
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

LUIGI GRASSI

**Ancora su di un recente teorema
del prof. Dario Graffi sui sistemi
oscillanti dissipativi**

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. **17** (1938), n.4, p. 223–224.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_4_223_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_4_223_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_4_223_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

**Ancora su di un recente teorema del prof. Dario Graffi
sui sistemi oscillanti dissipativi.**

Nota di LUIGI GRASSI (a Pisa).

Sunto. - *Si mostra come i risultati ottenuti in una precedente Nota si possono applicare ad un recente teorema del prof. GRAFFI sotto condizioni più ampie di quelle allora considerate.*

In una precedente Nota ⁽¹⁾ ho esaminato la natura delle radici dell'equazione caratteristica di un sistema meccanico dissipativo a due gradi di libertà, ed ho mostrato come i risultati ottenuti si possono applicare ad un recente teorema del prof. GRAFFI ⁽²⁾.

Precisamente ho esaminato quali relazioni devono intercedere tra i coefficienti della forza viva T , dell'energia potenziale — V e della funzione di dissipazione F del sistema considerato per poter riconoscere la natura delle radici della sua equazione caratteristica di quarto grado, e quindi la natura del moto del sistema,

⁽¹⁾ *Su di un recente teorema del prof. Dario Graffi sui sistemi oscillanti dissipativi.* « Boll. Unione Matematica Italiana », n. 3, Agosto 1938.

⁽²⁾ DARIO GRAFFI, *Un limite superiore per la frequenza e lo smorzamento dei sistemi oscillanti dissipativi.* « Boll. Unione Matematica Italiana », n. 1, 15 Febbraio 1938.

giungendo ad enunciare criteri di sufficienza affinchè l'equazione caratteristica abbia quattro radici reali, oppure due coppie di radici complesse coniugate, oppure due radici reali ed una coppia di radici complesse coniugate. Nel caso particolare in cui lo smorzamento è individuato da un solo coefficiente si può giungere ad enunciare la condizione necessaria e sufficiente. Ho svolto la discussione supponendo già ridotte a forma canonica le forme quadratiche esprimenti la funzione di dissipazione e l'energia potenziale. Ho poi mostrato come le condizioni sufficienti affinchè il moto del sistema considerato sia oscillatorio, cioè affinchè l'equazione caratteristica del sistema abbia due coppie di radici complesse coniugate, forniscono anche condizioni sufficienti per il verificarsi del teorema del GRAFFI.

Ora questo teorema vale sotto condizioni più ampie di quelle che ho considerate nella mia Nota. Infatti il GRAFFI dimostra l'esistenza di un limite superiore finito per la frequenza e lo smorzamento per ogni coppia di radici complesse coniugate dell'equazione caratteristica di un sistema meccanico dissipativo ad n gradi di libertà, *indipendentemente dalla natura delle altre radici*. Quindi per il verificarsi del caso GRAFFI *basta che l'equazione caratteristica del sistema abbia almeno una coppia di radici complesse coniugate*. Inoltre detto limite superiore esiste anche se la funzione di dissipazione e l'energia potenziale non sono ridotte a forma canonica, però per calcolarlo effettivamente occorre ridurle a tale forma.

Possiamo ora completare quanto è stato visto nella mia Nota. I risultati ottenuti in essa si possono, infatti, applicare al teorema del GRAFFI anche nel caso che l'equazione caratteristica del sistema a due gradi di libertà abbia una coppia di radici complesse coniugate e due radici reali. Si hanno così, anche in questo caso, condizioni di sufficienza per il verificarsi del caso GRAFFI.

Osserviamo, infine, che se invece delle forme quadratiche — V e F si hanno già ridotte a forma canonica le forme quadratiche T e — V o T e F si può ancora riconoscere dalle relazioni intercedenti fra i loro coefficienti la natura delle radici della corrispondente equazione caratteristica del sistema, come ho mostrato in altro lavoro ⁽¹⁾.

Si può, quindi, anche in questi casi, asserire se si è o no nell'ipotesi del GRAFFI, cioè se vi è almeno una coppia di radici complesse coniugate per l'equazione caratteristica del sistema.

⁽¹⁾ *Moto libero smorzato dei sistemi a due gradi di libertà*. « Annali di Matematica », serie IV, tomo XVI (1937).