
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

DARIO GRAFFI

Pietro Burgatti

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. **17** (1938), n.3, p. 145–151.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_3_145_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_3_145_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1938_1_17_3_145_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1938.

PIETRO BURGATTI

Il 20 maggio u. s., fra l'unanime compianto mancava ai vivi il prof. PIETRO BURGATTI ordinario di Meccanica Razionale presso la R. Università di Bologna.

Era nato a Cento (Ferrara) il 27 febbraio 1868. Nei suoi anni giovanili aveva lodevolmente iniziata la carriera militare che poi lasciò per dedicarsi con maggior libertà alla ricerca scientifica. Laureatosi a Roma nel 1893, rimase per vari anni assistente in quella Università. Nel 1898 conseguì la libera docenza in Analisi Infinitesimale e nel 1900 in Meccanica Razionale.

Nel 1908, in seguito a concorso, fu nominato professore straordinario di Meccanica Razionale nella R. Università di Messina e nello stesso anno fu trasferito all'analoga cattedra di Bologna. Nel 1911 ebbe la nomina a ordinario in quella Università e vi rimase, come già si è detto, fino alla fine della sua vita. Insegnò per molti anni (e fino alla sua morte) Meccanica Razionale e Fisica-Matematica anche nell'Università di Ferrara.

L'opera scientifica del BURGATTI è vasta e varia. Egli ha indagato in vari rami della scienza: nella meccanica, nella geometria, nell'analisi, nell'astronomia. Noi cercheremo qui, per quanto lo consentano le nostre forze, di riassumere la Sua attività ordinandola secondo la materia trattata.

Il BURGATTI inizia le sue ricerche nel campo della Meccanica estendendo al caso in cui esistono forze un importante teorema di STAECKEL. Dopo questa ricerca di carattere analitico, si rivolge a questioni di meccanica applicata esponendo una teoria generale dei sistemi articolati più semplici (deducendo fra l'altro un nuovo tipo di rotatore e di inversore-rotatore) e svolgendo per la prima volta una teoria rigorosa del pendolo usato per la determinazione dei moti sismici.

Nel 1905 affronta una questione fondamentale per la teoria del giroscopio pesante. È noto come sia possibile ricondurre le equazioni del giroscopio alle quadrature, qualora si conosca un quarto integrale primo oltre ai tre elementari. Ma detto integrale era stato determinato solo nei tre casi particolari di EULERO, di LAGRANGE e della KOWALEWSKI, e ormai si affacciava il dubbio che esistesse solo in questi casi.

Il BURGATTI in una prima ricerca dimostra che, oltre ai noti integrali, non ne esistono altri dipendenti solo da cinque delle grandezze (le componenti della rotazione, i coseni direttori della verticale) che compaiono nelle equazioni del giroscopio. Mentre si proponeva di estendere il suo risultato al caso generale, uscì la Nota dell'HUSSON che risolveva in modo completo il problema. Però il BURGATTI qualche tempo dopo riprende le sue ricerche e trova una dimostrazione diversa e più snella (per usare una frase dei proff. LEVI-CIVITA e AMALDI ⁽¹⁾) di quella dell'HUSSON. Parmi perciò che il teorema della non esistenza di integrali algebrici (oltre ai noti) delle equazioni del giroscopio pesante possa a buon diritto chiamarsi teorema di BURGATTI-HUSSON.

Al giroscopio il BURGATTI dedica più tardi altre ricerche, sia per semplificarne la teoria, sia per studiare alcuni casi in cui le forze applicate non sono quelle di gravità.

Notevole è pure il contributo che il BURGATTI nel 1911 apporta ad una questione importantissima di meccanica analitica, cioè alla integrazione dell'equazione di HAMILTON-JACOBI per separazione delle variabili. Lo STAECKEL e il LEVI-CIVITA avevano già da qualche tempo fissate le condizioni per cui tale separazione era possibile e in base a queste il LEVI-CIVITA per i sistemi a due gradi di libertà, e, a prezzo di faticosi calcoli, il DALL'ACQUA per i sistemi a tre, avevano determinato i casi di separazione. L'estensione di questi metodi al caso generale presentava però enormi difficoltà di calcolo. Il BURGATTI in una breve Nota, con un metodo tanto semplice quanto geniale, cioè arguendo la forma dell'integrale completo dell'equazione di JACOBI quando le variabili si possono separare, determina per i sistemi a n gradi di libertà $n + 1$ casi di separazione, di cui $n - 1$ si possono ritenere nuovi. Queste ricerche saranno poi riprese dal DALL'ACQUA, e ultimamente completate e approfondite dall'AGOSTINELLI; ma ad

(¹) *Lezioni di Meccanica razionale*, vol. III, pag. 199. È da notare che l'HUSSON ha dimostrato la non esistenza di integrali algebrici, mentre il BURGATTI ha dimostrato anche la non esistenza di integrali trascendenti che dipendono al più da cinque parametri.

ogni modo rimane essenziale il contributo che il BURGATTI ha portato al problema in discorso.

Un po' anteriore alla ricerca di cui abbiamo detto è il suo studio sull'attrito. Egli fa la ragionevole ipotesi che l'attrito di un corpo per il contatto con una superficie sia dovuto principalmente alle scabrosità delle superficie a contatto, scabrosità che il corpo per muoversi sotto l'azione di una forza deve superare o schiacciare. Sottomettendo questa ipotesi ad un semplice calcolo, il BURGATTI ritrova le note leggi sperimentali di COULOMB.

Chiuderemo questo rapido riassunto del primo periodo della sua attività nel campo della meccanica, ricordando la deduzione da un unico principio analitico della formula di KIRCHHOFF per l'equazione delle onde con qualunque numero di variabili.

Intorno al 1910 i proff. BURALI-FORTI e MARCOLONGO, avevano sostanzialmente finita l'elaborazione del loro Calcolo Vettoriale. Il BURGATTI intuisce subito l'importanza di questo metodo, lo espone nelle sue lezioni di Meccanica Superiore e di Fisica-Matematica, l'adopera in seguito in tutte le sue ricerche. Non solo, ma apporta ad esso notevoli contributi. Molto importante fra questi, la definizione di alcuni operatori superficiali e il teorema del gradiente e della divergenza su una superficie. Di questi teoremi (che più tardi estenderà alle varietà a n dimensioni) Egli fa interessanti applicazioni alle discontinuità dei potenziali newtoniani, mentre il CALDONAZZO e il MANARINI dimostreranno poi la loro utilità nella teoria generale dell'equilibrio delle superficie e in certe questioni di geometria. Estende anche gli ordinari teoremi del gradiente e della divergenza a campi variabili, e ne deduce in modo semplice ed elegante alcuni noti integrali dell'equazione delle onde.

In molte ricerche fa progredire il calcolo vettoriale negli spazi a n dimensioni. Mi limito a ricordare la deduzione, senza uso dell'immaginario, della trasformazione di LORENTZ nella relatività ristretta.

Con un bel trattato di geometria differenziale nello spazio ordinario, e con altre ricerche prova, assieme ad altri cultori di calcolo vettoriale, l'utilità del metodo in questioni geometriche. E con ricerche sulle equazioni algebriche, e con il rifacimento dell'estensione (dovuta al VOLTERRA) della teoria delle funzioni di variabile complessa, dimostra, cosa forse inaspettata, come il calcolo vettoriale ben si presti anche a questione di analisi.

Nelle lezioni seppe esporre il metodo in discorso nelle sue linee essenziali, dimodochè era facile agli allievi apprenderlo e adoperarlo. Egli ha riunito recentemente, con qualche aggiunta, le sue lezioni di calcolo vettoriale in un volumetto di facile lettura.

Dopo il 1911 le ricerche del BURGATTI nel campo della meccanica sono per lo più rivolte a questioni di elasticità e di idrodinamica. I potenziali newtoniani dell'elasticità da Lui per la prima volta introdotti e che hanno, per le equazioni dell'equilibrio elastico, lo stesso ufficio degli ordinari potenziali per l'equazione di LAPLACE, gli permettono fra l'altro di ritrovare per altra via le formule di SOMIGLIANA. Più tardi estende queste formule al caso in cui siano presenti distorsioni elastiche.

In altre ricerche determina due forme utili dell'integrale generale per le equazioni dell'equilibrio elastico e da esse ritrova le classiche soluzioni di CLEBSCH e di SAINT VENANT, e quelle per il semispazio infinito.

Per lo studio dell'elasticità piana, dove si incontrano funzioni biarmoniche, Egli introduce il concetto delle funzioni analitiche di ordine n che stanno alle funzioni poliarmoniche dello stesso ordine, come le usuali funzioni analitiche stanno alle funzioni armoniche. Ciò gli permette di ritrovare elegantemente alcuni risultati di elasticità piana.

All'idrodinamica contribuisce con una nuova dimostrazione del teorema di JOUKOWSKI, con alcune sue estensioni e con un nuovo paradosso della teoria dei fluidi perfetti.

All'analisi e alla geometria, specie nel primo periodo della sua attività, dedica il BURGATTI notevoli ricerche.

A proposito delle equazioni differenziali ordinarie, Egli studia le condizioni di equivalenza di una equazione alla sua aggiunta, e in altre ricerche chiarisce alcuni punti della teoria degli integrali singolari. Molto più tardi espone alcuni criteri relativi alle radici reali del polinomio $y_n(x)$ soluzione dell'equazione differenziale

$$(a_1x + a_0)y'' + (b_1x + b_0)y' - nb_0y = 0.$$

Le sue ricerche sulle equazioni a derivate parziali sono così numerose che è difficile riassumerle in poche righe. Ricorderemo l'estensione del metodo di RIEMANN alle equazioni in due variabili di ordine n , l'introduzione di alcuni invarianti che permet-

tono di ricondurre alcune equazioni ad altre più semplici e infine la discussione delle condizioni di integrabilità di certi sistemi di equazioni.

In questi ultimi tempi, col sussidio del calcolo vettoriale, espose i risultati sulle equazioni del tipo ellittico che hanno maggior interesse nella fisica-matematica in un lavoro premiato dalla Scuola Normale Superiore di Pisa.

Nel 1903 trova un nuovo metodo per risolvere le equazioni integrali di VOLTERRA e inizia per primo lo studio delle equazioni integro-differenziali dello stesso tipo.

Anche i suoi risultati nella geometria sarebbero lunghi da enumerare. Ricorderemo solo l'estensione del teorema di EULERO alle curve tracciate su una superficie, le sue ricerche sulle congruenze di rette, e quelle più recenti sulle varietà a due dimensioni immerse in un S_4 euclideo, oltre il trattato di cui abbiamo già detto.

Il BURGATTI, appassionato studioso di Astronomia, dedicò ad essa alcune belle ricerche. Trattò principalmente questioni inerenti all'evoluzione dei corpi celesti ⁽¹⁾, o alla spiegazione di delicati fenomeni che l'osservazione ha rilevato. Per questi studi sono necessarie due doti mentali che il BURGATTI aveva in massimo grado: una forte intuizione per comprendere le cause dei fenomeni e per sceverare le principali dalle secondarie; una grande abilità meccanica e analitica per impostare e risolvere i problemi a cui danno luogo detti fenomeni.

Egli ha proposto una teoria sull'origine delle comete secondo la quale esse sarebbero entrate nel sistema solare da particolari sistemi stellari. E con questa teoria dà ragione dell'ellitticità dell'orbita delle comete e dell'addensamento dei loro afeli intorno antiapice.

In altri lavori studia a fondo i satelliti retrogradi e dimostra esistenza di due gruppi di orbite, separate da un'orbita singolare. Analizzando i satelliti che si osservano rispetto a queste orbite, prova assai dubbia l'ipotesi della cattura, che alcuni autori avevano invocata per spiegare l'esistenza dei corpi celesti discusso.

La questione dello spostamento dei perielii lo interessa a varie prese. Nell'ultima, perfezionando un calcolo del Tisserand, di-

(1) Nel discorso inaugurale dell'Anno Accademico 1911-12 dell'Università di Bologna espose magistralmente le teorie allora in voga sull'evoluzione del sistema solare.

mostra come lo spostamento del perielio di Mercurio, previsto dalla relatività, possa venire infirmato dall'ipotesi molto probabile di un piccolo schiacciamento nella massa interna del Sole.

Poichè in molte questioni astronomiche si fa intervenire l'azione di un mezzo resistente, che avrebbe l'ufficio di arrotondare le orbite planetarie, il BURGATTI riprende la teoria di questo mezzo e la svolge in modo rigoroso, riconducendola al problema, più studiato, delle masse variabili.

L'azione di un mezzo resistente, è, come si sa, invocata dalla moderna teoria del JEANS sull'origine del sistema solare per spiegare la rotondità delle orbite planetarie. Ma Egli dimostra che in questo caso l'ipotesi del mezzo resistente non basta. Perciò propone alcuni perfezionamenti alla teoria del JEANS. Ultimamente espone in un articolo su « Scientia » alcune sue idee sull'evoluzione dell'Universo.

Prima di chiudere questa rapida rassegna della sua attività astronomica, ricorderò la sua ipotesi sulla luminosità delle stelle cadenti, che sarebbe dovuta secondo il BURGATTI a fenomeni elettrici subiti dal meteorite quando attraversa la ionosfera. Questa ipotesi, che tiene vittoriosamente il campo contro le altre usuali di carattere termico, ha dato origine ad alcune ricerche degli astronomi e dei geofisici.

Debbo, per la ristrettezza dello spazio, sorvolare su altre ricerche del BURGATTI, per es., quelle sul moto degli aerostati. Ma non posso non accennare ai suoi meriti didattici, che non furono certo inferiori ai scientifici.

Ho già detto qualche cosa a proposito del calcolo vettoriale; ora aggiungerò come Egli seppe dettare vari e utili corsi di Meccanica Superiore e di Fisica-Matematica, nei quali esponeva col dovuto rigore matematico, con perfetta impostazione fisica, limpidamente e senza pesantezza, argomenti di notevole interesse.

Ma l'espressione migliore della sua opera didattica è il bel trattato dove espone senza eccessivi sviluppi analitici, con chiarezza e concisione, la Meccanica Razionale, offrendo così un libro veramente utile tanto agli allievi ingegneri quanto agli studenti di scienze pure.

Il BURGATTI, carattere integro, mai sollecitò riconoscimenti alla Sua opera. Questi però non mancarono: era infatti Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia delle Scienze di Torino, Accademico Benedettino dell'Accademia

delle Scienze di Bologna, Socio dell' Accademia Peloritana di Messina. Era stato per alcuni anni Preside della Facoltà di Scienze dell' Università di Bologna.

L'Unione Matematica Italiana, che lo ebbe fin dalla fondazione suo Vice-Presidente e collaboratore del « Bollettino » con articoli originali e con recensioni, esprime ai figli, colpiti anche da altra grande sventura, il suo più vivo cordoglio.

DARIO GRAFFI

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

ABBREVIAZIONI. — R. A. L. = Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei.
 R. C. P. = Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.
 R. A. B. = Rendiconti Accademia delle Scienze di Bologna.
 R. I. L. = Rendiconti Istituto Lombardo.
 M. A. B. = Memorie Accademia delle Scienze di Bologna.
 A. M. = Annali di Matematica.
 B. U. M. = Bollettino dell' Unione Matematica Italiana.

Il numero precedente il millesimo indica la pagina del volume.

1. *Su un teorema di Meccanica.* (R. C. P., IX, 125, 1895).
2. *Sulle equazioni a derivate parziali del secondo ordine (tipo ellittico) e sopra una classificazione dei sistemi di linee ortogonali tracciati su una superficie.* (A. M., Serie II, XXIII, 225, 1895).
3. *Sulla torsione geodetica delle linee tracciate sopra una superficie.* (R. C. P., X, 229, 1896).
4. *Di alcuni invarianti relativi alle equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine e del loro uso.* (R. A. L., Serie V, II, 431, 1896, 2° sem.).
5. *Sulla trasformazione delle equazioni differenziali del secondo ordine con due variabili indipendenti.* (R. A. L., Serie V, VII, 21, 1898, 1° sem.).
6. *Sui metodi d'integrazione per le equazioni differenziali a due variabili indipendenti.* (R. C. P., XII, 210, 1898).
7. *Sopra alcune formule fondamentali relative alle congruenze di rette.* (R. A. L., Serie V, VIII, 515, 1899, 1° sem.).
8. *Teoria dei sistemi articolati più semplici.* (R. C. P., XIV, 192, 1900).
9. *Sul moto di un pendolo verticale il punto di sospensione del quale è soggetto a moti oscillatori e sulla determinazione di questo movimento.* (R. A. L., Serie V, IX, 295, 1900, 2° sem.).
10. *Sopra alcune superficie a linee di curvatura isoterme.* (R. A. L., Serie V, IX, 352, 1900, 2° sem.).
11. *Integrazione dell'equazione $dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1 = 0$.* (« Le Matematiche pure e applicate », I, 55, 1901).

12. *Sopra un teorema del Levi-Civita riguardante la determinazione di soluzioni particolari di un sistema Hamiltoniano.* (R. A. L., Serie V, XI, 309, 1902, 1° sem.).
13. *Sulle condizioni di integrabilità di un particolare sistema di equazioni a derivate parziali e loro applicazione a un problema di geometria.* (R. A. L., Serie V, XII, 140, 1903, 1° sem.).
14. *Sulle equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine a n variabili indipendenti.* (R. C. P., XVII, 159, 1903).
15. *Sull'inversione degli integrali definiti.* (R. A. L., Serie V, XII, 443 e 596, 1903, 2° sem.).
16. *Sopra certi sistemi di equazioni a derivate parziali del primo e secondo ordine.* (R. I. L., Serie II, XXXVII, 725, 1905).
17. *Sugli integrali singolari dell'equazione a derivate ordinarie del secondo ordine.* (R. C. P., XX, 256, 1905).
18. *Sopra gli integrali primi delle equazioni del moto di un corpo pesante intorno a un punto fisso.* (A. M., Serie III, XII, 81, 1905).
19. *Sull'estensione del metodo d'integrazione di Riemann alle equazioni lineari d'ordine n con due variabili indipendenti.* (R. A. L., Serie V, XV, 602, 1906, 2° sem.).
20. *Sulle condizioni per l'equivalenza di una equazione differenziale a derivate ordinarie e la sua aggiunta.* (R. I. L., Serie II, XL, 308, 1906).
21. *Sulla formula di Kirchhoff e sue estensioni.* (« Nuovo Cimento », XIV, 183, 1906).
22. *Sulle traiettorie che percorrono gli aereostati.* (« Boll. Soc. Aereostatica Italiana », 1906-07).
23. *Sulle correnti aeree.* (« Nuovo Cimento », Serie V, XIV, 214, 1907).
24. *Sulla teoria delle equazioni a derivate parziali.* (A. M., Serie III, XV, 283, 1908).
25. *Sulle equazioni generali della dinamica.* (R. A. L., Serie V, XVIII, 135, 1909, 2° sem.).
26. *Sulla forma più generale delle equazioni della dinamica.* (R. A. L., XVIII, 340, 1909, 2° sem.).
27. *Necrologio di V. Cerruti.* (« Boll. bibl. Loria », XII, 28, 1909).
28. *Sui potenziali binari.* (R. A. B., XIII, 99, 1908-9).
29. *Sull'attrito.* (R. A. B., XIV, 129, 1909-10).
30. *Dimostrazione della non esistenza di integrali algebrici (oltre ai noti) nel problema del moto di un corpo pesante intorno a un punto fisso.* (R. C. P., XXIX, 29, 1910).
31. *Sulla resistenza che provano le superfici piane mobili nell'aria.* (R. A. L., Serie V, XIX, 367, 1910, 1° sem.).
32. *Risoluzione di alcuni problemi relativi ai campi vettoriali.* (R. A. B., Serie V, XI, 129, 1910).
33. *Sulla trasformazione e sulla riduzione dei sistemi Hamiltoniani.* (R. A. L., Serie V, XIX, 566, 1910, 2° sem.).
34. *Sopra una classe particolare di soluzioni asintotiche nel problema ristretto dei tre corpi.* (R. A. B., XV, 77, 1910-11).

35. *Sulle equazioni di Hamilton-Jacobi integrabili per separazione di variabili.* (R. A. L., Serie V, XX, 108, 1911, 1° sem.).
36. *Osservazioni varie sulla teoria matematica dei giroscopi.* (M. A. B., Serie VI, IX, 279, 1912).
37. *L'evoluzione meccanica del sistema solare.* (« Annuario dell'Università di Bologna », 1911-12).
38. *Les hypothèses cosmogoniques jugées par M. Poincaré.* (« Scientia », XII, 464, 1912).
39. *Ricerche analitiche sul moto dei giroscopi in un campo potenziale.* (M. A. B., Serie VI, X, 155, 1912-13).
40. *Lezioni di Meccanica Razionale.* Bologna, Zanichelli, 1914, (2ª edizione, 1916; 3ª, 1921).
41. *Sulle deformazioni finite dei corpi continui.* (M. A. B., Serie VII, I, 237, 1913-14).
42. *Potenziali Newtoniani della elasticità.* (R. A. L., Serie V, XXIII, 776, 1914, 1° sem.).
43. *Applicazioni di potenziali Newtoniani alla elasticità.* (R. A. L., Serie V, XXIII, 926, 1914, 1° sem.).
44. *Osservazione sull'origine delle comete.* (M. A. B., Serie VII, II, 305, 1914-15).
45. *Il principio di Archimede nei mezzi solidi.* (R. A. B., XX, 120, 1915-16).
46. *Sulle discontinuità delle funzioni scalari e vettoriali e delle loro derivate nel passaggio attraverso una superficie.* (R. A. L., Serie V, XXV, 311 e 372, 1916, 2° sem.).
47. *Sulla legge di Titius relativa alle distanze dei pianeti e dei satelliti.* (R. A. B., XXIII, 72, 1916).
48. *I teoremi del gradiente, della divergenza e della rotazione sopra una superficie e loro applicazione ai potenziali.* (M. A. B., Serie VII, IV, 103, 1916-17).
49. *Sopra un paradosso nella teoria del moto uniforme di un solido immerso in un fluido perfetto.* (R. A. B., XXI, 115, 1916-17).
50. *Sopra un teorema di Jonkowski relativo alla forza sostentatrice nei corpi in moto traslatorio uniforme entro un fluido.* (R. A. B., XXII, 55, 1917-18).
51. *Sul prevalente addensamento degli afeli delle orbite planetarie intorno all'antiapice.* (R. A. L., Serie V, XXVII, 230, 1918).
52. *Lezioni di Meccanica applicata di G. COLONNETTI.* Recensione. (« Boll. bibl. Loria », 1918).
53. *La teoria del triedro mobile in rapporto all'analisi vettoriale.* (M. A. B., Serie VII, VI, 193, 1918-19).
54. *Deformazioni elastiche nelle quali una superficie o una famiglia di superfici del corpo si comportano come flessibili e inestendibili.* (R. A. L., Serie V, XXVIII, 257, 1919, 1° sem.).
55. *Il principio di Archimede nei mezzi solidi.* (R. A. B., XXIV, 85, 1919-20).
56. *Problemi ed esercizi di Meccanica Razionale.* (In collaborazione col dott. ROGHI, Bologna, Zanichelli, 1921).

57. *Sopra una particolare soluzione dell'equazione dell'equilibrio dei solidi elastici.* (R. A. B., XXV, 73, 1920-21).
58. *Sulle funzioni analitiche di ordine n e sull'equilibrio elastico in due dimensioni.* (B. U. M., I, 8, 1922; II, 87, 1923).
59. *Sui satelliti retrogradi.* (R. A. L., Serie V, XXI, 239 e 493, 1922, 1° sem.).
60. *Dell'azione delle stelle sui perielii dei pianeti e delle comete.* (M. A. B., IX, 55, 1922).
61. *Sopra una soluzione molto generale delle equazioni dell'equilibrio elastico.* (R. A. B., XXVII, 66, 1922-23).
62. *Elementi di Meccanica per le scuole medie.* (Bologna, Zanichelli, 1924).
63. *Elementi di Fisica.* (In collaborazione con Q. MAJORANA. Bologna, Zanichelli, 1927).
64. *Lo spostamento del perielio di Mercurio nella teoria di Newton.* (R. A. B., XXVIII, 26, 1923-24).
65. *Sui teoremi del gradiente e della divergenza in campi variabili e una loro applicazione.* (M. A. B., Serie VIII, II, 33, 1924-25).
66. *Sulla dimostrazione vettoriale delle formule di Poisson.* (B. U. M., IV, 56, 1925).
67. *Condizioni di validità delle equazioni di Lagrange.* (R. A. L., Serie VI, I, 609, 1925, 1° sem.).
68. *Lezioni sulla teoria matematica dell'elettricità e del magnetismo.* (In litografia, 1925).
69. *Sopra due utili forme dell'integrale generale delle equazioni dei solidi elastici.* (M. A. B., Serie VII, III, 63, 1925-26).
70. *Sulle distorsioni elastiche.* (R. A. L., Serie VI, III, 513, 1926, 1° sem.).
71. *Il sussidio della meteorologia alla navigazione aerea transoceanica.* (« Collectanea Aereonica », IV Congresso di Navigazione Aerea. Roma, 1927).
72. *Sulla causa della luminosità delle stelle cadenti.* (R. A. L., Serie VI, V, 614, 1927, 1° sem.).
73. *Sopra una notevole espressione della deformazione di un suolo elastico isotropo.* (M. A. B., Serie VIII, IV, 73, 1926-27).
74. *Proprietà delle omografie assiali in un S_n euclideo con applicazioni alle formule di Frenet.* (R. A. L., Serie VI, VII, 791, 1928, 1° sem.).
75. *Sulle equazioni a matrice.* (B. U. M., VII, 65, 1928).
76. *Una dimostrazione della formula di Stokes.* (B. U. M., VII, 69, 1928).
77. *Valori medi di certe funzioni e loro relazione con alcune grandezze fisiche fondamentali.* (R. A. B., XXXII, 75, 1927-28).
78. *Meccanica ondulatoria.* Recensione. (B. U. M., 152, 1928).
79. *Sopra una particolare deformazione dei cilindri soggetti a forze laterali.* (Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna, V, 129, 1928).
80. *Complementi di calcolo vettoriale e di meccanica analitica.* (Lezioni raccolte dal dott. MANARINI. In litografie, 1928).
81. *Sulle trasformazioni di Lorentz.* (R. A. L., Serie VI, X, 463, 1929, 2° sem.).
82. *Le pseudo isomerie e l'estensione di un teorema del Cayley.* (R. A. B., XXXIV, 56, 1929-30).

83. *Fondamenti di Geometria differenziale.* (In collaborazione con i proff. BOGGIO e BURALI-FORTI, Bologna, Zanichelli, 1929).
84. *Equivalenza di due sistemi materiali rispetto ai loro piccoli moti ed estensione di un teorema di Huyghens.* (R. A. B., Serie II, XXXIII, 59, 1928-29).
85. *Sulle deformazioni infinitesime di fili che conservano le curvature.* (R. A. B., XXXV, 42, 1930-31).
86. A proposito della Nota del dott. MANARINI: *Sulla curvatura media ecc..* (R. A. L., Serie VI, XII, 625, 1930, 2° sem.).
87. *Intorno ad una formula generale di trasformazione di un integrale di spazio in uno di superficie e sue varie deduzioni.* (B. U. M., X, 1, 1931).
88. *Studio delle varietà a due dimensioni appartenenti a un S_4 euclideo.* (A. M., Serie IV, IX, 121, 1931).
89. *Di una classificazione delle equazioni differenziali lineari del secondo ordine alle derivate ordinarie fondata sulle relazioni ricorrenti.* (R. A. L., Serie VI, XV, 490, 1932, 1° sem.).
90. *Sull'equazione $(a_0x + a_1)y'' + (b_1x + b_0)y' - nb_0y = 0$ e sopra un criterio per riconoscere la natura delle radici dell'equazione $y_n(x) = 0$.* (« Ann. R. Scuola Norm. Sup. di Pisa », Serie II, I, 165, 1932).
91. *Intorno alle relazioni ricorrenti relative a certe equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine.* (B. U. M., XI, 65, 1932).
92. *Teoria matematica della elasticità.* (Bologna, Zanichelli, 1931).
93. *Proprietà dei sistemi di forze il cui momento risultante è nullo.* (R. A. B., XXXVI, 16, 1931-32).
94. *Sulla luminosità delle stelle cadenti.* (« Gli Astri », 1933).
95. *Intorno agli effetti che produce sulle orbite delle binarie la perdita di massa per radiazione.* (R. A. B., XXXVII, 71, 1932-33).
96. *La struttura dello spazio.* (« Coelum », III, 145 e 169, 1933).
97. *Sull'azione di un mezzo resistente nelle moderne teorie sull'origine del sistema solare.* (« Mem. Soc. Astron. Ital. », VI, 1933).
98. *Perfezionamento alla teoria di Jeans sull'origine del sistema solare.* (« Mem. Soc. Astron. Ital. », VII, 1933).
99. *Lo spostamento dei perielî nella teoria della relatività con riguardo allo schiacciamento solare.* (R. A. L., Serie VI, XIX, 199, 1934, 1° sem.).
100. *Sulla unicità della soluzione del problema di Cauchy per l'equazione in S_n delle onde smorzate.* (« Atti R. Acc. Torino », LXIX, 192, 1933-34).
101. *Sopra un modo di pervenire alla cinematica della teoria della relatività ristretta.* (R. A. B., XXXVIII, 1933-34).
102. *Sui vantaggi che possono ricavarsi dall'uso del calcolo vettoriale.* (« Bollettino di Matematica », XIII, 119, 1934).
103. *Sopra un modo per studiare l'azione prodotta da un mezzo resistente nel moto dei corpi celesti.* (R. A. B., XXXIX, 1934-35).
104. *Qualche nuovo sviluppo di calcolo vettoriale.* (B. U. M., XIV, 133, 1935).
105. *Teorie sull'origine del sistema solare.* (« Coelum », V, 254, 1935).
106. *Equazioni a derivate parziali del tipo ellittico.* (Estratto dal volume

- ASCOLI, BURGATTI, GIRAUD, « Equazioni alle derivate parziali dei tipi ellittico e parabolico », Firenze, Sansoni, 1936-XIV).
107. *L'équilibre radiatif dans les étoiles* di G. TIERCY, (Recensione « Coelum », VI, 37, 1936).
108. *Sulle discontinuità degli scalari, vettori, omografie vettoriali*. (R. A. B., XL, 1935-36).
109. *Pluridifferenziali e rotazionali di plurivettori negli spazi S_n* . (M. A. B., Serie IX, Tomo IV, 1936-37).
110. *Verso una teoria unitaria e concreta della evoluzione delle galassie e dei vari corpi che contengono*. (« Scientia », LXII, 131, 1937).
111. *Elementi di calcolo vettoriale e omografico*. (Milano, Hoepli, 1937).
112. *Sulla forma tetradimensionale della elettrodinamica nella teoria della relatività ristretta e le conseguenti deduzioni*. (In corso di pubblicazione nei « Rend. dell' Acc. di Bologna », 1938).
113. *Sulla propagazione della luce nei cristalli trasparenti*. (Sarà pubblicata nel « Nuovo Cimento »).
-