Bollettino
Unione Matematica
Italiana

UMI

Programma definitivo del primo congresso dell'Unione Matematica Italiana

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **16** (1937), n.1, p. 1–36.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1937_1_16_1_1_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica) SIMAI & UMI
http://www.bdim.eu/

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1937.

PROGRAMMA DEFINITIVO

DEL

PRIMO CONGRESSO

DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

SOTTO GLI AUSPICI DELLA R. UNIVERSITÀ DI FIRENZE
INCLUSO NEL CALENDARIO UFFICIALE DEI CONGRESSI NAZIONALI ED INTERNAZIONALI
DELL'ANNO XV - E. F.

FIRENZE, 1-3 APRILE 1937-XV

COMITATO ORDINATORE DEL CONGRESSO

L. BERZOLARI, *presidente* - G. SANSONE - B. SEGRE
ENEA BORTOLOTTI, *segretario*

SEZIONI

1. ANALISI - Presentatori: Proff. FUBINI, AMALDI, CIPOLLA, SANSONE, CACCIOPPOLI.
2. GEOMETRIA - Presentatori: Proff. BERZOLARI, ENRIQUES, COMESSATTI, BORTOLOTTI ENEA, SEGRE.
3. MECCANICA E FISICA MATEMATICA - Presentatori: Proff. SOMIGLIANA, MARCOLONGO, BURGATTI, SIGNORINI, CALDONAZZO.
4. CALCOLO DELLE PROBABILITÀ - Presentatori: Proff. CASTELNUOVO, CANTELLI
5. ASTRONOMIA, GEODESIA, OTTICA - Presentatori: Proff. S. E. BIANCHI, SILVA, ABETTI.
6. STORIA DELLA MATEMATICA, LOGICA, MATEMATICA ELEMENTARE, FONDAMENTI - Presentatori: Proff. LORIA, BORTOLOTTI ETTORE, LEVI, VACCA, PERNA.
7. AERODINAMICA - Presentatori: Proff. SILLA, PISTOLESI.
8. IDRAULICA - Presentatore: Prof. S. E. PUPPINI.

INFORMAZIONI GENERALI

Data della riunione.

La riunione si terrà nei giorni 1. 2. 3 Aprile prossimi, nei locali della R. Università di Firenze (Piazza S. Marco, 2).

Carattere del Congresso.

Il Congresso si propone una rassegna dell'attività scientifica italiana nei campi della matematica pura e applicata nell'ultimo decennio, e un coordinamento della ricerca matematica, con particolare riguardo alle questioni che presentino un interesse nazionale e a quelle di più vitale importanza per lo sviluppo della scienza.

In armonia a questi fini e per secondare anche l'opera che da anni svolge il Consiglio Nazionale delle Ricerche, accanto alle consuete Sezioni figurano per la prima volta – autonome – quelle di Calcolo delle Probabilità, di Aerodinamica, di Idraulica.

Gli Atti del Congresso saranno raccolti in un volume, a cui verrà data la massima diffusione in Italia e all'Estero.

Partecipazione dei Congressisti.

Il giorno 27 febbraio 1937–XV, già vi erano 153 iscritti al Congresso; le comunicazioni preannunciate erano in numero di 106.

La Presidenza del Comitato ordinatore chiederà a S. E. il Ministro della Educazione Nazionale che i professori medi siano autorizzati ad assentarsi dalla scuola per partecipare ai lavori del Congresso.

In occasione del Congresso, il giorno 2 Aprile alle ore 18,30 si terrà una riunione amichevole della « Mathesis ».

Il Comitato prega coloro che hanno preannunciato il loro intervento, di inviare (ove non l'abbiano già fatto) la quota di adesione di Lire 10: questa potrà essere versata sul Conto Corrente Postale n. 5-9557, intestato al Prof. Giovanni Sansone, Istituto Matematico della R. Università, via degli Alfani 73 - Firenze. A quest'ultimo indirizzo ci si può rivolgere per ogni informazione ulteriore relativa al Congresso.

Svolgimento dei lavori.

Nelle mattine dei giorni 1, 2, 3 Aprile avranno luogo Conferenze generali. Nei pomeriggi, dalle ore 15 in poi, si svolgeranno i lavori delle Sezioni.

La durata di ciascuna comunicazione non dovrà, di regola, superare i 10 minuti; il testo relativo (non oltre 3 pagine di stampa) dovrà venire consegnato al Presidente della seduta, immediatamente dopo che la comunicazione avrà avuto luogo.

Il diario dettagliato dei lavori è indicato a pag. 4 e seguenti.

Chiusura del Congresso.

La chiusura del Congresso avrà luogo il giorno 3 Aprile, alle ore 17.

Facilitazioni ai partecipanti al Congresso.

Per graziosa concessione di S. E. il Ministro della E. N., ai partecipanti al Congresso, dietro presentazione della tessera, è accordato dal 31 marzo al 7 Aprile l'ingresso gratuito ai R. Musei di Firenze.

L'on. Podestà di Firenze ha concesso l'entrata gratuita nei Musei Comunali, compresi i Quartieri monumentali di Palazzo Vecchio, nei giorni 1, 2, 3 Aprile.

Ricevimenti e Gite.

Il Comune di Firenze offrirà ai partecipanti al Congresso un ricevimento in Palazzo Vecchio.

Saranno organizzate pel giorno 4 Aprile due gite: una a S. Gimignano e Siena, l'altra a Pisa; le modalità per parteciparvi saranno tempestivamente comunicate in sede di Congresso.

ASSEMBLEA GENERALE DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

I Soci dell'U. M I. sono invitati all'assemblea generale ordinaria che si terrà in Firenze il giorno 3 Aprile alle ore 15 in prima convocazione ed eventualmente alle ore 16 in seconda convocazione col seguente

ORDINE DEL GIORNO

1. Relazione del Presidente.
2. Relazione finanziaria.
3. Relazione della Commissione giudicatrice del Premio Pomini.
4. Sede e data del prossimo Congresso.
5. Varie ed eventuali.

Il Presidente: L. Berzolari

CONFERENZE GENERALI

1 APRILE 1937-XV

Ore 10: S. E. il Prof. FRANCESCO SEVERI: *Scienza pura e applicazioni della Scienza*, Conferenza di apertura.

2 APRILE 1937-XV

Ore 9: Prof. LEONIDA TONELLI: *Il calcolo delle variazioni secondo la Scuola Italiana ed i suoi più recenti risultati.*

Ore 10: Prof. GAETANO SCORZA: *Le Algebre e le loro applicazioni.*

Ore 11: Prof. ENRICO BOMPIANI: *Moderni indirizzi di Geometria Differenziale.*

3 APRILE 1937-XV

Ore 9: Prof. TULLIO LEVI-CIVITA: *Nuova impostazione elementare della Relatività.*

Ore 10: S. E. Prof. FRANCESCO SEVERI: *I sistemi di equivalenza e la teoria generale delle corrispondenze sulle varietà algebriche.*

Ore 11: Prof. MAURO PICONE: *Analisi quantitativa ed esistenziale nei problemi di propagazione.*

COMUNICAZIONI

SEZIONE 1ª: ANALISI

1 Aprile 1937, ore 15

1. L. TONELLI - Un teorema di semicontinuità per i problemi di Mayer.

Considerato il funzionale $u_{c,\alpha}(s)$ relativo alla curva ordinaria $C(x=x(s), y=y(s), 0\leq s\leq L)$ ed all'elemento iniziale α, e definito dall'equazione differenziale $u'_{c,\alpha}(s)=F(x(s), y(s), x'(s), y'(s), u_{c,\alpha}(s))$, dove F è finita e continua insieme con le sue derivate parziali $F_{x'}$, $F_{y'}$, e positivamente omogenea di grado 1 rispetto a x' e y', e tale che sia sempre per $u_1 \neq u_2$

$$\left|\frac{F(x, y, x', y', u_1)-F(x, y, x', y', u_2)}{u_1-u_2}\right|\leq R,$$

si ha il teorema:

Se è sempre $f(x, y, x', y', \bar{x}', \bar{y}', u)\equiv F(x, y, \bar{x}', \bar{y}', u)-[\bar{x}'F_{x'}(x, y, x', y', u)+\bar{y}'F_{y'}(x, y, x', y', u)]\geq 0$ *e se* K_1 *è una classe di curve ordinarie* C *tutte di lunghezza inferiore ad un numero fisso* M, *il funzionale* $u_{c,\alpha}$, *considerato soltanto su* K_1, *è, su ciascun elemento di questa classe uniformemente semicontinuo inferiormente.*

Un teorema analogo vale per i funzionali su forma ordinaria.

2. S. CINQUINI - Nuovi teoremi di esistenza dell'estremo in campi illimitati per i problemi di Calcolo delle Variazioni di ordine n.

In alcuni precedenti lavori l'A. ha esteso il metodo diretto del TONELLI allo studio dei problemi variazionali, in cui si tratta di trovare fra le curve $C^{[n]}: y=y(x)$ $(a\leq x\leq b)$, con $y(x)$ assolutamente continua insieme con le proprie derivate dei primi $n-1$ ordini $y'(x)$, $y''(x), \ldots, y^{(n-1)}(x)$, e per le quali esiste finito l'integrale

$$I^{[n]}_{C^{[n]}}=\int_a^b f(x, y(x), y'(x), \ldots, y^{(n-1)}(x))dx,$$

quelle che rendono massimo o minimo tale integrale.

Fra i risultati già pubblicati l'A. ricorda un teorema (e alcuni suoi corollari) che stabilisce, sotto opportune condizioni, l'esistenza dell'estremo

in una classe completa di ordine n di curve $C^{[n]}$, contenute in un campo illimitato, sotto l'ipotesi che per ognuna di esse vi sia almeno un punto $(x, y(x), y'(x), \ldots, y^{(n-1)}(x))$, appartenente ad un dato insieme chiuso e limitato.

La presente comunicazione ha per oggetto di mostrare la larga applicabilità dell'ipotesi ora ricordata e di dedurre mediante opportune generalizzazioni della dimostrazione del citato teorema, altri nuovi criteri che permettono di stabilire l'esistenza dell'estremo in campi illimitati per l'integrale $I^{[n]}_{C^{[n]}}$.

3. B. MANIÀ - Alcuni teoremi di unicità nel calcolo delle Variazioni.

4. G. OTTAVIANI - Sulla convergenza e sommabilità delle serie di Hermite e sul fenomeno di Gibbs.

L'A. si occupa prima dei polinomi $L_n^{(\alpha)}(x)$ di LAGUERRE per i quali determina una espressione asintotica e delle limitazioni, per $n \to \infty$, più generali di quelle esistenti finora; da esse ricava poi le corrispondenti formule per i polinomi di HERMITE.

Studia quindi le condizioni sufficienti di convergenza e sommabilità (c, δ) dello sviluppo in serie di HERMITE di una funzione definita in tutto il campo reale, correggendo ed estendendo inoltre i teoremi del KOGBETLIANTZ, STONE, JACOB, KORONS.

Dimostra infine che il fenomeno di GIBBS, nel caso delle serie di HERMITE sussiste per la sommazione (c, δ) con δ qualsiasi ≥ 0 e precisa un risultato del JACOB determinando il più piccolo valore di α a partire dal quale il fenomeno di GIBBS non sussiste più per la sommazione $(c, 1)$ con i pesi $\frac{1}{n^\alpha}$.

5. S. FAEDO - Ordine di grandezza dei coefficienti di Eulero-Fourier delle funzioni di due variabili.

Si valutano gli ordini di grandezza dei coefficienti di EULERO-FOURIER delle funzioni di due variabili continue, a variazione limitata e assolutamente continue secondo HARDY e TONELLI, e di alcune classi di funzioni non limitate.

Si dà una nuova definizione di funzione di una variabile a variazione limitata, che, estesa formalmente a due variabili, non sembra porti alle funzioni a variazione limitata secondo HARDY.

6. E. BOMPIANI - Un procedimento di integrazione approssimata.

7. G. SANSONE - La somma (C, α) delle serie di Laplace.

L' A. dimostra che se $f(P)$ è sommabile sulla sfera, la somma (C, α) della sua serie di LAPLACE per $\alpha > \frac{1}{2}$, vale quasi ovunque $f(P)$. Se $f(P)$ è di quadrato sommabile la proprietà sussiste per qualunque somma (C, α) con $\alpha > 0$.

8. G. SANSONE - Condizioni sufficienti per il problema dei momenti rispetto al sistema ortogonale di Legendre.

L'A. dimostra che se $\{a_n\}$ è una successione di costanti reali e se

$$a_n = 0(\sqrt{n})$$

e

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left| \Delta \frac{a_n}{2n+1} \right| n^{1/2} < +\infty \qquad \left[\text{oppure } \sum_{n=0}^{\infty} \left| \Delta_3 \frac{a_n}{2n+1} \right| n^2 < +\infty \right],$$

allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(n)$ è la serie di LEGENDRE della sua somma.

9. A. FOÀ - Sulle serie coniugate delle serie di Legendre.

L'A. studia il comportamento delle serie coniugate delle serie di LEGENDRE in un punto di discontinuità di prima specie della funzione.

10. G. RICCI - Su la congettura di Goldbach e la costante di Schnirelmann.

Si espongono alcuni recenti risultati sulla classica congettura di GOLDBACH e sull'aritmetica asintotica dei polinomi.

11. A. TONOLO - Sull'integrazione con quadrature d'una classe di sistemi differenziali di Dirac.

In ricerche precedenti l'A. si è occupato dell'integrazione con quadrature delle equazioni di DIRAC della meccauica ondulatoria dell'elettrone magnetico, e di una classe di sistemi di DIRAC lineari ed omogenei nelle sole derivate prime delle funzioni incognite. Nella presente comunicazione si generalizzano i precedenti lavori, prendendo in esame i sistemi di DIRAC

$$F_r = \sum_1^n {}_h \gamma^0_{rh} \frac{\partial x_h}{\partial t} + \sum_1^n {}_h \sum_1^m {}_k \gamma^k_{rh} \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_k} + \sum_1^n {}_h \gamma^{m+1}_{rh} \varphi_h = 0$$

$$(r = 1, 2, \ldots, n; \quad m = 2p+1)$$

ed effettuando la loro integrazione per quadrature, sia risolvendo il « problema di CAUCHY », sia un « problema misto » relativo alla variabile t e all'iperspazio x_k racchiuso da una ipersuperficie chiusa. In ambedue le

questioni il resultato dell'integrazione si può formulare così: Gli operatori F_r, definiti dai primi membri delle equazioni considerate, danno anche le formule risolutive dei problemi in discorso, purchè essi siano applicati ad n opportune funzioni le quali sono definite a mezzo di quadrature.

12. M. CIBRARIO - Il principio di minimo.

Applicazione del principio di minimo alla dimostrazione di teoremi di esistenza per equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico e di tipo misto.

13. M. JACOB - Sul fenomeno di Gibbs nella teoria delle serie di Fourier.

È noto che sommando la serie di FOURIER di una funzione periodica in un punto $x = a$, in cui essa è discontinua di prima specie, in base al procedimento di CESÀRO-RIESZ $(l, \delta; f(\lambda))$ con $f(\lambda) = \lambda$, esiste secondo CRAMÉR un $\bar{\delta}$ contenuto fra zero e uno, tale che, per ogni $\delta < \bar{\delta}$, il fenomeno di GIBBS si presenta ancora, mentre per $\delta \geq \bar{\delta}$ non si presenta più. A tale proposito si può porre la questione se e in che misura viene modificato il fenomeno di GIBBS qualora nel procedimento di CESÀRO-RIESZ si applichi la funzione generatrice $f(\lambda) = \lambda^k$, $k > 0$ in luogo di $f(\lambda) = \lambda$; tale problema è tanto più interessante in quanto in base ad un teorema di HARDY risulta che una serie sommabile $(l, \delta; \lambda)$ è pure sommabile $(C, \delta; \lambda^k)$ verso lo stesso valore per qualsiasi $k > 0$ e viceversa.

Al problema posto si può dare una risposta negativa formulando il seguente teorema:

Sia f(x) *una funzione integrabile di periodo* 2π *e si supponga che essa abbia una discontinuità di prima specie nel punto* $x = a$, *col salto* D_a; *allora sommando la serie di Fourier di* f(x) *in base al procedimento* $(l, \delta; \lambda^2)$ *il fenomeno di Gibbs non sparisce mai e la differenza fra la sua ampiezza massima e minima è data da*:

$$G(\delta, 2) = \overline{M} - \underline{M} = D_a \cdot \frac{2^{\delta+1/2}\Gamma(\delta+1)}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi_{\delta,1}} \frac{I_{\delta+1/2}(\sigma)}{\sigma^{\delta+1/2}}\, d\sigma,$$

ove $I_{\delta+1/2}(\sigma)$ *significa la funzione di Bessel dell'ordine* $\delta + 1/2$ *e* $\xi_{\delta,1}$ *rappresenta la prima radice positiva dell'equazione* $I_{\delta+1/2}(\sigma) = 0$.

OSSERVAZIONE: Visto che per $k = 1$ risulta $0 < \bar{\delta} < 1$ e che $\bar{\delta} = \infty$ per $k = 2$, sembra interessante di stabilire la funzione $\delta(k)$ per $k \leq 2$ e di trovare la sua espressione asintotica.

14. S. AMANTE - Sulle funzioni analitiche numerico-integrali.

L'A., riferendosi alle funzioni analitiche numerico-integrali introdotte dal CIPOLLA, esamina taluni aspetti di questi sviluppi e li estende sotto ipotesi più generali.

SEZIONE 1ª: ANALISI

2 Aprile 1937, ore 15

1. R. CACCIOPPOLI – Sulla distribuzione delle singolarità delle funzioni di due variabili complesse.

Era noto che il campo di esistenza di una funzione analitica uniforme di due variabili non può presentare lacune al finito. Si completa ora questo resultato dimostrando che, introdotti i punti all'infinito dal cosiddetto «punto di vista della geometria», cioè identificato il dominio totale delle due variabili con il piano metrico-proiettivo complesso, il campo in cui una siffatta funzione è olomorfa o meromorfa ha per complementare un continuo.

2. G. SCORZA DRAGONI – Sul teorema generale di traslazione.

L'A. definisce un automorfismo di una superficie sferica, diretto e dotato di due punti uniti, tale che tutti i campi di traslazione ad esso relativi siano contenuti in una zona che non esaurisca la sfera.

Ciò contraddice quella che sembra essere la interpretazione esatta del teorema di traslazione del BROUWER, di cui del resto finora non erano stati mai dati che schemi di dimostrazione.

3. C. MIRANDA – Stabilità delle vibrazioni di un'asta incastrata ad un estremo, libera all'altro e soggetta ad un moto di rotazione uniforme attorno al proprio asse.

4. C. MIRANDA – Su alcuni sviluppi in serie procedenti per funzioni non necessariamente ortogonali.

Si mostra come lo studio delle equazioni integrali a nucleo dipendente dal parametro possa in taluni casi condurre a sviluppi in serie procedenti per funzioni non necessariamente ortogonali.

5. G. CIMMINO – Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di tipo ellittico sopra una superficie chiusa.

Precisato il concetto di equazione lineare alle derivate parziali di tipo ellittico del 2° ordine sopra una superficie chiusa, si espone un metodo,

fondato su semplici nozioni di Analisi funzionale lineare, mediante il quale, senza ricorso al principio di minimo, nè alla funzione di GREEN, o altre analoghe soluzioni fondamentali, ma soltanto in base ad una formula integrale per le soluzioni, estensione del teorema della media di GAUSS per le funzioni armoniche, si perviene rapidamente alla dimostrazione del teorema dell'alternativa.

6. T. VIOLA - Formula risolutiva del problema di Dirichlet relativo ad un campo che si può decomporre sulla somma di un numero finito di dominii rettangolari.

7. T. VIOLA - Prolungamento di una funzione armonica al di là di un punto angoloso del contorno del campo in cui è definita.

Si danno condizioni affinchè una funzione, armonica e regolare in un settore circolare, assumente valori analitici sui lati del settore (a partire dal vertice), sia prolungabile al di là del vertice, oppure affinchè il vertice sia un punto critico algebrico per la funzione stessa.

8. L. CESARI - Sulle funzioni di due variabili a variazione limitata secondo Tonelli e sulla convergenza delle relative serie doppie di Fourier.

Si sottopone ad analisi il comportamento dei valori che le funzioni $f(x, y)$ di due variabili a variazione limitata secondo TONELLI, e generalmente a variazione limitata, assumono nell'intorno di un punto.

Si dimostra che queste funzioni presentano in quasi tutti i punti certi limiti iterati che vengono precisati e inoltre pure in quasi tutti i punti (x_0, y_0) esistono quattro numeri l_1, l_2, l_3, l_4 a cui la $f(x, y)$ si approssima, nel modo che verrà indicato, quando (x, y) si avvicina a (x_0, y_0) rimanendo interno ad ognuno dei quadranti definiti dalle parallele agli assi per $(x_0 y_0)$. Infine si dimostra che la serie doppia di FOURIER di una funzione $f(x, y)$ quasi continua integrabile e generalmente a variazione limitata in Q converge per rettangoli, per righe e per colonne quasi ovunque in Q verso $f(x, y)$.

9. W. GRÖBNER - Risultati dell'applicazione del metodo variazionale in taluni problemi di propagazione.

10. W. GRÖBNER - Ricerche sopra il rango dei moduli nei campi dei polinomi omogenei.

Si dà una definizione intrinseca del rango dei moduli nei campi dei polinomi omogenei e si dimostrano alcuni teoremi concernenti il rango con i soli metodi dell'algebra lineare.

11. B. SEGRE - **Sull'estensione della formula integrale di Cauchy e sui residui degli integrali n-pli, nella teoria delle funzioni di n variabili complesse.**

Vien stabilita la formula:

$$(*) \qquad \frac{1}{(2\pi i)^n}\int\int\cdots\int_{\mathcal{V}} \frac{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdots \varphi_n}\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n = \frac{f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)}{J(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)},$$

nella quale:

1°) le f, φ_1, $\varphi_2, \ldots$, φ_n sono funzioni analitiche regolari delle n variabili complesse x_1, $x_2, \ldots$, x_n, in un intorno a $2n$ dimensioni (reali) di di $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ ove lo jacobiano

$$J(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{\partial(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)}{\partial(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$$

si suppone diverso da zero;

2°) le funzioni φ_1, $\varphi_2, \ldots$, φ_n si annullano simultaneamente nel punto $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$;

3°) La $\mathcal{V}$ è una qualunque varietà ad n dimensioni (reali) di detto intorno, non incontrante nessuna delle varietà caratteristiche

$$\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0, \ldots, \varphi_n = 0$$

ed avente un determinato comportamento topologico rispetto ad esse. Qualora si prescinda da quest'ultima condizione, il secondo membro della (*) va alterato per un fattore (costante) intero $\gtreqless 0$, esprimente un carattere topologico semplice di $\mathcal{V}$ in relazione alle suddette varietà caratteristiche; da qui possono subito trarsi conseguenze « in grande », singolarmente significative nel caso che si assuma $f = J$.

Facendo in particolare nella (*)

$$\varphi_1 = x_1 - x_1^0, \ \varphi_2 = x_2 - x_2^0, \ldots, \ \varphi_n = x_n - x_n^0,$$

si ottiene un'estensione non banale della formula integrale di CAUCHY alle funzioni analitiche di n variabili.

12. L. ONOFRI - **Sulla determinazione del numero degli zeri di certe serie di Laurent.**

Fondandosi su alcune disuguaglianze relative a serie trigonometriche di seni o di coseni, l'A. stabilisce vari criteri concernenti il numero degli zeri che una serie di LAURENT, a coefficienti reali, possiede entro la sua corona di convergenza. Si estendono così diverse proposizioni relative agli zeri dei polinomi o delle serie di potenze, che trovansi esposte in alcuni lavori di B. SEGRE e dell'A.

13. A. MAMBRIANI - **Sulla risoluzione delle equazioni differenziali lineari.**

Si indica un procedimento di risoluzione di tali equazioni e si fanno alcune applicazioni.

14. U. Cassina – Sulle equazioni integro-differenziali.

L'A. studia l'equazione integro-differenziale

$$\frac{\partial f(t, x)}{\partial t} = \int_0^t k(f, x, y) f(t, y) dy + h(t, x),$$

che integra con un metodo che potrebbe dirsi euleriano, ma giustificando ogni passaggio.

L'esistenza e l'unicità dell'integrale trovato sono dimostrate direttamente fondandosi sulle più semplici proprietà delle serie ordinarie e delle serie doppie.

15. L. Laboccetta – Un problema di Galileo esposto con i mezzi dell'analisi moderna.

Un corpo si muove su di un piano orizzontale di sostegno avanzando con moto uniforme rettilineo. Al termine del piano si ha una discontinuità nel valore della forza agente sul corpo e la traiettoria di esso da rettilinea diviene parabolica. Facendo uso delle funzioni discontinue elementari per rappresentare la forza, la velocità e lo spazio percorso, si può scrivere una sola equazione differenziale per rappresentare questo movimento, ed ottenere quindi la velocità e lo spazio percorso in un'intervallo comprendente il punto di discontinuità, invece di ricorrere, come ora si usa, a due equazioni differenziali e a due separate integrazioni che conducono a due espressioni distinte delle grandezze cercate, una a destra ed una a sinistra della discontinuità.

SEZIONE 2ª: GEOMETRIA

1 Aprile 1937, ore 15

1. G. FANO – Sulle varietà algebriche a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche.

Richiamate alcune proprietà delle varietà M_3^{2p-2} di spazi S_{p+1}, non coni, a curve-canoniche di genere p, nei casi $p = 3, 4$:

1) Si considerano alcuni casi successivi, varietà di tuttora dubbia razionalità, ma certo semi-razionali (od unirazionali), riferibili cioè a involuzioni dello spazio S_3, ossia rappresentabili con funzioni razionali generalmente non invertibili di 3 parametri.

Si espongono inoltre sommariamente le più recenti ricerche sulle varietà in parola, dalle quali è risultato:

2) Che queste varietà per $p > 10$, sono tutte razionali, tranne un solo caso, riferibile a una forma cubica generale di S_4; sicchè i casi di dubbia razionalità sono ridotti a un numero molto limitato.

3) Che le stesse M_3^{2p-2} di S_{p+1}, non coni, esistono solo per valori di $p \leq 37$; e in corrispondenza al valore massimo $p = 37$ ne esistono due diverse.

2. L. BRUSOTTI – Sui modelli algebrici di un sistema di k falde.

Si comunicano alcuni risultati relativi al seguente problema: « Dato un sistema Σ di k falde prive di singolarità e di mutue intersezioni, stabilire l'esistenza di un modello algebrico di Σ, cioè di una superficie algebrica reale di cui la parte reale sia isotopa a Σ ».

3. E. G. TOGLIATTI – Su alcune forme cubiche dell'S_5.

In un lavoro in corso di pubblicazione, l'A. ha determinato le V_4^3 di S_5 aventi il massimo numero finito di punti doppi, mediante una proiezione della V_4^3 da uno dei suoi punti doppi su un S_4. Lo stesso problema, mediante una semplice osservazione relativa al sistema lineare ∞^5 delle quadriche polari dei punti di S_5 rispetto alla V_4^3, viene ora risolto direttamente nell'S_5, in modo alquanto più breve.

4. B. SEGRE - Sui residui relativi ai punti uniti delle corrispondenze fra varietà sovrapposte.

Si estende alle varietà topologiche ad un qualunque numero di dimensioni la nozione di residuo in un punto unito di una corrispondenza; e, sotto ipotesi assai generali, si stabiliscono varie proprietà di tali residui aventi carattere locale.

Nel caso di una corrispondenza algebrica fra varietà algebriche sovrapposte, dotata di valenza nel senso di SEVERI ed avente un numero finito di punti uniti, si dimostra che la somma dei vari residui relativi a questi è sempre un numero intero, esprimibile semplicemente in funzione dei caratteri della varietà e della corrispondenza (dimensione ed invariante di ZEUTHEN-SEGRE della prima; indici, ranghi e valenza della seconda).

5. B. SEGRE - Sul luogo dei punti da cui una data varietà algebrica iperspaziale è proiettata multiplamente.

In una Nota recente è stato provato che i punti suddetti — se esistono — costituiscono sempre un numero finito di spazi lineari, le dimensioni dei quali debbono soddisfare a certe condizioni (necessarie e sufficienti perchè possa esistere almeno uno di quegli spazi). Qui si aggiungono alcune limitazioni, concernenti il *numero* degli spazi lineari suddetti.

6. F. TRICOMI - Sull'n-edro regolare dello spazio ad n-1 dimensioni.

Si tratta di alcune proprietà *metriche* dell'n-edro regolare, o « simplex » che dir si voglia, di S_{n-1}; in particolare della sua rappresentazione analitica mediante certe n disuguaglianze, subito scritte noti che siano gli elementi di una matrice ortogonale, soddisfacente inoltre ad una condizione accessoria.

7. N. SPAMPINATO - Sulla geometria dell'S_r biduale proiettivo.

Facendo seguito a delle classiche ricerche di CORRADO SEGRE sulle *Geometrie proiettive nei campi di numeri duali*, e parallelamente ad un lavoro dell'A. sull'S_r bicomplesso proiettivo, si iniziano delle ricerche sistematiche intorno all'S_r biduale proiettivo, con particolare riguardo alle varietà algebriche biduali.

8. M. VILLA - Sulle varietà iperalgebriche dello spazio bicomplesso.

Si fanno alcune osservazioni sulle varietà iperalgebriche dello spazio bicomplesso e, specialmente, su quelle di dimensione (complessa) massima.

9. F. CONFORTO - Sulle rigate razionali del quinto ordine.

Si stabiliscono le condizioni a cui deve soddisfare una curva piana per essere immagine della curva doppia di una rigata del quinto ordine. Questo problema è d'immediata risoluzione per il caso di un ordine minore di cinque: ma per le rigate del quinto ordine esso già si complica, perchè l'immagine della curva doppia non può più essere scelta ad arbitrio e la serie delle coppie neutre, rappresentative dei punti doppi, non è più lineare. Infine si discutono alcuni casi particolarmente riposti.

10. T. TURRI - Sulle curve di genere due con un S_2 di corrispondenze simmetriche.

Si dimostra che le curve di genere due con un S_2 di corrispondenze simmetriche possiedono sempre infiniti integrali ellittici, nessuno dei quali a moltiplicazione complessa.

SEZIONE 2ª: GEOMETRIA

2 Aprile 1937, ore 15

1. E. BOMPIANI - Sulle curve appartenenti a complessi di rette.

Proprietà proiettive di queste curve, in contrasto con un teorema di S. LIE, già rettificato dal DEMOULIN.

2. E. BOMPIANI - Statica grafica e geometrica proiettivo-differenziale.

Rappresentazione generale delle linee funicolari relative ad un sistema piano continuo (∞^1) di vettori applicati.

3. G. VRANCEANU - Gruppi degli spazi a connessione affine con torsione.

L'A. ha fatto vedere in altri lavori come date n forme a differenziali totali indipendenti, o, come si dice ancora, n forme di PFAFF

$$ds^a = \lambda_i^a(x^1 x^2 \dots x^n)dx^i \qquad (a, b, c, d, i, j, l = 1, 2, \dots, n), \tag{1}$$

a un gruppo di trasformazioni lineari di queste forme, che lascia invariante almeno un sistema di PFAFF

$$ds^{h'} = \lambda_i^{h'} dx^i = 0 \qquad (h', k' = m+1, \dots, n), \tag{2}$$

gruppo che si può scrivere

$$\begin{aligned} d\bar{s}^h &= c_a^h ds^a \\ d\bar{s}^{h'} &= c_{k'}^{h'} ds^{k'} \end{aligned} \tag{3}$$

dove le c_b^a sono funzioni delle x a determinante non nullo, si può associare, sotto certe condizioni generali, una o più connessioni affini. Si arriva a questa associazione, che l'A. chiama geometrizzazione del sistema di PFAFF (2), riducendo i covarianti bilineari del sistema a forme canoniche, in modo da ridurre, quando è possibile, lo studio del gruppo (3) allo studio di uno dei suoi sottogruppi che lascia invarianti due o più sistemi di PFAFF che non hanno equazioni comuni, sottogruppi che posseggono

sempre una connessione affine, che è certamente completa se questi sistemi invarianti non hanno combinazioni integrabili.

Inversamente, dato uno spazio A_n a connessione affine Γ^i_{jl}, indicando con t^a_{bc} le componenti della torsione di A_n rispetto alle n congruenze definite dalle forme (1), talchè

$$t^a_{bc}\lambda^i_a = (\Gamma^i_{jl} - \Gamma^i_{lj})\lambda^j_b\lambda^l_c,$$

possiamo ridurre le forme alternate

$$F^a = t^a_{bc} ds^b \delta s^c$$

a forme canoniche, in modo che le trasformazioni di forme ds^a, che conservano queste forme canoniche, lascino invariante un sistema di PFAFF, ossia appartengano a un gruppo come (3), che conveniamo di chiamare gruppo dello spazio A_n. L'interesse di questo gruppo di A_n consiste nel fatto che se questo gruppo è geometrizzabile, si arriva ad associare allo spazio A_n una connessione, in generale differente da Γ^i_{jl}, che è proiettivamente legata allo spazio A_n. Ciò mostra ancora che la sola torsione, può essere sufficiente per determinare un sistema completo di invarianti dello spazio A_n.

4. ENEA BORTOLOTTI - Geometria proiettiva differenziale delle superficie anolonome.

L'A. espone le vedute che l'hanno guidato, e i principali risultati finora conseguiti, in uno studio proiettivo differenziale delle superficie anolonome in S_n (definite entro S_n da un sistema di $n-2$ equazioni pfaffiane non completamente integrabile) soffermandosi particolarmente sul caso $n = 3$, e ponendo in risalto i principali punti in cui si manifesta il divario dal caso d'olonomia.

5. ENEA BORTOLOTTI - Varietà subordinate; connessioni di specie superiore, il problema dell'immersione.

Sguardo generale sul problema dell'immersione. Rappresentazione di una varietà entro uno spazio « a connessione » mediante connessioni puntuale e tangenziale d'ordine assegnato e tensori di curvatura euleriana, che esprimono il divario fra queste connessioni e quella dell'ambiente. I mezzi formali: calcolo assoluto del VITALI generalizzato; D-simbolica. Il problema geometrico essenziale: determinazione intrinseca degli spazi pseudonormali d'ordine assegnato.

6. R. CALAPSO - Un teorema di reciprocità nella teoria delle superficie di un S_4.

Si determina una trasformazione delle reti di un S_4 in guisa che le direzioni delle tangenti alle curve della rete risultino anche le direzioni degli asintoti della conica di KOMMERELL per la rete trasformata, e le direzioni

degli asintoti della conica di KOMMERELL della data rete siano anche le direzioni delle tangenti alle curve della rete trasformata.

Con la detta trasformazione (che si può effettuare in infiniti modi) vengono continuate alcune ricerche del prof. BENIAMINO SEGRE che si connettono con la teoria delle funzioni di due variabili complesse, secondo le vedute del SEVERI.

7. P. BUZANO – Varietà a tre dimensioni rappresentanti sistemi di equazioni di Laplace.

Tendendo a conseguire risultati che permettano di estendere alle V_3 teoremi sulle Geometrie Riemanniane di specie superiore, noti ora solo per le V_2, si considerano dei sistemi di equazioni lineari omogenee alle derivate parziali per una funzione di tre variabili e, valendosi di disuguaglianze generali che (in relazione con le V_3 rappresentative) vincolano gli ordini delle equazioni e il loro numero, si riducono i sistemi in esame ad altri più semplici già noti, o più facilmente studiabili.

8. E. PICASSO – Contributi alla Geometria differenziale proiettiva delle superficie di S_4.

Sistemi planari su una superficie di S_4. Connessione proiettiva determinata da un sistema planare. Determinazione intrinseca della connessione proiettiva. Casi particolari; conseguenze, applicazioni.

SEZIONE 3ª

MECCANICA E FISICA-MATEMATICA

1 Aprile 1937, ore 15

1. F. SBRANA – Influenza della gravità sulla propagazione del suono.

È stato dimostrato dal dott. G. BRANCATO, allievo del prof. SIGNORINI, che la gravità non ha alcuna influenza sulla *velocità di propagazione del suono* (supposto che questo sia prodotto dalle piccole oscillazioni adiabatiche di un gas perfetto, a partire da uno stato di equilibrio interno); più precisamente, la gravità non influisce sulla velocità di propagazione di una discontinuità del 2° ordine (in seno al detto gas). L'A. si propone di esaminare l'effetto della gravità sulle altre caratteristiche della propagazione; e possibilmente lo spostamento ad ogni istante delle particelle di gas, dovuto ad una determinata perturbazione.

2. E. GUGINO – Problemi variazionali e loro traiettorie.

Sia $L(x|\dot{x})$ funzione qualsivoglia di $2n$ argomenti x^i ed $\dot{x}^i (i=1, 2, \dots, n)$; si considerino le x^i come funzioni di un parametro t, che può interpretarsi come tempo, e le $\dot{x}^i$ come loro derivate. L'equazione variazionale $\delta \int_{t_0}^{t_1} L(x|\dot{x})dt = 0$ equivale, notoriamente, al sistema lagrangiano

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} - \frac{\partial L}{\partial x^i} = 0 \qquad (i=1, 2, \dots, n),$$

che ammette l'integrale generalizzato dell'energia $\sum_1^n h \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h}\dot{x}^h - L = E$; pel principio dell'azione stazionaria, ove si elimini, in base al precedente integrale, la variabile tempo dall'azione $A = \int_{t_0}^{t_1} \sum_1^n h \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^h}\dot{x}^h dt$, si viene ad attribuire ad A un aspetto puramente geometrico, atto a caratterizzare le traiettorie del fascio di soluzioni, cui compete un prefissato valore della costante E. L'autore dimostra che, qualunque sia la funzione $L(x|\dot{x})$ (pur-

chè non risulti somma di due funzioni omogenee, l'una di grado zero e l'altra di grado uno), *eseguendo l'accennata eliminazione, l'integrando di* A, *che denota con* $L'(x\,|\,dx\,|\,E)$, *risulta sempre funzione omogenea di primo grado nei* dx^i, sicchè l'equazione variazionale $\delta\int_{(\gamma)} L'(x\,|\,dx\,|\,E) = 0$ che caratterizza le traiettorie del generico fascio, rientra nel caso tipicamente contemplato dal calcolo delle variazioni; viceversa, data ad arbitrio la funzione $L'(x\,|\,dx\,|\,E)$ degli argomenti x^i, $dx^i (i = 1, 2, \ldots, n)$ e del parametro E, purchè omogenea di primo grado nei dx^i, note quindi, sotto forma variazionale, le traiettorie di un generico fascio, nell'ipotesi ulteriore che la $\frac{\partial^2 L'(x\,|\,dx\,|\,E)}{\partial E^2}$ non sia identicamente nulla, ove si introduca una nuova variabile t, da riguardare come tempo, e si considerino le x^i come funzioni di t, *esiste sempre una ed una sola legge temporale di percorrenza delle traiettorie del generico fascio che, associata alla* $\delta\int_{(\gamma)} L'(x\,|\,dx\,|\,E) = 0$, *consente di determinare univocamente la funzione lagrangiana* $L(x\,|\,\dot{x})$ *del problema variazionale originario.*

3. M. Pascal – Sopra un fenomeno osservato da Guglielmini a Bologna nel 1791.

Si studia il moto rispetto alla terra di un solido pesante abbandonato a se stesso senza velocità angolare, col risultato che durante la caduta il grave acquista necessariamente una velocità angolare, a meno che inizialmente uno degli assi centrali d'inerzia del solido sia parallelo all'asse terrestre (caso di moto semplicemente traslatorio).

Resta così data alle esperienze del Guglielmini e del Reich sul moto di rotazione che acquistano i gravi durante la loro caduta, una spiegazione più soddisfacente di quella che il sig. Denizot espose in una comunicazione al Congresso internazionale dei matematici in Bologna.

4. M. Manarini – Sulle accelerazioni dei punti nel moto di una figura piana.

5. G. Lampariello – Varietà sostanziali nel moto di un sistema continuo.

Considerato un moto regolare di un qualunque sistema continuo, una generica particella materiale, che ad un istante t_0 è in $P_0(x_0, y_0, z_0)$, ad un istante qualunque t è in $P(x, y, z)$. Sia $(\mathcal{T})$ la trasformazione che fa passare da ogni punto P_0 al corrispondente P, e sia $\mathcal{V}$ un vettore le cui componenti cartesiane A, B, C sono funzioni continue e derivabili del posto e del tempo. All'istante t_0 sia Γ_0 una qualunque linea del campo del vettore $\mathcal{V}$. Si pone la questione di decidere sulla base delle sole equazioni differenziali che reggono il moto del sistema se, per effetto

di $(\mathfrak{T})$, la trasformata Γ all'istante t di Γ_0 è una linea del campo del vettore $\mathfrak{V}$ relativo al medesimo istante t. La sostanzialità della congruenza di linee considerata si traduce nelle equazioni differenziali

$$\frac{dA}{dt} = A\frac{\partial u}{\partial x} + B\frac{\partial u}{\partial y} + C\frac{\partial u}{\partial z} + \lambda A,$$
$$\frac{dB}{dt} = A\frac{\partial v}{\partial x} + B\frac{\partial v}{\partial y} + C\frac{\partial v}{\partial z} + \lambda B,$$
$$\frac{dC}{dt} = A\frac{\partial w}{\partial x} + B\frac{\partial w}{\partial y} + C\frac{\partial w}{\partial z} + \lambda C,$$

dove $V(u, v, w)$ denota la velocità della particella materiale che all'istante t transita per P e λ è un parametro a priori indeterminato. In queste equazioni rientrano le celebri equazioni che HELMHOLTZ ha dedotte dalle equazioni idrodinamiche dei fluidi perfetti (barotropi e soggetti a forze di massa conservative) per le componenti del vortice $\omega = \frac{1}{2}\operatorname{rot} V$. Qualunque sia la distribuzione delle velocità, basta assumere per λ la derivata logaritmica sostanziale temporale $\frac{d \log \rho}{dt}$ della densità, perchè le equazioni differenziali delle linee del campo di ω siano identicamente soddisfatte, in virtù delle equazioni idrodinamiche. È questa una nuova notevole interpretazione delle equazioni di HELMHOLTZ, che fornisce ancora una dimostrazione della conservazione delle linee vorticose.

6. G. RACAH – Sulle forze derivabili da un potenziale cinetico.

Si dimostra che la forza elettromagnetica di LORENTZ è il tipo più generale di forza agente su un punto materiale che dipende dalla velocità del punto stesso e sia derivabile da un potenziale cinetico.

7. O. RESTA – Sguardo riassuntivo ai metodi in uso per la rigorosa soluzione del problema balistico principale (moto del centro di gravità), con particolare riguardo alla valorizzazione del metodo italiano di F. Siacci.

8. G. ARRIGHI – Sui potenziali di masse deformabili.

Si considera il potenziale di una massa deformabile con continuità, si determina la velocità di spostamento normale della superficie equipotenziale e si studia l'inviluppo relativo alla famiglia di superficie a egual potenziale.

9. S. OPATOWSKI – Sulla generalizzazione della funzione associata e sui potenziali elicoidali.

Data una famiglia di potenziali V_i si può definire come funzione associata a V_i la funzione W_i tale che $\operatorname{grad} W_i \times \operatorname{grad} V_i = 0$ e $W_i = \Omega V_i$,

dove Ω è il simbolo di una operazione distributiva indipendente da i. Limitandosi ai potenziali Newtoniani, nel caso in cui esista una funzione f indipendente da i e tale che $\text{grad } f \times \text{grad } V_i = 0$, l'espressione di Ω si deduce facilmente. Questo caso contiene tutti quelli sinora studiati (potenziali piani, simmetrici ed altri). L'A. dà l'espressione di Ω per alcune famiglie di potenziali, per le quali non esiste una funzione f, soffermandosi particolarmente sui campi elicoidali e spirali di LEVI-CIVITA: le funzioni associate ai primi godono di tutte le proprietà delle funzioni associate comuni. Come applicazione considera il campo elettrostatico di un solenoide.

10. L. CESARI – Increspatura dei cilindri cavi sottili premuti assialmente.

Si riprende il problema di determinare la distribuzione delle deformazioni e delle tensioni nei cilindri retti a sezione circolare cavi e sottili, incastrati alle estremità e premuti assialmente da un carico uniformemente distribuito. Si dimostrano per nuova via alcuni risultati già acquisiti da altri autori, si mostra come il caso della parete piana indefinita si presenti come caso limite del caso cilindrico e infine si precisa il carico limite per le deformazioni elastiche del cilindro.

11. M. SALVADORI – Sollecitazioni di una piastra rettangolare appoggiata.

Si studiano le sollecitazioni di una piastra rettangolare appoggiata lungo due lati e libera lungo gli altri due, caricata uniformemente su due striscie parallele ai lati liberi, simmetricamente disposte rispetto all'asse mediano della piastra.

12. C. TOLOTTI – Sui problemi di elasticità piana a funzione di Airy polidroma.

Viene mostrato come, qualunque sia la forma e l'ordine di connessione del sistema elastico piano che si considera, si possa sempre, con semplici calcoli, ricondurre il caso generale della distribuzione generica di forze al contorno, al caso di sistemi di forze al contorno separatamente equilibrati e cioè ad un problema che non comporta più alcuna polidromia per la incognita funzione di AIRY.

SEZIONE 4ª

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

1 Aprile 1937, ore 15

1. F. P. CANTELLI – (Tema da destinarsi).

2. C. A. DELL'AGNOLA – Sulla tendenza ad una variabile casuale limite di una successione di variabili casuali punteggiate discontinue.

In continuazione e a complemento di ricerche precedenti l'A., usufruendo della teoria della misura degli aggregati, si propone di stabilire nella forma più generale possibile, mediante un'opportuna definizione, il concetto di tendenza ad una variabile casuale limite di una successione di variabili casuali punteggiate discontinue limitate nel loro insieme. Si propone inoltre di fissare delle condizioni in base alle quali tale tendenza ha luogo effettivamente in conformità all'accennata definizione.

3. C. BONFERRONI – Sulla probabilità totale di eventi numerabili.

In base ad un semplice schema l'A. mostra che la probabilità dell'evento totale è uguale alla somma delle serie delle probabilità dei singoli eventi (eventi totalizzabili), oppure è superiore a tale somma (eventi ipertotalizzabili), oppure non esiste (eventi extratotalizzabili); ed esamina sotto quali condizioni si verifica il primo caso.

4. F. TRICOMI – Una proprietà caratteristica della legge gaussiana degli errori.

La proprietà in discorso riguarda la distribuzione statistica dei punti di uno spazio euclideo ad n dimensioni, le cui coordinate (cartesiane, ortogonali) coincidono con n valori indipendenti di una variabile casuale X.

Condizione *necessaria* e *sufficiente* affinchè la distribuzione abbia *simmetria ipersferica*, è che la variabile casuale X sia *normale*.

5. B. DE FINETTI – Funzioni aleatorie.

Impostazione generale ed aspetti particolari dello studio delle funzioni aleatorie. Esame di diversi casi praticamente più significativi, e cenno sui risultati raggiunti relativamente ad essi. Osservazioni sulla possibilità di parlare di una probabilità che una funzione aleatoria soddisfi una certa condizione di carattere analitico.

6. M. JACOB – Sul teorema limite nel calcolo delle probabilità.

L'enunciato del noto teorema limite nel calcolo delle probabilità è stato recentemente semplificato da GLIVENKO, in quanto egli ha supposto che la successione delle funzioni caratteristiche, sia *solo convergente e non uniformemente convergente* in ogni intervallo limitato.

La dimostrazione di GLIVENKO consiste da una parte nell'introduzione di una particolare successione ausiliare di funzioni continue,

$$U_n(x, \alpha) = \frac{1}{\alpha}\int_0^{\alpha} [U_n(x+\xi) - U_n(\xi)]d\xi \tag{1}$$

e dall'altra nell'applicazione del noto teorema di HELL.

Sebbene a prima vista il procedimento di GLIVENKO possa sembrare differente da quello usato sinora per la dimostrazione del teorema limite, (LÉVY, CANTELLI, PÓLYA, JACOB), in seguito all'ipotesi che la convergenza delle funzioni caratteristiche sia uniforme, si può dimostrare che ciò in realtà non è, e precisamente:

a) La successione (1) può essere sostituita da qualsiasi successione ausiliaria scelta opportunamente mediante la formazione:

$$U_n(x, \alpha) = \int_{-\infty}^{\sim} K_\alpha(\xi - x)\, dU_n(\xi)$$

ove $K_\alpha(\xi - x)$ appartiene alla classe dei nuclei rispondenti allo scopo.

b) Il passaggio da $U_n(x, \alpha) \to U(x, \alpha)$ all'asserzione che $U_n(x) \to U(x)$ in ogni punto di continuità di $U(x)$, anzichè in modo indiretto pel tramite del teorema di HELLY, può essere condotto mediante la via diretta ed immediata che è stata seguita particolarmente dal CANTELLI nelle sue « Note » pubblicate nei « Rendiconti di Palermo » del 1928.

SEZIONE 5ª

ASTRONOMIA, GEODESIA, OTTICA

2 Aprile 1937, ore 15

1. G. HORN D'ARTURO – La deformazione delle immagini stellari detta *coma*.

2. P. DORE – Sull'uso della seconda funzione di Green per la determinazione degli scostamenti del geoide dall'ellissoide.

3. G. GIOTTI – Ottica e Matematica.

4. F. SCANDONE – Lenti asferiche e loro applicazioni agli strumenti astronomici.

Citando i tentativi fatti in questo senso, l'A. esporrà i nuovi criteri per il calcolo delle lenti asferiche, e le proprietà che ne risultano. Metterà in rilievo quei problemi di ottica strumentale che verrebbero risolti con l'uso di queste lenti.

5. F. SCANDONE – Una nuova idea per la spettroscopia stellare.

L'A. esporrà una possibile nuova costruzione di uno spettografo stellare, particolarmente adatto allo studio dell'ultravioletto.

6. U. FASOLO – Moderni indirizzi nella costruzione di spettrografi stellari.

Si paragonano e discutono gli ultimi spettrografi ad altissima luminosità proposti o costruiti, rilevandone le deficienze.

Sezione 6ª

STORIA DELLA MATEMATICA, LOGICA, MATEMATICA ELEMENTARE, FONDAMENTI

1 Aprile 1937, ore 15

1. G. Loria – **Rettificazioni e complanazioni anteriori alla creazione dell'analisi infinitesimale.**

Esordio: generalizzazione di un teorema di Archimede. Relazione tra la rettificazione della parabola e quella della spirale d'Archimede. Huygens e la rettificazione della parabola. Complanazione del paraboloide ellittico di rotazione e di altre quadriche rotonde. Risoluzione (prima per opera degli Arabi e poi per merito di Fermat) di analoghi problemi relativi ad altre superficie generate dalla rotazione di una parabola.

2. G. Loria – **Per una più perfetta conoscenza della scuola galileiana.**

L'Autore mette in luce la necessità di uno studio metodico dei lavori tuttora inediti dei discepoli di Galileo, onde addivenire alla pubblicazione di quelli fra essi che fossero riconosciuti meritevoli di stampa.

3. A. Procissi – **Documenti per la Storia delle Matematiche, esistenti a Firenze.**

L'A. si propone di indicare il materiale inedito posseduto dalle Biblioteche Fiorentine, relativo a Vincenzo Viviani, Lorenzo Lorenzini, Giovanni Ceva, G. G. Leibniz, Giulio Mozzi del Garbo, Guglielmo Libri, ed altri.

4. S. Gandz – **Origine e sviluppo delle equazioni quadratiche nell'algebra dei Babilonesi, dei Greci e degli antichi Arabi.**

La comunicazione è un riassunto di un'estesa memoria dello stesso titolo, attualmente in corso di stampa: questa è divisa come segue:

I) Nuova teoria dei tipi babilonesi di equazioni quadratiche e dei relativi metodi di soluzione.

II) Dimostrazione del fatto che EUCLIDE e DIOFANTO conservarono gli antichi tipi e metodi babilonesi.

III) Esposizione del carattere dell'Algebra di Al-KHUWÀRITZMI e posizione di essa nella storia delle matematiche.

5. U. CASSINA – Sulle equazioni cubiche di Al-Biruni.

L'Autore si occupa delle equazioni cubiche studiate da AL-BIRUNI, che son tutte riducibili alla trisezione dell'angolo; ed indaga in qual modo AL-BIRUNI possa esser giunto ai valori numerici delle radici positive delle equazioni cubiche relative alla costruzione dell'9-gono.

6. U. CASSINA – Parallelo fra la logica teoretica di Hilbert e quella di Peano.

L'Autore analizza il libro di D. HILBERT e W. ACKERMANN: « Grundzüge der theoretischen Logik », Berlin, 1928, e lo confronta col « Formulario matematico » di G. PEANO, ed. V, Torino 1906-1908.

7. G. CANDIDO – L'affare Libri.

Quali sono le basi su cui è poggiata la sentenza del 22 giugno 1850. In che conto debbono tenere gli italiani questa sentenza. Le accuse ad uno che non può difendersi. Qual'è il doveroso compito degli scienziati italiani.

8. ETTORE BORTOLOTTI – Direttive, metodi e modi nella storia della matematica.

Analisi e critica delle fonti. Esposizione sintetica e compilazione retorica. Leggende, favole, errori.

SEZIONE 6ª

STORIA DELLA MATEMATICA, LOGICA, MATEMATICA ELEMENTARE, FONDAMENTI

2 Aprile 1937, ore 15

1. A. PADOA – Un teorema esistenziale concernente i poligoni.

Senza ricorrere ad alcuna deformazione continua, mediante un numero finito di operazioni grafiche fondamentali, si dimostra l'esistenza di poligoni convessi aventi per lati quanti e quali si vogliano segmenti, ciascuno dei quali sia minore della somma degli altri.

2. A. PADOA – Le proprietà fondamentali dell'eguaglianza logica.

Si postuli il principio d'identità ed il fatto che eguaglianze, aventi i secondi membri eguali, hanno anche i primi membri uguali. Ciò basta per dimostrare le altre proprietà (simmetrica, transitiva e comparativa) dell'eguaglianza: cui però non sempre spetta la proprietà sostitutiva, come abitualmente si ritiene.

3. G. BURNENGO – L'insegnamento dell'Algebra nelle Scuole Medie.

La comunicazione ha per iscopo di esporre alcuni *criteri* didattici atti a rendere l'insegnamento dell'Algebra nelle Scuole Medie meno meccanico, più *logico*, più *spedito*, più *efficace* nei riguardi delle applicazioni.

4. A. NATUCCI – Saggio di classifica dei metodi dell'aritmetica generale.

Dopo un rapidissimo sguardo storico ai principali metodi escogitati per stabilire i fondamenti dell'aritmetica generale ed un cenno sulle più recenti ricerche, si dimostra che i metodi stessi possono distinguersi in due gruppi: *genetici* e *assiomatici*, secondochè essi fanno, oppur no, appello ad altri concetti oltre quelli propri dell'aritmetica e della logica.

Il 1° gruppo a sua volta comprende i metodi fondati sul concetto di classe di oggetti, e quelli basati invece sul concetto di grandezza continua: il 2° gruppo comprende l'indirizzo logico e quello formalistico.

5. G. B. GONELLA - Sui rombi inscritti in un parallelogrammo.

Studio dei rombi inscritti in un parallelogrammo (considerando anche quelli che hanno i vertici sulle rette dei lati). Determinazione delle coppie di rombi simili inscritti in uno stesso parallelogrammo e delle coppie di rombi equivalenti fondata sullo studio delle involuzioni che i vertici di rombi corrispondenti appartenenti ad una stessa retta del contorno del parallelogrammo determinano su questa. Se ne deduce una semplice costruzione del quadrato inscritto in un parallelogrammo.

6. G. B. GONELLA - Discussione di problemi e discussione di equazioni.

Alcune osservazioni pratiche di interesse didattico sulla impostazione della discussione del *problema*, che spesso si confonde con la discussione dell'equazione, che ne è una parte quasi accidentale, e sull'importanza di mettere in rilievo nell'insegnamento le condizioni di sufficienza per l'esistenza delle figure elementari, con che si rende più agevole e rapida la determinazione dei limiti da imporre alla variabile che figura come incognita nell'equazione risolvente del problema.

Sezione 7ª: AERODINAMICA

1 Aprile 1937, ore 15

1. U. Cisotti – Sorgenti e vortici atmosferici.

Dalle equazioni indefinite della meccanica dei fluidi si deducono delle soluzioni che corrispondono a moti provocati da una sorgente o da un vortice, nell'ipotesi che il fluido sia comprimibile e in regime adiabatico. Questi caratteri vengono comunemente attribuiti all'aria atmosferica quando si studiano in essa fenomeni dinamici che si svolgono con velocità non molto lontane da quelle acustiche.

2. L. Silla–P. Teofilato – Sulla rappresentazione schematica di una corrente fluida, compressibile e viscosa, intorno ad un solido immerso.

Gli Autori, modificate opportunamente le equazioni di Oseen, con l'introduzione della « compressibilità relativa » e con convenienti ipotesi di approssimazione, procedono poi alla integrazione di qualche caso particolare.

3. E. Pistolesi – Sul calcolo delle schiere infinite di ali sottili.

Si studia il problema della corrente attorno ad una schiera infinita di ali sottili (problema piano). Stabilita con opportuni sviluppi in serie la distribuzione della vorticità lungo il profilo, se ne deducono la distribuzione della velocità indotta, la portanza, il momento e la forma del profilo. Inversamente, nota questa, se ne deduce la distribuzione delle vorticità.

Il metodo è l'estensione al caso della schiera del procedimento di Birnbaum-Glauert per l'ala isolata.

4. B. Caldonazzo – Sorgenti distribuite sopra una circonferenza.

Dal moto liquido piano indotto da una coppia di sorgenti, aperte sul contorno di una circonferenza rigida, si passa prima a quello indotto da un sistema di più coppie aperte sullo stesso contorno ed infine al caso di una distribuzione continua di sorgenti. Si studiano le azioni dinamiche

quando il moto dovuto alle sorgenti si compone con un moto traslocircolatorio permanente, compatibile con la circolazione.

5. C. Ferrari – Campi di corrente ipersonora attorno a solidi di rivoluzione.

L'A., dopo aver rilevato come la linearizzazione dell'equazione che definisce la funzione potenziale di velocità, secondo il procedimento di Kàrmàn, consente in modo semplice la trattazione unica dei campi di corrente di velocità sia iposonora sia ipersonora, sviluppa il metodo generale da lui studiato per la determinazione dei campi di corrente ipersonora attorno a solidi di rivoluzione di forma qualsiasi nel caso generale in cui l'incidenza della corrente è differente da zero. Il problema è risolto colla sostituzione della linea meridiana del corpo con una spezzata inscritta in essa: il campo sulla prora conica è studiato con il metodo dell'odografo secondo un procedimento analogo a quello di Busemann per il cono invertito assialmente, mentre per la restante parte del campo il metodo usato è un procedimento « passo per passo » basato sulla teoria delle « caratteristiche » dell'equazione differenziale che definisce la funzione potenziale.

6. A. Prosciutto – Sopra una nuova classe di profili alari.

Mediante l'applicazione successiva di alcune semplici trasformazioni conformi viene geometricamente definita una classe caratteristica di profili alari, derivanti dal cerchio e presentanti, in generale, curvatura non uniforme (linea media non circolare) e spessore medio qualsiasi. Con una prima trasformazione si passa da un cerchio ad un'ovale di Cassini, e da questa, con altre opportune trasformazioni conformi, si giunge ai profili alari. I singoli profili della classe considerata risultano individuati mediante i valori attribuiti a cinque parametri, i quali definiscono le caratteristiche geometriche ed aerodinamiche dei profili stessi. La classe di profili considerata comprende, come casi particolari (curvatura uniforme), i profili Joukowski e Kàrmàn-Treffetz.

7. P. Cicala – Il problema aerodinamico del volo ad ala battente.

Calcolo della componente parallela al vento dell'azione aerodinamica sul profilo oscillante con legge di deformazione arbitraria. Caso del profilo indeformabile: diagramma per il calcolo del lavoro speso e del lavoro ottenuto nella oscillazione del profilo. Caso del profilo di corda variabile, oscillante in modo da tenere costante la sua circuitazione totale.

SEZIONE 7ª: AERODINAMICA

2 Aprile 1937, ore 15

1. M. PASTORI – La pressione di un fluido nelle regioni a grandi velocità.

Si rilevano alcuni casi in cui la rappresentazione schematica del fluido come perfetto perde significato fisico in alcune regioni del campo di moto, dove la velocità è abbastanza grande, perchè in essa la pressione data dal teorema di BERNOULLI diviene negativa.

Accennato a una ipotesi semplificatrice che salva la continuità della pressione, si osserva come si possa determinare in tali regioni la pressione del fluido, tenendo conto anche di piccole viscosità. Si procede al calcolo di essa in alcuni casi particolari, sfruttando le soluzioni delle equazioni indefinite dei fluidi viscosi date dall'HAMEL, soluzioni che permettono di conservare, anche nelle regioni considerate, le stesse linee di flusso.

2. F. CONFORTO – Sollecitazioni negli aerei, provocate da determinati tipi di raffiche.

Premessa una impostazione matematica del problema, dovuta al Ministero dell'Aeronautica, si studia l'andamento qualitativo e quantitativo delle sollecitazioni sull'ala e sulla coda di un velivolo che passa attraverso una raffica vortice, opportunamente schematizzata, quale s'incontra sulle fronti dei temporali. Dai calcoli numerici, eseguiti sistematicamente presso l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo, si è potuto mettere in evidenza la dipendenza dei massimi delle dette sollecitazioni — nel campo di variabilità che interessa la pratica — da un unico opportuno parametro.

3. L. CROCCO – Singolarità della corrente gassosa iperacustica nell'intorno di una prora a diedro.

Se un corpo la cui prora termina a spigolo tagliente si sposta con velocità iperacustica in un mezzo gassoso, si forma innanzi ad esso un'onda d'urto che, a partire da una certa velocità, può venire a contatto del corpo in modo da aderire allo spigolo. Si pensa comunemente che il numero di MACH minimo per cui ciò avviene è quello cui corrisponde nel

fenomeno dell'urto un angolo massimo di deviazione della corrente pari al più grande dei due angoli formati dal diedro di prora con la direzione della corrente indisturbata. Una dettagliata analisi del fenomeno, eseguita tenendo conto anche della vorticosità della corrente dopo l'urto, mostra però che, per un numero di MACH leggermente superiore a quello ora detto, le derivate della velocità e della pressione prese sullo spigolo diventano infinite e che, per numeri di MACH inferiori, esse prendono valori non attendibili. Ciò fa pensare che questo, e non il precedente, sia il numero di MACH critico al disotto del quale l'onda d'urto si distacca dal corpo.

4. L. POGGI - Studio aerodinamico del « Giroplano » con speciale riferimento alle velocità indotte.

Estendendo alcune considerazioni già da lui fatte nello studio di un analogo motore a vento, l'A. studia il comportamento aerodinamico del sistema portante che va comunemente sotto il nome di « Giroplano » costituito da un certo numero di ali ruotanti attorno ad un asse orizzontale ad esse parallelo, il quale a sua volta è nel caso generico animato di moto traslatorio (o, come caso particolare, può essere fermo). Nello studio ha particolare importanza la distribuzione delle velocità indotte dal sistema.

5. G. SERRAGLI - Il moto vario di un'elica a reazione.

L'A. riferisce sommariamente le sue ricerche sperimentali sulle eliche « *a reazione* » e cioè eliche mosse mediante reazione data da ugelli posti alla estremità delle pale.

Avendo constatato il fatto che le polveri colloidi, che sole possono adoprarsi in questo caso, danno scarica non uniforme, ma che invece ha uno speciale carattere di discontinuità, stabilisce una semplice teoria per definire il moto rotatorio dell'elica e il moto verticale di un artifizio ad ali ruotanti.

6. G. SESTINI - Coppia di sorgenti variabili.

Si valutano le azioni dinamiche dovute ad una coppia di sorgenti, aperte su di una circonferenza, a portata variabile, in presenza di una corrente traslocircolatoria.

Sezione 8ª: IDRAULICA

2 Aprile 1937, ore 15

1. F. Arredi – Sulla resistenza dei fluidi al moto uniforme turbolento nei condotti cilindrici lisci.

Nelle espressioni interpolari della legge di resistenza al movimento uniforme dei fluidi nei condotti cilindrici lisci, in generale si è assunto a variabile indipendente il parametro di Reynolds. Messo in luce che così non si è giunti a dare una rappresentazione completa del fenomeno, riallacciandosi a qualche incompleto precedente tentativo, con la scorta di considerazioni fisiche e di deduzioni teoriche, si propone la sostituzione predetta con altra equivalente e si mostra il miglioramento della rappresentazione che se ne ottiene.

2. G. Evangelisti – Caratteristiche di propagazione idrodinamica in tubi elastici di sezione e spessore variabili.

Si considerano le onde di propagazione idrodinamica in una corrente liquida in pressione, entro tubi elastici, mettendo in conto le variazioni di sezione o spessore che, nei casi di pratico interesse, tali tubi di norma presentano.

Attraverso una soluzione analitica espressa a mezzo delle funzioni cilindriche, si ricavano le caratteristiche della propagazione, che presenta profonde differenze rispetto alle soluzioni classiche. Messa in rilievo la complessità del fenomeno, per il quale le onde elastiche procedono lungo le condotte alterandosi in valore massimo e deformandosi, si indicano le basi per una soluzione approsimata di carattere pratico.

Si danno da ultimo le formule atte a individuare le frequenze di risonanza in una condotta di lunghezza finita, che pure presentano in pratica notevole interesse.

3. G. Nebbia – Sulla risoluzione di una equazione caratteristica delle correnti liquide.

Nello studio delle correnti liquide si incontra una equazione in x del tipo

$$x^{2n+1} - x^{2n} + \frac{1}{2n+1}\left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{2n} c^2 = 0$$

in cui è $n > 1$ e $0 \leq c \leq 1$.

Di questa equazione interessa, ai fini applicativi, conoscere l'espressione letterale della radice reale maggiore di $\frac{2n}{2n+1}$.

Preso in esame il problema anche più ampio $n > 0$, se ne studiano diverse soluzioni, e si confrontano allo scopo di delimitare i campi in cui ciascuna risulti di più conveniente uso.

4. M. LELLI – Sul trascinamento delle bolle d'aria nelle condotte in pressione.

Nel Laboratorio di Idraulica della R. Università di Pisa sono state compiute, nell'anno 1935, numerose esperienze sopra due condotte di ghisa in esercizio da anni, lunghe m. 10, aventi il diametro di 75 e 175 millimetri. Per condotte acclivi si è determinata la minima pendenza dell'asse della condotta necessaria affinchè una bolla si muova con portata nulla, cioè in acqua ferma. Per condotte declivi si è determinata, invece, per diversi valori della portata, la massima pendenza consentita perchè la bolla sia trascinata dalla corrente. Anzichè in funzione della portata, la pendenza limite può mettersi in funzione della perdita unitaria di carico piezometrico, così come è stato fatto, sulla base di sole considerazioni teoriche, da LUCIANO CONTI.

Si è constatato che le pendenze limiti del CONTI sono assai inferiori (con un errore medio del 90 %) a quelle sperimentali e che perciò esse impongono all'altimetria degli acquedotti in piano un vincolo sicuramente eccessivo, qualora ci si proponga il trasporto delle bolle con la corrente, sicuramente deficiente qualora ci si proponga di muoverle contro corrente.

5. C. RUGGIERO – Estensione del concetto di probabilità allo studio delle acque sotterranee.

Si esamina la possibilità ed utilità di estendere l'applicazione dell'analisi statistica alla idrologia sotterranea, con particolare riferimento alla oscillazione delle falde freatiche ed alla variazione di portata delle acque di sorgente.

Si fa una prima applicazione particolare allo studio della falda freatica della *Conca d'Oro* e alle portate caratteristiche di un importante gruppo di sorgenti della *Sicilia*.

6. G. SUPINO – Sulle azioni delle onde contro i moli.

L'A., riferite le recenti ricerche matematiche per valutare l'azione delle onde contro le opere di difesa del tipo verticale, indica una impostazione del problema di carattere diverso da quelle esposte.

7. G. B. UGOLINI – Interpretazione idraulica di un lemma di Levi-Civita.

Dopo aver ricordato come il LEVI-CIVITA, applicando opportunamente il lemma di GREEN alla funzione V^2, sia giunto al noto lemma introdut-

tivo alla ricerca del rapporto di contrazione, con semplici artifici si trasformano ed interpretano i risultati ottenuti, mostrando come essi possano rappresentare e dimostrare il teorema del flusso delle quantità di moto.

8. G. B. UGOLINI - I procedimenti statistici e la idrologia.

Premesse alcune considerazioni generali sulla applicazione alla idrologia dei procedimenti statistici, si dà conto come, partendo dal problema di BERNOULLI delle prove ripetute, sia possibile calcolare il limite a cui tende il gradiente della probabilità allorchè il numero delle estrazioni di ogni successione passa da un assegnato numero ad un suo multiplo, e con opportune premesse si ottiene direttamente, per integrazione, la ricercata equazione normale della probabilità, che per $p = q = 1/2$ riproduce la classica formula $y = Ce^{-h^2x^2}$, senza passare attraverso la formula di DE MOIVRE-STIRLING, mentre nel caso generale si ottiene una nota formula che ha dato fecondi risultati nelle ricerche di eventi idrologici.

EZIO DELLA MONICA, *direttore responsabile*

Cooperativa Tipografica Azzoguidi - Bologna II-1937-(XV)