Bollettino Unione Matematica Italiana

UMI

Recensioni

* E. Lindelöf: Einführung in die höhere Analysis zum Selbststudium und für Studierende der ersten Semester
* G. Colonnetti: La statica delle costruzioni
* H. Seifert-W. Threlfall: Lehrbuch der Topologie
* E. Steinitz-H. Rademacher: Vorlesungen über die Theorie der Polyeder
* I. B. Tourriol: Optique géométrique
* G. Scheffers: Come si traccia la rete dei meridiani e paralleli nelle carte celesti e terrestri?

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.4, p. 243–253.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_4_243_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1934.

RECENSIONI

E. LINDELÖF: *Einführung in die höhere Analysis zum Selbststudium und für Studierende der ersten Semester, nach der ersten schwedischen und zweiten finnischen Auflage deutsch herausgegeben von* E. ULLRICH. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934, pagine IX-526, 8°.

Questo trattato, che riproduce il corso tenuto dall'illustre professore dell'Università di Helsingfors per gli studenti del primo anno, fu pubblicato sino dal 1912 in svedese e in finlandese, e una seconda edizione finlandese ne è uscita nel 1926; ma esso diviene solo ora accessibile ad una più larga cerchia di studiosi mediante la presente traduzione tedesca. È quasi inutile dire che il libro non contiene — nè potrebbe contenere — nulla di sostanzialmente nuovo; originali sono invece la distribuzione della materia e il metodo di esposizione, ed è ciò che ci induce a parlarne con qualche larghezza.

Nel Cap. I *(Le funzioni elementari)*, stabilito il concetto generale di funzione, si danno esempi di funzioni rappresentate da espressioni analitiche come $\sqrt[3]{x+1}$, 10^n, considerando tacitamente come noto il significato di queste espressioni e, in generale, quello di numero irrazionale; le funzioni di una o di due variabili vengono rappresentate mediante curve o superficie, colla sola riserva della continuità, di cui si rimanda a più tardi la definizione; si ricavano le equazioni della retta e del cerchio, e se ne fa applicazione alla risoluzione grafica delle equazioni del 3° e 4° grado. Segue l'interpolazione lineare, che si fonda sul teorema: « Una funzione continua non può cambiar segno senza passare per lo zero »; questo teorema, applicato più volte anche in seguito, viene per ora enunciato senza dimostrazione. Dopo un paragrafo sulla ricerca dei massimi e minimi per via elementare, si arriva alla definizione di continuità, e si enunciano i teoremi della esistenza dei valori massimo e minimo d'una funzione continua e della continuità uniforme. Vengono poi le proprietà fondamentali delle funzioni continue, che si applicano alla dimostrazione della continuità delle funzioni elementari; la formola d'interpolazione di LAGRANGE, lo sviluppo delle potenze d'un binomio e gli elementi del calcolo combinatorio; funzioni esponenziali, funzioni ciclometriche, logaritmi; e qui l'A. sente la necessità di qualche cenno preventivo sui numeri irrazionali, che egli tratta secondo il metodo di DEDEKIND.

Il Cap. II *(Calcoli approssimati)* tratta diffusamente l'importante argomento dei calcoli con numeri approssimati, illustrando la teoria con numerosi esempi.

Il Cap. III *(Frazioni continue)* è dedicato alle frazioni continue limitate e illimitate.

Il concetto di limite, già apparso precedentemente più volte, viene precisato nel Cap. IV *(Limiti)*; si stabiliscono i teoremi fondamentali relativi ai limiti delle funzioni e delle successioni, e se ne fa l'applicazione alla teoria della serie.

Il Cap. V *(Derivate)* contiene gli elementi del calcolo differenziale: definizione di derivata, derivazione delle funzioni elementari, teoremi sulle derivate, interpretazione geometrica e meccanica, derivate d'ordine superiore, teoremi di ROLLE e del valor medio e conseguenze, massimi e minimi; quest'ultima teoria si arresta naturalmente al caso in cui la derivata seconda è nulla, mancando il sussidio della formola di TAYLOR, di cui il presente volume non fa cenno. È notevole il paragrafo che insegna l'uso del linguaggio e del metodo degli infinitesimi, e il modo di ridurre a forma rigorosa le dimostrazioni intuitive fondate sui concetti infinitesimali.

Nel Cap. VI *(Lunghezza, area e volume)*, definita la lunghezza d'una curva continua come il limite (quando esiste ed è unico) della lunghezza d'una spezzata iscritta, si mostra come, sotto determinate condizioni, si possano costruire due spezzate, l'una circoscritta e l'altra iscritta all'arco considerato, le cui lunghezze differiscano tanto poco quanto si vuole, e se ne fa l'applicazione al calcolo di π coll'approssimazione di $\frac{1}{2.10^6}$. Si svolge poi la teoria della misura delle aree poligonali, e di qui si passa in modo noto a quella delle aree di forma qualunque; come esempio si calcola l'area della parabola e quella dell'iperbola equilatera. In modo analogo si tratta il calcolo dei volumi; si determina in particolare il volume del cilindro, del cono, della sfera e del paraboloide ellittico.

Il Cap. VII *(Integrali e loro applicazioni)* comprende gli elementi del calcolo integrale: integrale indefinito, integrali delle funzioni elementari, integrazione per sostituzione e per parti, integrazione delle funzioni razionali (limitatamente al caso in cui le radici del denominatore della funzione integranda sono tutte reali e a qualche caso semplice di radici complesse), esempi di integrazione di funzioni irrazionali e trascendenti e di alcune semplicissime equazioni differenziali. Si passa poi all'integrale definito, si dimostrano le sue proprietà fondamentali, e si stabilisce la sua relazione coll'integrale indefinito. Poche parole sono dedicate agli integrali impropri. Infine si applica l'integrazione al calcolo di archi ed aree e di volumi di corpi rotondi, e si danno le formole più usuali di quadratura approssimata.

Esposti così, e corredati largamente di esempi, gli elementi dell'Analisi nella misura propostasi dall'A., egli aggiunge due capitoli di carattere complementare dedicati, l'uno ai numeri reali, l'altro ai numeri complessi.

Il Cap. VIII *(Il campo numerico reale)* ha per iscopo di colmare le lacune lasciate nell'esposizione precedente, sviluppando anzitutto, sulle tracce di DEDEKIND e di J. TANNERY, una teoria rigorosa dei numeri irrazionali, e dimostrando poi, in base a questa teoria, alcuni importanti teoremi, di cui si era dato innanzi il solo enunciato: esistenza del limite di una successione monotona; proprietà delle funzioni continue di ammettere un massimo e un minimo e di prendere ogni valore intermedio; continuità uniforme.

Il Cap. IX *(Il campo numerico complesso)* contiene la teoria dei numeri complessi e la dimostrazione del teorema fondamentale dell'Algebra.

Seguono tre appendici dedicate alla risoluzione dei sistemi di due o di tre equazioni lineari e alle proprietà dei determinanti di 2° e di 3° ordine, con applicazione al calcolo di aree e volumi.

Scorsa questa, forse troppo ampia, relazione, chi legge si chiederà: Perchè l'Autore ha scelto un ordinamento della materia diverso da quello comunemente seguito e suggerito dalla logica? Perchè non ha messo il capitolo ottavo innanzi al primo?

La risposta a queste domande si trova nella Prefazione. L'Autore ritiene che occorra stabilire un passaggio continuo, un ponte, tra la Scuola media e l'Università; che sia dannoso obbligare di primo acchito il giovane studente ad apprendere definizioni e teoremi di carattere generale e astratto, di cui non può vedere un'immediata applicazione, e che quindi poco potranno interessarlo; che convenga invece seguire un cammino opposto: servirsi da principio degli irrazionali come di cosa nota allo studente senza bisogno di ulteriori spiegazioni; introdurre, man mano che occorrono, certi teoremi di Analisi, accettandoli per veri senza dimostrazione (per la quale mancherebbero le necessarie basi); e soltanto alla fine esporre una teoria rigorosa dei numeri reali, della quale il giovane sarà allora meglio in grado di apprezzare l'importanza.

Dell'opportunità di un simile ordinamento non ci è dato giudicare, ignari come siamo dei metodi che informano l'insegnamento matematico nelle Scuole medie della Finlandia; ci vietano anzi di dubitarne, per quanto si riferisce a quelle scuole, l'alto valore scientifico e la lunga esperienza dell'Autore. Da noi, il giovane che esce dal Liceo ha imparato (o avrebbe almeno dovuto imparare) come si stabilisca in modo rigoroso il concetto di numero reale, e come se ne faccia l'applicazione corretta alla teoria della misura di lunghezze, aree e volumi; nulla vieta quindi che nell'Università si inizii senz'altro l'insegnamento dell'Analisi riprendendo, in forma più ampia, la teoria degli irrazionali, dopo di che tutto il resto può essere svolto nel suo ordine logico. Ciò non toglie che il presente volume possa essere letto con interesse e con vantaggio dai nostri giovani, e per l'esposizione chiara e piacevole, e per il gran numero di esempi svolti e di questioni proposte. E il fatto che si sia giudicato opportuno pubblicarne un'edizione tedesca, sebbene le condizioni delle Scuole medie della Germania siano, per quanto sappiamo, analoghe alla nostre, prova che anche colà, dove pure abbondano i trattati d'Analisi, si è ritenuto utile offrire agli studenti un libro, che espone teorie, per altra via a loro note, in modo originale e diverso dal comune.

G. Vivanti

G. Colonnetti: *La statica delle costruzioni.* (Vol. II, Parte II, Torino, U. T. E. T., 1934).

Della prima parte di questa opera ho già riferito in questo « Bollettino » (1). La seconda parte, di cui voglio dare un breve cenno, si occupa di applicazioni ad esempi concreti, scelti naturalmente tra i casi che più interessano l'ingegnere, e che presentano qualche lato suggestivo o particolarmente notevole. Il metodo di cui si fa uso è quello dei diagrammi di Williot: note le tensioni delle singole aste in una travatura reticolare, e quindi i loro allungamenti, si studiano con tale metodo gli spostamenti dei nodi della travatura: e da questi si traggono inmediatamente quelle linee di influenza, la cui considerazione è di importanza fondamentale nella scienza delle costruzioni.

(1) T. XI, pag. 107, 1932.

Si comincia naturalmente dalle travature staticamente determinate, con particolare riguardo al caso in cui (non essendo note *a priori* la posizione di un nodo e la direzione di un' asta che ne esce) si deve ricorrere al metodo di *falsa posizione* (che *falsamente* suppone un nodo A prescelto a caso come fisso, e un' asta AB uscente da A di direzione invariata) per determinare poi gli spostamenti effettivi (aggiungendo agli spostamenti ottenuti quelli dovuti ad un movimento rigido opportuno). E sono date notevoli avvertenze per la scelta di tale nodo A e di tale asta AB, affinchè gli inevitabili errori dovuti al disegno risultino i minori possibili.

I sistemi una sola volta iperstatici sono ricondotti ai sistemi staticamente determinati col taglio di un' asta o con la soppressione di un vincolo semplice, e completando poi lo studio ricorrendo al secondo teorema di reciprocità. Per le linee di influenza degli sforzi in un' asta basta studiare per questa via la sola asta sovrabbondante, scelta in modo opportuno, e studiare le altre aste con le relazioni della statica (e altrettanto dicasi nel caso di un vincolo sovrabbondante). Notevole il confronto tra il metodo seguito dall' A., e il metodo dedotto dalla teoria dei pesi elastici delle singole aste applicati ai poli corrispondenti. E numerosi esempi illustrano il procedimento.

Lo studio dei sistemi doppiamente iperstatici si può in modo simile (sopprimendo cioè o un vincolo semplice, od un' asta) ricondurre a quello dei sistemi semplicemente iperstatici. Però, a pag. 494 e seg., si introduce un procedimento elementare ed elegante che permette una grande semplificazione nel problema di tracciare le linee di influenza delle due incognite iperstatiche (reazioni di vincolo o tensioni di un' asta); il metodo, che consiste nel sostituire a tali incognite opportune loro combinazioni lineari, riesce veramente suggestivo.

Dopo numerosi esempi, l' A. passa ai sistemi triplamente iperstatici, studiando dapprima l' arco incastrato alle estremità: come riesce spontaneo il considerare un momento e una forza applicata al baricentro elastico, invece di studiare direttamente la reazione di un incastro, o le forze sviluppate nelle tre aste terminali dell' arco (che equivalgono appunto ad un tale incastro)!

Il libro si chiude con l' esposizione dei metodi da seguire per i sistemi molte volte iperstatici e viene illustrato con lo studio di una travatura con tre incastri.

Riassumendo, questa seconda parte consiste nello studio generale delle travature reticolari, che viene compiuto coi mezzi più elementari e più suggestivi. La estrema chiarezza dell' esposizione i numerosi esempi illustrativi rendono la lettura facile e piacevole.

Mi sia permesso l'augurio che l'A. voglia completare l'opera, aggiungendo la trattazione della teoria delle travi a parete piena e non dimenticando la teoria delle travi caricate di punta [1] e l'equazione dei tre momenti per una trave continua.

G. Fubini

H. Seifert–W. Threlfall: *Lehrbuch der Topologie*; (Leipzig u. Berlin, Teubner, 1934), pp. VII+353, 132 fig., rileg. RM. 20.

Al rapido sviluppo della topologia e delle sue applicazioni a rami diversissimi di matematica, fa riscontro l'apparizione in questi ultimi anni di varie pubblicazioni concernenti i suoi fondamenti: fra queste l'opera in esame merita di venir particolarmente segnalata, per la sua aderenza al contenuto geometrico delle questioni trattate, nonchè per peculiari doti di sobrietà, limpidezza, rigore, e per la cura che gli A.A. vi hanno posto fin nei più minuti particolari. La veste tipografica è eccellente, e le figure molteplici di cui il volume è dotato, hanno un'utilità innegabile.

Quasi tutti i capitoli sono preceduti da brevi *cenni riassuntivi*, e sono in certa misura leggibili l'uno indipendentemente dagli altri, e corredati da *esempi* ed *esercizi*; di più, le dimostrazioni son fatte sovente *per gradi*, in modo da meglio farne risaltare l'idea direttiva. Alla fine del volume trovansi: un *elenco bibliografico* quasi tutto concernente lavori recenti, un *indice alfabetico* minuziosissimo, ed una pregevole raccolta di 52 *osservazioni* (collegate al testo mediante appositi rinvii) contenenti indicazioni bibliografiche e cenni di ulteriori interessanti sviluppi.

Dal complesso del libro, oltre che i risultati più importanti, balzano fuori nitidamente i concetti ed i procedimenti della *topologia combinatoria*, che qui è trattata con metodo misto, ossia facendo uso in modo essenziale della continuità. Ad alcuni argomenti notevoli ed ad altri indirizzi della topologia, che qui non hanno potuto trovar posto per ragioni di spazio, gli AA. dedicheranno forse un secondo volume.

Il primo dei 12 capitoli in cui l'opera si divide ha carattere introduttorio, ed imposta sotto forma intuitiva – poggiando su esempi appropriati – i *concetti* ed i *problemi* fondamentali della topologia. Nel secondo capitolo trovasi dapprima la nozione di *spazio topologico* (Umgebungsraum), acquisita attraverso a quella di

[1] Sul problema delle travi caricate di punta e su altri problemi affini il prof. Colonnetti sta attualmente preparando un nuovo volume che si spera possa veder la luce nel prossimo inverno. *(N. d. R.)*

intorno, e varie proprietà importanti degli *insiemi di punti* negli *spazi numerici* e dei *simplessi*; finchè si giunge all'idea basiliare del *complesso*, che qui non è concepito in modo meramente combinatorio, sibbene come uno spazio topologico componibile opportunamente mediante simplessi. Vengon quindi stabilite le proprietà caratteristiche concernenti lo *schema* di un complesso, definiti gli attributi più usuali di cui questo può godere (complessi *finiti, puri, omogenei*), e chiarito ciò che s'intende per *suddivisione normale* di un complesso. Seguon da ultimo vari esempi importanti di complessi (*elemento n-dimensionale, n-sfera, stella di simplessi, prodotti topologici*).

Il cap. III, puramente combinatorio, perviene agilmente alla nozione di *gruppo di omologia* (ordinaria) di data dimensione, inerente ad uno spezzamento in simplessi di un complesso assegnato, ed alla sua determinazione mediante le *matrici d'incidenza*; di più, valendosi delle omologie mod. 2, introduce il *gruppo di connessione* e stabilisce la *formula di* EULERO *generalizzata*. L'indipendenza di tali concetti e risultati dal particolare spezzamento in simplessi del complesso considerato, in un col significato topologico che per essi ne consegue, sono ottenuti nel cap. IV nel modo seguente. Definiti i *simplessi* e le *catene singolari* su di un complesso, e quindi il *gruppo di omologia singolare* di questo, in guisa da implicarne l'invarianza topologica, si prova l'identità fra due gruppi di omologia (di ugual dimensione) ordinaria e singolare, attraverso ad un procedimento di *approssimazione mediante simplessi*, che poi si applica ripetutamente in questioni consimili.

Nel cap. V, introdotto il *gruppo di omologia di un complesso in un punto*, lo si sfrutta per stabilire l'invarianza topologica di vari enti od attributi di un complesso, definiti dianzi per via combinatoria (*contorni, pseudovarietà, dimensione, orientabilità*, ecc.).

Il cap. VI è in gran parte indipendente da ciò che precede, e risolve il problema fondamentale della topologia a due dimensioni, in modo rapido, elegante e relativamente elementare, assegnando la *classificazione* e le *forme normali* dei vari tipi di *superficie chiuse*.

Per lo studio delle varietà a più dimensioni, le nozioni precedenti non sono sufficienti; ed a tal fine il cap. VII introduce il *gruppo fondamentale* (relativo ai cammini unidimensionali) di un complesso, in grande od in un punto, dal quale il gruppo di omologia di dimensione 1 può derivarsi col renderlo abeliano. In relazione a quello, i vari *complessi ricoprenti* (senza diramazione) un dato complesso — in particolare il così detto *ricoprimento universale* — sono studiati nel cap. VIII, insieme al relativo *gruppo di monodromia*.

Le gravi difficoltà del problema (non ancora risoluto per $n \geq 3$) della caratterizzazione mediante invarianti topologici dei vari tipi di varietà ad n dimensioni, sono poste in chiara luce dal cap. IX, ove trovansi alcune *applicazioni* degli sviluppi precedenti, insieme ad *esempi* notevoli (spazi lenticolari, spazi di POINCARÉ, diagrammi di HEEGAARD, ecc.), concernenti le *varietà a tre dimensioni.*

Il cap. X espone alcune proprietà generali delle *varietà ad n dimensioni* (queste ultime son qui definite mediante condizioni un po' meno restrittive dell'omogeneità); e principalmente, fondandosi sull'esistenza di *suddivisioni in celle fra loro duali*, ottiene la *legge di dualità di* POINCARÉ, nonchè la teoria dei *numeri delle intersezioni e degli allacciamenti.*

Il cap. XI tratta brevemente delle *rappresentazioni continue*, di cui — col BROUWER — definisce il *grado*, stabilendo pure la *formula di* HOPF sulle tracce, con varie applicazioni alle *rappresentazioni prive di punti fissi* di un complesso su se stesso.

L'ultimo capitolo è dedicato alle proposizioni della *teoria dei gruppi* e delle *matrici* di cui è fatto uso in ciò che precede, e perviene a render la lettura del libro in esame del tutto indipendente da quella di altri trattati.

BENIAMINO SEGRE

E. STEINITZ–H. RADEMACHER: *Vorlesungen über die Theorie der Polyeder.* (Berlin, Springer, 1934), pp. VIII + 351, 190 fig., rileg. RM. 28,80.

Questo trattato, curato amorevolmente e completato dal RADEMACHER sulla scorta di scritti quasi tutti inediti lasciati dallo STEINITZ (morto nel 1928), offre un assieme di proprietà dei *poliedri* di notevole interesse ed originalità; esso ha doti di chiarezza e di rigore, e non esige nel Lettore che pochissime nozioni elementari (ciò che però porta a qualche lungaggine). Ai vari esempi ed alle numerose nitide figure che lo illustrano, sarebbe stato bene aggiungere qualche quadro riassumente la *terminologia* introdotta ed i *risultati* ottenuti: invero a questi non sempre è dato il debito risalto tipografico, mentre quella nemmeno figura completamente nel breve indice analitico posto alla fine del volume.

Il libro si divide in tre parti, contenenti rispettivamente un'*esposizione storico-critica della teoria dei poliedri* considerati da un punto di vista topologico-elementare, le proprietà fondamentali dei *complessi poliedrici*, e vari sviluppi concernenti la *costruzione dei poliedri* appartenenti a certe classi notevoli.

Nella prima parte, che — sebbene meno originale delle altre — è la più densa di contenuto, premesse le ricerche di EULERO sui poliedri, si giunge alle principali nozioni di topologia a due dimensioni, seguendo la via storica. Rileviamo le *condizioni*

$$v \leq 2f - 4, \quad f \leq 2v - 4,$$

necessarie e sufficienti per l'esistenza di un poliedro convesso avente v vertici ed f facce; e l'esistenza di poliedri convessi aventi un *numero* $s \geq 6$ *arbitrario di spigoli, eccettuato solo il valore* $s = 7$. L'esame critico della *relazione di* EULERO

$$v + f = s + 2$$

(valida pei poliedri convessi), porta quindi in modo spontaneo all'*estensione della nozione di poliedro* ed ai primi concetti di *topologia* relativi alle superficie (uni- e bilateralità, orientazione ed orientabilità, ordine di connessione e caratteristica, ecc.). Seguono: l'acutissima dimostrazione di CAUCHY (che qui trovasi perfezionata in un punto) concernente l'*uguaglianza di due poliedri convessi isomorfi, aventi le facce omologhe uguali*; le ricerche di LEGENDRE sui *parametri* da cui dipendono i poliedri di una classe; infine alcuni sviluppi sulla *rappresentazione schematica* dei poliedri e sulla *costruzione* dei poliedri convessi.

La seconda parte ha carattere nettamente topologico-combinatorio. Partendo dalla nozione e dallo studio dei così detti *complessi ordinati* [ossia degli insiemi di elementi astratti nominati « vertici », « spigoli » e « facce », di due qualunque dei quali è fissato se sono o non sono « incidenti », coll'unica condizione che se una faccia è incidente ad uno spigolo e questo ad un vertice, la faccia dev'esser pure incidente al vertice], si perviene ai *complessi poliedrici*, col sottoporre i primi ad alcune restrizioni. Un complesso poliedrico non è necessariamente un « poliedro », non essendo p. es. escluso ch'esso possegga facce con due soli spigoli e due vertici; ma, qualora si supponga che ogni suo « angolo » sia univocamente determinato dai suoi due « spigoli », esso prende appunto il nome di *poliedro*. Talvolta poi vengon considerati « poliedri » i cui elementi sono soggetti ad altri vincoli, come p. es. a quello di dovere — insieme a due facce ambedue incidenti a due vertici — necessariamente contenere uno spigolo incidente a quei 4 elementi: un poliedro euleriano soddisfacente a quest'ultima condizione, è detto un *K-poliedro*. Sfruttando alcuni *processi combinatori* (giustificati da semplici considerazioni geometriche) mediante i quali da un complesso assegnato se ne può derivare un secondo, si perviene infine alle condizioni necessarie e sufficienti per l'*equivalenza topologica di due complessi poliedrici* (normali); e vengon pure assegnate condizioni sufficienti per l'*isomorfismo* di due poliedri.

L'argomento fondamentale della terza parte, concerne l'identità fra K-poliedri e poliedri convessi; più precisamente si ha che *è sempre possibile di realizzare geometricamente un qualunque K-poliedro assegnato, mediante un poliedro convesso*. Di tale importante teorema vengon date tre dimostrazioni differenti, sostanzialmente fondate su appropriati procedimenti di piccola variazione, oltre che sui risultati della parte precedente. La prima dimostrazione è solo di tipo esistenziale, e si vale di sviluppi analitici. Le altre due hanno per contro carattere geometrico-costruttivo: l'uno si svolge nell'ambito di una geometria basata soltanto sui postulati di HILBERT sull'appartenenza e sugli ordinamenti; l'altra invece sfrutta abilmente la geometria proiettiva. Segnaliamo da ultimo la possibilità che ne discende di *rappresentare parametricamente i poliedri convessi*, e di *deformare* con continuità l'uno nell'altro due qualunque poliedri convessi dello stesso tipo, conservandoli — durante la deformazione — convessi e di quel tipo.

BENIAMINO SEGRE

I. B. TOURRIOL: *Optique géométrique*, avec Préface de M. Ch. FABRY. (Paris, Gauthier-Villars, 1934, prix 35 fr.).

L'ottica geometrica comprende quel complesso di fenomeni luminosi che si possono spiegare senza alcuna ipotesi sulla natura della luce. La conoscenza di questa teoria è fondamentale per tutti coloro che, senza essere fisici di professione, devono costruire e adoperare strumenti ottici. Di solito queste persone non hanno una cultura matematica molto elevata, che del resto sarebbe superflua per la loro specializzata professione; e perciò hanno bisogno d'un libro in cui la teoria sia spiegata coi mezzi più elementari possibili, pur mantenendo il rigore necessario in simile materia. Ebbene il libro del TOURRIOL, che è stato scritto per gli studenti della Classe di Matematiche speciali, risponde appunto a cotesto scopo. In esso non si fa uso del Calcolo differenziale e integrale, ma soltanto della geometria sintetica e analitica, a seconda dei casi, e sempre con parsimonia, evitando cioè i calcoli superflui e troppo complicati.

L'A. inizia la trattazione con lo studio dettagliato dei fenomeni fondamentali: riflessione, rifrazione, stigmatismo; indi passa alla teoria degli specchi piani e sferici, dei sistemi diottrici e delle lenti; e tutto ciò in maniera che si può dire esauriente rispetto agli scopi del libro. Allo studio degli importanti fenomeni d'aberrazione è dedicato un intero capitolo.

Dopo questa solida preparazione il lettore si trova in grado di ben comprendere la teoria degli strumenti ottici contenuta nell'ultimo capitolo: microscopio, ultra-microscopio, cannochiale terrestre e astronomico, telescopi e obbiettivi fotografici.

Chiude il libro un'appendice sulla misura degli indici di rifrazione e della velocità della luce, e una enunciazione di parecchi problemi proposti come esercizio.

L'esposizione chiara e precisa rende la lettura di questo libro facile, piacevole e proficua. *p. b.*

G. Scheffers: *Come si traccia la rete dei meridiani e paralleli nelle carte celesti e terrestri?*, pp. 98 con 39 illustrazioni. Lipsia e Berlino, G. B. Teubner, 1934, M. 2,40.

Il lettore che intenda la lingua tedesca troverà in quest'opera un'ottima trattazione elementare del problema delle proiezioni, ove la teoria è sempre accompagnata dall'applicazione pratica: copiose notizie storiche illustrano lo svolgimento che il problema ha subito nei secoli; nitidissime le figure in cui molto opportunamente sono delineati anche i continenti, affinchè il lettore veda subito la deformazione che quella particolare proiezione produce nell'aspetto delle superficie rappresentate.

Il dilettante d'astronomia apprezzerà una nuova specie di proiezione polare escogitata dall'autore, la quale eliminerebbe due inconvenienti delle carte celesti girevoli conosciute sotto il nome di « Quali stelle vedo questa sera? », cioè l'orizzonte non circolare, e lo zenit eccentrico. *a. h.*