce ad una proiettività non singolare π fra i due fasci O, O' .

Due rette x, x' assunte genericamente su α, α' vengono riferite dai due fasci O, O' in una proiettività che associa come omologhi punti reciproci in ω . La coppia di punteggiate proiettive x, x' è dunque l'immagine di una g^1 subordinata di g^3 . Si ottiene così, in corrispondenza alle coppie di rette tolte dai due piani α, α' , una varietà algebrica irriducibile ∞^4 di g^1 subordinate di g^3 generalmente non degeneri. Ma se x, x' sono rette corrispondenti in π , un punto qualunque di x e un punto qualunque di x' sono reciproci in ω : cosicchè ad un'arbitraria proiettività posta fra x, x' corrisponde una g^1 subordinata di g^3 . Si perviene così ad una seconda varietà ∞^4 algebrica irriducibile di g^1 subordinate di g^3 e generalmente non degeneri. Le due varietà hanno in comune ∞^1 g^1 degeneri corrispondenti alle coppie di rette x, x' omologhe in π e riferite fra loro nella proiettività singolare che ad $O(O')$ associa ogni punto di $\alpha' (x)$. Per due gruppi generici di g^3 passa una g^1 della prima famiglia, nessuna della seconda.

La totalità delle g^1 subordinate di g^3 si scinde pertanto in due distinte famiglie ∞^4 e perciò, per l'osservazione superiore, *non* esiste un sistema lineare di forme capace di segare su C la g^3 e, con i suoi fasci, tutte le g^1 subordinate di g^3 .