UMI

Recensioni

* Helmut Hasse: Aufgabensammlung zur höheren Algebra
* Daoud S. Kasir: The Algebra of Omar Khayyam
* S. Saks: Théorie de L'Intégrale
* B. C. Archibald: Outline of the history of Mathematics (Ettore Bortolotti)
* Serge de Glasenapp: Tables de logarithmes
* K. Esteve e H. Mitault : Eléments de Géométrie plane, à l'usage des classes de 4ème et de 3ème de l'enseignement secondaire.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.5, p. 294–301.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_5_294_0>

RECENSIONI

HELMUT HASSE: *Aufgabensammlung zur höheren Algebra.*

È il volumetto n. 1082 della « Sammlung Göschen », e contiene una ordinata scelta di esercizî in stretta relazione coi due interessanti volumetti su l'Algebra superiore, che lo stesso Autore ha pubblicato in questa raccolta (nn. 931, 932) con vedute affatto moderne.

G. VERRIEST: *Évariste Galois; et la théorie des équations algébriques.* Louvain chez l'Auteur, 42 Rue du Canal.

Si tratta di un opuscoletto di 58 pagine, nel quale dopo un breve cenno della vita di GALOIS, si vuole dar notizia delle opere di Lui, a chi è supposto ignaro del meccanismo della risoluzione delle equazioni del secondo grado. Nel fatto l'A. indugia in cose semplicissime e note, nella lusinga che ciò basti a far intuire l'intima struttura di una teoria che è delle più elevate ed astratte.

Tratta anche della storia della risoluzione algebrica delle equazioni prima di GALOIS, condensando in una paginetta e mezzo, un considerevole numero di inesattezze: dice fra l'altro che ai tempi di CARDANO... « *la technique algébrique était à peu près inexistante...* », dice che CARDANO... « *dont le génie frisait la démence, éclairé par ces indications* (quelle avute dal TARTAGLIA), *perfectionna la méthode, traitant les imaginaires très habilement, mais avec aussi peu de scrupules qu'il en apportait dans les autres actes de sa vie scélérate...* ».

Ricordo che il CARDANO non trattò mai gli immaginari nè tanto meno si valse di una tale teoria per perfezionare *il metodo* (?) E, poichè vedo ancora una volta raccolte, confermate, divulgate le indegne accuse, contro la memoria di CARDANO, che più volte furono esaurientemente confutate con diretto riferimento a fonti di prima mano, ineccepibili e sicure, deferisco il caso alla *Commissione permanente « pour la rectification des erreures généralemen* *répandues* » fondata nel 1929 presso la « Académie internationale d'histoire des sciences », della quale è presidente il prof. GINO LORIA.

DAOUD S. KASIR: *The Algebra of Omar Khayyam.* (Teacher College, Columbia University, Contributions to Education, n. 385) New York City, 1931.

L'Algebra di OMAR IBN IBRAHIM AL-KHAYYAM (Nishapur, 1044–1123) ha particolare interesse storico per la costruzione, mediante intersezione di coniche, delle radici delle equazioni cubiche. Una prima menzione di quest'opera fu data nel 1742 da GERARD MEERMANN nel suo *Specimen Calculi fluxionalis*, come esistente in un manoscritto arabico presso la biblioteca di Leida. Il MONTUCLA nella sua famosa *Histoire des Mathématiques* (« Nouvelle édition », vol. I, p. 383) cita, riportandosi al MEERMANN, quell'opera come: *Algèbre des équations cubiques.* Il SÉDILLOT, ritrovava nel Manoscritto n. 1104 (Anciens fonds) della Bibliothèque royale di Parigi un frammento di quell'opera, e, nel 1834 ne pubblicava un commento annunciando la scoperta, presso gli arabi, della risoluzione della equazione cubica. Il vero suo significato storico, nei riguardi della risoluzione delle equazioni cubiche, fu dato dal LIBRI nel 1838 a p. 300-301 del vol. I della sua *Histoire des sciences mathématiques en Italie*, in base all'esame di un'altro manoscritto della stessa biblioteca (n. 1136) che contiene l'opera tutt'intera. Finalmente nel 1851 appariva in Parigi la traduzione, dal manoscritto di Leida, fatta dal WOEPCKE, col titolo: *L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmmi.*

La presente traduzione è stata fatta da un manoscritto arabo, (che DAVID EUGENE SMITH ha comperato in Lahore da un mercante persiano) sostanzialmente identico a quello di Leida.

Nei primi due Capitoli vien data notizia dei manoscritti esistenti dell'opera di OMAR, e delle traduzioni, dei commenti. Nel III si tratta dello sviluppo dell'algebra prima di OMAR; nel IV, del metodo seguito da OMAR, e del contributo dell'opera di lui allo sviluppo della matematica. Segue poscia la traduzione letterale in inglese, accompagnata da note storiche, bibliografiche e dalla interpretazione, in linguaggio moderno ed in simboli algebrici, del testo arabo.

L'edizione, nitida, accurata fa onore al « Bureau of publications del Teachers College della Columbia University », ed è veramente pregevole, per valore intrinseco, e per il fatto che la traduzione del WOEPCKE è diventata una rarità bibliografica, difficilmente accessibile agli studiosi.

S. Saks: *Théorie de l'Intégrale.* Varsavia, 1933.

Questo volume (290 pagine) è il secondo della « Collezione di monografie matematiche », pubblicate da una eletta schiera di matematici polacchi, ispirati dall'insegnamento e dall'opera di quei maestri, ed in particolare del Sierpinski.

Soggetto dell'opera è la teoria lesbeguiana dell'integrale; le funzioni quivi considerate non hanno per argomento un numero variabile, od un sistema variabile di n numeri, ma determinati insiemi di punti.

La prima parte del libro (Cap. I–V) espone le proprietà fondamentali dell'*integrale di Lebesgue*, cui fa seguito, a guisa di applicazione, la teoria dell'*area delle superfici*, secondo Tonelli (Cap. VI). La seconda parte tratta le generalizzazioni della nozione di integrale dovute a O. Perron ed a A. Denjoy (Cap. VII–X). Per evitare la introduzione dei numeri transfiniti, la teoria dell'*integrale di Denjoy* è stata fondata sulla definizione detta « *descrittiva* », di tale integrale. A complemento di queste teorie sono esposte, nel Cap. XI, le estensioni alle funzioni di più variabili reali date dai teoremi di Rademacher, W. Stepanoff, Haslam-Jones sulle condizioni di esistenza del differenziale approssimato e del differenziale totale, e le più recenti condizioni di olomorfia per funzioni analitiche di più variabili.

Il libro termina con una *Appendice* che tratta la teoria dell'*integrale di Lebesgue* negli *spazi astratti*, e con una nota di M. S. Banach, sulla *teoria della misura* di A. Haar.

R. C. Archibald: *Outline of the history of Mathematics.* (« The Mathematical Association of America », Inc. Oberlin Ohio, 1934, price 50 cent.).

Questo eccellente libretto vede ora la sua seconda edizione, dopo appena un anno dalla prima, pubblicata dalla « Society for the promotion of engineering education ». L'Autore che è uno dei più noti cultori di storia e di bibliografia della storia della matematica, ha saputo raccogliere in meno di 60 paginette una veduta generale dello svolgimento della matematica dai primissimi tempi ai giorni nostri.

Auguro all'Autore una altrettanto pronta terza edizione dell'opera, ed in vista di ciò, mi permetto di suggerire fin d'ora qualche lieve modificazione, e qualche opportuna aggiunta.

Anzitutto, per quel che riguarda la matematica preistorica dei babilonesi e degli egizi, vorrei un poco di cautela nell'accettare giudizi che hanno del fantastico. La risoluzione algebrica delle equazioni di terzo grado, che i babilonesi avrebbero fatto quaranta secoli or sono, non è cosa da prendere per provata senza sicuri fondamenti; credo di aver dimostrato, in una comunicazione all'Accademia di Bologna dello scorzo Marzo, che tali fondamenti sono lungi dall'essere accertati. E così dicasi di altre scoperte che vedo annunciate in un recente libro del NEUGEBAUER: dotto, instancabile ricercatore delle antichità babilonesi; ma, a quel che pare, facile a lasciarsi trascinare dall'entusiasmo.

Spero poi che una mia Memoria sui *Cartelli di matematica disfida* pubblicata lo scorso anno, avrà messo nel suo vero aspetto la querela fra il CARDANO ed il TARTAGLIA, e che nella prossima edizione non si leggerà più, nè che il TARTAGLIA seppe trovare soluzione alla equazione $x^3 + ax^2 = b$, nè che nei contrasti col CARDANO egli riescì completamente trionfatore. E spero invece di leggere qualche linea che ricordi *l'introduzione nel calcolo degli immaginari,* fatta dal BOMBELLI; la *scoperta delle frazioni continue,* e *l'uso delle serie infinite* del CATALDI, ed infine qualche cenno dei notevolissimi progressi nel calcolo integrale dovuti al TORRICELLI: con la scoperta di solidi infinitamente estesi ed aventi superficie o volume finiti, con l'applicazione del calcolo integrale al calcolo del centro di gravità delle figure geometriche, con la introduzione del concetto di integrale indefinito, e la scoperta del teorema di inversione da lui fatta con generalità di vedute pari a quella più tardi seguita dal BARROW, e con metodo di trattazione prossimo a quello che fu di poi seguito dal LEIBNIZ; infine colla rettificazione di archi di curva, da lui prima di ogni altri effettuata per mezzo del calcolo integrale.

ETTORE BORTOLOTTI

F. ENRIQUES-O. CHISINI: *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche,* t. IV (Bologna, Zanichelli, 1934), pp. VIII+274, rileg. L. 60.

Questo volume — da tempo atteso — chiude degnamente il fondamentale Trattato di F. ENRIQUES ed O. CHISINI, svolgendo i principî della *teoria trascendente delle curve algebriche.* Detto Trattato (che notoriamente comprende un'ampia esposizione della teoria delle forme algebriche dal punto di vista proiettivo, in un collo studio secondo varî indirizzi delle funzioni algebriche di una variabile), viene così ad offrire un quadro completo, assai suggestivo, di teorie geometriche importantissime e multiformi; teorie di cui sempre sono tenuti presenti e segnalati, i mutui addentellati e le origini storiche.

Il volume in questione ha il pregio di poter anche stare a sè, bastando — per poterlo leggere con profitto — poche nozioni generali sulle funzioni analitiche e sulle superficie di RIEMANN. Esso espone teorie classiche, ormai assestate, onde non vi si debbono ricercare novità sostanziali di risultati; ma la materia vi è elaborata in modo personale, e questo è forse il primo libro in cui contemporaneamente si trovino trattate, con modernità di vedute, le *funzioni ellittiche*, gli *integrali abeliani*, le *funzioni theta* e le *abeliane*. Aggiungasi che un altro suo pregio è quello di contenere molto in poche pagine, ciò che è ottenuto col premettere ad ogni ricerca generale lo studio minuzioso di qualche caso particolare, sorvolando poi sui dettagli nel caso generale; nonostante la mole modesta del volume, questo perviene così a quasi tutti i risultati più importanti relativi ai suddetti argomenti, e costituisce un'utile introduzione allo studio dei più ampi Trattati che ad essi sono stati dedicati. La lettura del libro, attraente per l'acume e l'eleganza delle concezioni che lo informano, è facilitata da accorgimenti didattici e da uno stile fluido e scorrevole.

Il Capitolo I, dopo aver richiamate alcune nozioni preliminari sulle funzioni analitiche, definisce, classifica e costruisce gl'*integrali ellittici* appartenenti ad una cubica, o — più generalmente — ad una curva piana ellittica d'ordine qualunque, ed assègna le relative *forme normali*. Vi son poscia due diverse dimostrazioni del *teorema d'inversione per l'integrale ellittico di 1ª specie*, ed una nitida trattazione dei punti salienti della *teoria delle funzioni doppiamente periodiche*, nell'indirizzo di WEIERSTRASS. Seguono le *espressioni delle funzioni razionali mediante integrali ellittici* di 2ª e di 3ª specie, ed il *teorema di* ABEL per le curve ellittiche, unitamente al *teorema d'addizione* delle funzioni ellittiche. Vi è infine lo studio per via trascendente delle *trasformazioni delle curve ellittiche*, a cui si collega un'interessante *definizione geometrica dell'integrale ellittico di 1ª specie,* dovuta al CHISINI.

Si può dire brevemente che il Capitolo II non fa che estendere gli sviluppi precedenti alle curve (irriducibili) di genere p arbitrario, ponendo i fondamenti della *teoria generale degli integrali abeliani* secondo RIEMANN, fino ai classici *teoremi di* RIEMANN-ROCH e *di* ABEL. Da tale teoria solo si discosta il suggestivo procedimento del CHISINI indicato alla fine, secondo cui — dalla teoria geometrica delle *trasformazioni di 1ª specie fra gruppi di* p *punti*, che risale al CASTELNUOVO — si giunge alla *definizione geometrica* *degli integrali abeliani di 1ª specie*, nonchè ai *teoremi d'inversione e di* ABEL.

L'ultimo Capitolo, il III, premessa un'agile e chiara esposizione delle proprietà essenziali delle *funzioni theta* ad un numero p qualsiasi di argomenti, dà la risoluzione effettiva del *problema generale d'inversione*, ossia determina i gruppi di p punti di una curva di genere p, date che siano le p somme dei valori che ciascuno dei p integrali abeliani di 1ª specie assume nei loro p punti: e precisamente, qui trovasi scritta — coll'uso delle funzioni theta — l'equazione dell'iperpiano che tocca la curva di S_{2p} imagine proiettiva di una g_{3p}^{2p} generica, in p suoi punti relativamente ai quali siano assegnate le p somme suddette. Come applicazione, vi è la soluzione trascendente — data dal CLEBSCH — del *problema di bisezione* delle serie lineari generali e della serie canonica. Seguono alcune proprietà delle *funzioni abeliane* più generali e delle corrispondenti *varietà abeliane* e *di* JACOBI, e l'elegante dimostrazione — dovuta allo SCORZA — del *teorema di* PICARD-POINCARÉ sugli *integrali abeliani riducibili*. Termina il volume un cenno sulle *superficie iperellittiche*, ed un interessante per quanto rapido studio della *superficie di* KUMMER: questa è introdotta come *superficie singolare di un complesso quadratico di rette*, e ne son assegnate l'*equazione* algebrica e la *rappresentazione parametrica* colle funzioni iperellittiche.

Il libro è corredato da un *indice analitico*, e da *indicazioni storiche e bibliografiche* pregevoli, per quanto non complete. Osserviamo p. es. a questo riguardo che non sono citati i lavori del CIANI sulla superficie di KUMMER, e che non vi è cenno alcuno delle importanti ricerche del SEVERI relative ai sistemi regolari d'integrali abeliani riducibili; ora il nome di quest'ultimo A. andava almeno fatto (insieme a quelli del ROSATI e dello SCORZA), come di chi per il primo ha dimostrato il partito che dalle rappresentazioni iperspaziali si può trarre, nello studio degli integrali riducibili.

BENIAMINO SEGRE

SERGE DE GLASENAPP: *Tables de logarithmes*. (Préface de M. H. DESLANDRES). Paris, Gauthier-Villars, 1934, p. 126, in 8°, 9×13, senza indicazione di prezzo.

Contiene le tavole dei logaritmi naturali da 100 a 999 (6 pag.), degli antilogaritmi dei numeri da 0 a 0,999 (8 pag.), dei quadrati da 1 a 100, dei logaritmi delle funzioni trigonometriche (91 pag.), dei valori naturali di queste funzioni (9 pag.); più, in due facciate, un breve prontuario delle più comuni costanti e formole trigonometriche. Logaritmi e antilogaritmi sono forniti con 4 cifre; per le funzioni trigonometriche i logaritmi sono dati per i *primi* interi, i valori naturali per le decine intere di *primi* e con 3 cifre decimali.

Il manualetto ha ottime qualità d'indole pratica per quanto riguarda il formato, la carta e la nitidezza dei caratteri; la disposizione delle tavole ci pare invece molto discutibile: ogni pagina dei logaritmi di numeri contiene 150 numeri; ogni pagina degli antilogaritmi ne contiene 125; disposti in ogni caso in colonna secondo l'ultima cifra: ma le pagine che in tal modo contengono i numeri di ciascuna decina si volgono il dorso, anzichè essere confrontanti. Manca inoltre ogni indicazione di differenze tabulari, mentre l'approssimazione adottata ammette l'interpolazione lineare (che altrimenti le tavole non avrebbero d'altronde maggior portata di un normale regolo). Tale interpolazione non è consentita solo nella prima pagina dei logaritmi delle funzioni trigonometriche, ma non ne è fatta avvertenza. Infine un rilievo abbastanza curioso è da fare circa la tavola dei valori naturali delle funzioni trigonometriche, in quanto tali valori vi sono assegnati con 3 cifre, indipendentemente dal posto decimale di queste: quindi con determinato errore relativo, ma non assoluto: ciò porta una inomogeneità dei detti numeri rispetto alla somma che rende incerti i risultati proprio di quelle operazioni dove l'uso dei valori naturali si può preferire a quello dei logaritmi! Si potrebbe giustificare tali particolarità costruttive pensando che il concetto informatore della raccolta sia piuttosto quello della *equivalenza* fra le varie tavole che non quello del *miglior impiego* deferito all'intelligenza dell'operatore.

B. Levi

R. Esteve e H. Mitault: ***Eléments de Géométrie plane, à l'usage des classes de 4ème et de 3ème de l'enseignement secondaire.*** T. I, ***La droite et le cercle***; T. II, ***La similitude et les aires.*** Pagg. VI–144 e VI–104. Paris, Gauthier-Villars, 1934.

Questi volumetti, destinati a classi corrispondenti alle nostre quarte e quinte ginnasiali, danno della geometria un primo insegnamento che, secondo i programmi francesi, viene poi ripreso e completato nella classe corrispondente alla prima liceale. L'andamento del libro si stacca molto da quello dei classici trattati francesi non meno che dei nostri; vi si nota un costante intreccio della intuizione e del ragionamento, una esposizione che assume spesso l'aspetto della conversazione, una leggerezza di tocco negli accenni a certe difficoltà concettuali che, se destano l'interesse nella scolaresca e scemano l'aridità in un primo studio, si scostano però da quel rigore logico di cui la Geometria deve pur sempre essere maestra. Ai docenti delle nostre scuole medie la lettura del libro non riuscirà però inutile; non perchè essa possa suggerire un allontanamento da quelle vie da noi giustamente divenute classiche, ma perchè vi si potranno trovare originali raffronti e non poche osservazioni espresse in forma nuova ed interessante.

(*u*)