Recensioni

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.3, p. 179–188.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_3_179_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1934.

RECENSIONI

É. CARTAN: *Les espaces métriques fondés sur la notion d'aire.* Actualités Scientifiques et Industrielles, 72: Exposés de Géométrie, I; Paris, Hermann, 1933, pp. 47.

É. CARTAN: *Les espaces de Finsler.* Actualités,... 79: Exposés de Géométrie, II; Paris, Hermann, 1934, pp. 42.

P. DELENS: *La métrique angulaire des espaces de Finsler et la géométrie différentielle projective.* Actualités,... 80: Exposés de Géométrie, III; Paris, Hermann, 1934, pp. 39.

Questi tre fascicoli usciti recentemente, coi quali s'inizia la collezione degli « Exposés de Géométrie », diretta dallo stesso CARTAN, si volgono ad argomenti — fra loro strettamente collegati — in parte affatto nuovi, o almeno ben poco noti finora; e che appaiono di notevole interesse.

Per dare un'idea di questi nuovi campi di studio è forse opportuno fissarne prima l'inquadramente entro il multiforme complesso delle recenti teorie geometrico-differenziali.

Già il RIEMANN, nella sua classica Memoria, *Sulle ipotesi che stanno a fondamento della Geometria*, poi SOPHUS LIE, H. MINKOWSKI ed altri hanno preso in considerazione il caso di spazi curvi in cui la *metrica* sia definita, anzichè col mezzo di una forma quadratica differenziale, assegnando una espressione di natura più generale: una funzione $ds = L(x, dx)$ delle coordinate curvilinee x^i e dei loro differenziali dx^i, rispetto a questi positiva-omogenea del 1° grado, del resto qualunque. Le *geodetiche* risultano allora costituite dalle estremali del problema variazionale $\delta\int L(x, dx) = 0$, cioè, di un qualunque problema variazionale a una variabile.

Più recentemente questi « spazi metrici generali » sono stati studiati, in un caso particolare da G. LANDSBERG (1914), poi in generale, in modo ampio e sistematico, da P. FINSLER (1918): questi in particolare ha esteso a curve e superficie negli spazi metrici generali — i quali ora vengono spesso chiamati « spazi di FINSLER »

— molte nozioni e proprietà degli analoghi enti immersi negli spazi euclidei.

Dal 1925 in una serie di lavori assai interessanti L. BERWALD ha svolto un complesso di ricerche sugli spazi di FINSLER, basate su una estensione di quella nozione di parallelismo secondo LEVI-CIVITA, che ha tanto mirabilmente rischiarato il campo delle ricerche della geometria riemanniana. Il trasporto secondo BERWALD nello spazio di FINSLER è rappresentato da formule del tipo

$$d\xi^r + \Gamma^r_{st}(x, \delta x)\xi^s dx^t = 0 \tag{1}$$

le Γ^r_{st}, come la $L(x, \delta x)$ da cui esse sono ricavate (con derivazioni fino al quarto ordine), dipendono oltrechè dalle x^r anche da un argomento *direzionale*, cioè dalle δx^r, rispetto alle quali esse sono omogenee di grado zero. Si ha così il vantaggio di una formulazione analitica che ha grandi analogie con quella degli spazi a connessione lineare — Γ^r_{st} funzioni delle x^r soltanto — e ancor più con l'altro tipo di connessioni *non lineari* — Γ^r_{st} funzioni delle x^r e omogenee di grado zero delle ξ^r — studiate da H. FRIESECKE e dallo scrivente. D'altra parte, in tutte le formule viene a figurare, e non appare sempre chiaramente con quale ruolo, l'elemento δx^r, che BERWALD chiama l'« ausgezeichnete Linielement » : solo fissando questo si fissa il significato del trasporto e delle formule in genere.

In particolare un vettore può venir trasportato lungo lo stesso « ausgezeichnete Linielement » ; *allora e allora soltanto* il trasporto secondo BERWALD conserva lunghezze e angoli calcolati, s'intende, appunto rispetto a questo elemento [1]. Cosicchè se a base degli sviluppi si pone il trasporto secondo BERWALD, « si perde il carattere localmente euclideo che fa la semplicità e l'eleganza della geometria riemanniana » (II, p. 4).

Il CARTAN ha potuto conservare questo carattere, ma modificando in modo assai profondo e sostanziale la nozione di « connessione euclidea ». Ecco la veduta geniale che sta a base della teoria svolta dal CARTAN nel II « Exposé » per gli spazi di FINSLER e nel I per un altro tipo affatto nuovo di spazi, che insieme a quelli naturalmente si presentano a chi adotti tale punto di vista generale : considerare lo spazio *non come un luogo di punti, ma come una varietà d'elementi lineari*, punti cui sono associate *direzioni* uscenti da essi. Anzichè *direzioni* potremo pure associare ai punti

(1) Gli *angoli* secondo la definizione di FINSLER : giacchè vi sono più modi di definire gli angoli negli spazi metrici generali, e il CARTAN ha adottato invece una estensione della definizione proposta da LANDSBERG.

dello spazio delle *giaciture* (o $(n-1)$-direzioni, se lo spazio di punti è n-dimensionale) uscenti da essi: così si costituisce, per così dire, il supporto di quell'altro tipo di spazi metrici, che sarà *una varietà d'elementi piani*, o superficiali.

L'elemento lineare o piano uscente da un punto x — *elemento d'appoggio* pei vettori e tensori dati in x — dipenderà da n coordinate omogenee $u^i = x'^i$ od u_i, che in relazione alle trasformazioni sulle coordinate curvilinee dei punti dello spazio si dovranno comportare, nei due casi, come le componenti di un vettore *controvariante* o *covariante*, rispettivamente: ad ogni modo saranno da riguardarsi quali delle *variabili indipendenti*, come le x^i.

Da questo punto di vista è naturale intendere che una « connessione euclidea » per lo spazio sia *una legge di raccordo metrico fra spazi euclidei « tangenti » allo spazio curvo secondo due elementi di contatto* (punto e direzione, o giacitura) *infinitamente vicini*; cioè, fra due spazi euclidei che approssimino lo spazio curvo in vicinanza di quei due elementi. Analiticamente, la legge di trasporto di un vettore per una « connessione euclidea » nel senso ora accennato, sarà del tipo seguente:

$$d\xi^i + C^i_{kh}\xi^k du^h + \Gamma^i_{kh}\xi^k dx^h = 0 \tag{2}$$

o

$$d\xi^i + C_k^{\ ih}\xi^k du_h + \Gamma^i_{kh}\xi^k dx^h = 0 \tag{3}$$

nei due casi (le C^i_{kh} o $C_k^{\ ih}$ e Γ^i_{kh} intendendosi funzioni assegnate delle x^i ed u^i, od u_i). In particolare potranno annullarsi le du^i (o du_i), oppure le dx^i: nel primo caso si sposta *l'origine* del vettore, nel secondo, *attorno all'origine fissa ruota l'elemento d'appoggio* (il che generalmente fa variare lunghezza e direzione del vettore).

I due sistemi di parametri C^i_{kh} (o $C_k^{\ ih}$) e Γ^i_{kh} della connessione, perchè questa risulti *euclidea* in relazione a una metrica $g_{ij}(x, u)$ — cioè, perchè il corrispondente trasporto conservi lunghezze ed angoli — sono soggetti a certe condizioni (estensioni del noto lemma di Ricci). Il Cartan non studia però le « connessioni euclidee » del tipo (2) o (3) più generale: egli si vale di connessioni di questi due tipi *per costituire geometrizzazioni delle teorie invariantive di un integrale semplice od* (n — 1)*-uplo*. Riferendoci per semplicità al caso dello spazio a tre dimensioni: in relazione a un integrale doppio di superficie — che fornisce allo spazio *la nozione d'area di regioni superficiali* — il Cartan ricava (nel I Opuscolo), con costruzioni o condizioni geometriche, la metrica lineare e angolare, e poi *la connessione euclidea*, del tipo (3). Quest'ultima però solo per quelli che l'A. chiama « spazi non singolari » (I, p. 21) risulta completamente determinata. La condizione necessaria e sufficiente per l'equivalenza di due integrali di superficie — che diano luogo a problemi regolari di calcolo delle variazioni, e a spazi metrici *non singolari* — risulta semplicemente questa: che fra questi spazi esista una trasformazione puntuale che muti l'una nell'altra le rispettive metriche e le rispettive connessioni euclidee, subordinate ai corrispondenti integrali. Così la geometrizzazione voluta è raggiunta del tutto, ma limitatamente ai casi in cui si ottengono spazi non singolari: *la metrica e la connessione euclidea di questi contengono l'espressione di tutte le proprietà intrinseche dei corrispondenti integrali.*

Per gli spazi *singolari* la proprietà non sussiste; ciò si collega al fatto che un integrale multiplo può ammettere un gruppo *infinito* di trasformazioni puntuali, il che invece non può accadere per una connessione euclidea. E siccome neppure lo stesso fatto può presentarsi per gli integrali *semplici*, la teoria degli spazi di FINSLER, ma intesi al modo di CARTAN, con la *metrica lineare* che dipende da un assegnato integrale semplice di linea e una *connessione* euclidea del tipo (2) ad essa intrinsecamente collegata [1], fornirà in ogni caso una geometrizzazione completa delle proprietà intrinseche del corrispondente integrale. La costruzione della connessione è fatta con procedimento geometrico assai elegante (II, p. 10), il quale è suscettibile di una ulteriore semplificazione [2].

Ho cercato finora di dare un'idea dello spirito informativo dei due opuscoli del CARTAN, di piccola mole, ma assai densi di contenuto. Dovrei ora, appunto venire a precisare questo contenuto: non potrei farlo in breve, debbo quindi rinunziarvi. A quanto occasionalmente ho già accennato aggiungerò soltanto che la *teoria delle superficie* in uno spazio a tre dimensioni (e più in generale quella delle ipersuperficie in uno spazio ad n dimensioni) in entrambi i casi — di uno spazio cui è assegnata una metrica *areale* o una metrica *lineare* generali — nella esposizione del CARTAN raggiunge una pressochè perfetta analogia con quella delle superficie in ambiente riemanniano, od euclideo. Nel primo caso le superficie estremali sono proprio le superficie a curvatura media nulla. Pel secondo caso vengono pure analizzate le proprietà di

[1] i cui parametri vengono a dipendere dalle derivate della funzione $L(x, u)$ *fino al terz'ordine* soltanto, anzichè da quelle dei primi quattro ordini come accade per la connessione di BERWALD.

[2] Le cinque condizioni date a p. 10 si possono ridurre a tre indipendenti. Ho appreso questo dalla viva voce dell'A., che anche sugli spazi di FINSLER ho avuto il piacere di ascoltare nel recente Congresso di Mosca.

curvatura e di torsione dello spazio, e interpretati geometricamente i tensori che le esprimono.

Il III Opuscolo, dovuto al DELENS, riguarda ancora gli spazi di FINSLER, ma considerati da un punto di vista *strettamente locale*, nei riguardi della *metrica angolare attorno a un punto fissato*; le variabili (omogenee) essendo dunque le componenti u^i dell'elemento lineare d'appoggio.

Il DELENS espone e sviluppa ulteriormente delle ricerche da da lui condotte in collaborazione con J. DEVISME: nelle quali, fra l'altro, essi hanno introdotto, accanto alla forma angolare vera e propria (quadratica) Ψ_2 tutta una serie di forme differenziali; di cui le più semplici sono simmetriche e dei gradi 2, 3, 4,...: Ψ_2, Ψ_3, Ψ_4,.... Pensando le u^i come componenti di un vettore $\mathfrak{p}$ di uno spazio affine ausiliario $\mathfrak{A}$, tangente nel punto x considerato allo spazio di FINSLER, le proprietà angolari di questo possono interpretarsi in relazione con *l'indicatrice della metrica*, ipersuperficie tracciata nello spazio $\mathfrak{A}$. La forma angolare Ψ_2 è, a meno di un fattore scalare, *la forma asintotica* dell'indicatrice, cioè eguagliata a zero ne rappresenta le direzioni asintotiche; pel caso particolare, anche dal CARTAN preso in considerazione, degli spazi « a vettore **A** nullo » (III, p. 29; II, pp. 29-32), i quali rientrano pure fra gli spazi a metrica basata sulla nozione d'area (I, pp. 17-19), la forma cubica Ψ_3 è a meno dello stesso fattore *la forma cubica del* FUBINI per l'indicatrice. Si delineano dunque delle interessanti relazioni con la geometria proiettiva differenziale: le quali vengono anche ulteriormente precisate da DELENS, ma meriterebbero forse un esame più approfondito, che ne rivelasse l'intima ragione. Bisognerebbe forse conoscere le forme di DELENS e DEVISME sotto un aspetto meno formale.

L'A. tratta infine il problema — già considerato in vario modo da ST. GOLAB, da M. S. KNEBELMAN, da T. HOSOKAVA — della *rappresentazione conforme* di due spazi di FINSLER l'uno sull'altro, o in particolare di uno spazio di FINSLER su uno spazio euclideo.

ENEA BORTOLOTTI

W. SWIETOSLAWSKI: *Termochimie.* (Trad. N. THON; préface de G. URBAIN). Paris, Alcan, 1933, pagg. 379+XIX, Frs. 60.

È la traduzione di un trattato fondamentale del professore di Chimica-fisica della Scuola Politecnica di Varsavia. I titoli delle quattro parti in cui il volume è diviso: *Metodi di misura calorimetrici e termochimici. - Analisi dei dati numerici della termochimica. - Termochimica dei legami atomici. - Affinità chimica*, indicano chiaramente la completezza e l'estensione dell'opera. Prevalentemente di carattere sperimentale le prime due parti, informano completamente e con abbondanti riferimenti bibliografici, sui metodi di misura e sui risultati raggiunti: nelle altre due parti hanno più ampia applicazione le nozioni fondamentali della termodinamica e quindi il linguaggio matematico: il quale però è mantenuto nei limiti abituali ai chimici-fisici che non fanno professione di matematica e non richiede conoscenze più elevate di quelle elementari del calcolo infinitesimale.

A. MAGNAN e A. PLANIOL: *Sur l'excédent de puissance des oiseaux.* Paris, Hermann, 1933, pag. 25, Frs. 8. – *Sur l'excédent de puissance des insectes.* Id., pag. 26, Frs. 8.

V. A. KOSTITZIN: *Symbiose, Parasitisme et évolution (étude mathématique).* Paris Hermann, 1934, pag. 44, Frs. 15.

Sono i volumetti n.i 65, 66, 96 della nota Collezione di « Actualités scientifiques et industrielles » avviata da pochi anni dall'editore Hermann. I primi due riferiscono sul metodo e sui risultati sperimentali di una ricerca diretta a determinare il lavoro supplementare che un animale in volo (uccello o insetto) può fornire in più del proprio sostentamento in volo orizzontale: risultati pel momento totalmente bruti e insufficienti per illuminare il problema meccanico del volo animale. L'ultimo volumetto invece si ricollega alle note ricerche del LOTKA e del VOLTERRA sul problema matematico della coesistenza di più specie viventi in un determinato ambiente, e non si allontana dalla traduzione analitica di esso data da questi Autori: il lettore vi trova l'esplicita interpretazione delle note equazioni e dei loro coefficienti in alcuni casi concreti ed anche qualche interessante confronto con risultati statistici, senza che il volumetto voglia o possa (anche per la ristrettezza dello spazio) sostituire le opere fondamentali, come ad es. le *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie* del VOLTERRA. Una utile bibliografia, principalmente relativa agli ultimi anni, si trova alla fine del fascicolo.

L. LICHTENSTEIN: *Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten.* Berlin, Springer, 1933; pag. 175, in 8°, RM. 15,60.

Questo interessante volumetto, l'ultima pubblicazione dello Scienziato recentemente scomparso, espone nel loro insieme i risultati di ricerche svolte negli ultimi anni dall'A. e da alcuni suoi scolari (E. KÄHLER, V. GARTEN, K. MARUHN, E. HÖLDER) sull'argomento indicato dal titolo, colle necessarie premesse relative alla traduzione analitica del problema idrostatico e con pochi cenni storici e richiami relativi alle teorie di autori precedenti, da MACLAURIN e CLAIRAUT a CEBICEF, POINCARÉ, LIAPOUNOFF. Spetta a quest'ultimo di aver posto il problema sopra una nuova via, mediante l'uso delle equazioni integrali: in mancanza di questo mezzo potente, gli autori più antichi avevano dovuto supporre *a priori* una natura analitica per la soluzione cercata, e l'osservazione fisica aveva suggerito dapprima l'ellissoide di rotazione (MACLAURIN, CLAIRAUT): altre forme si aggiunsero in seguito e in particolare gli ellissoidi a tre assi di JACOBI. CEBICEF per primo suggerì di cercare le nuove soluzioni in prossimità di quelle già note, e il LIAPOUNOFF realizzò questo programma ricercando quelle che si ottengono per variazione dei suddetti ellissoidi di JACOBI. Il nostro A. sfrutta nel modo più ampio codesta idea direttrice. Partendo, secondo i casi, o dall'ipotesi — analoga ma più ampia di quella del LIAPOUNOFF — di già conoscere una serie lineare qualunque di figure d'equilibrio, ovvero dalla conoscenza di una soluzione particolare (velocità di rotazione nulla) ovvero dalla conoscenza di una soluzione approssimata, egli rappresenta, tanto nell'ipotesi del fluido omogeneo che non, la figura d'equilibrio cercata come una variazione di questa, e trova per la variazione incognita equazioni integrodifferenziali (non identiche ma analoghe nei varî casi) di cui egli mostra potersi le soluzioni determinare mediante approssimazioni successive. Naturalmente la massa rotante può comporsi di più parti non fra loro connesse, con che il problema viene a ricollegarsi con altri più generali di meccanica celeste (forme anulari, satelliti, stelle multiple) alla considerazione dei quali è rivolto principalmente l'ultimo capitolo.

H. BEHNKE e P. THULLEN: *Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen.* Berlin, Springer, 1934, pag. 115+VII, RM. 13,80.

Questo volumetto costituisce il fasc. 3° del vol. III della Collezione « Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete ». Gli AA., che all'argomento hanno portato negli anni recenti notevoli contributi personali, hanno voluto in esso coordinare sistematicamente la teoria, principalmente in rapporto allo svolgimento che essa ha avuto nell'ultimo decennio, dopo la pubblicazione della prima parte del 2° volume della *Funktionentheorie* dell'OSGOOD (avvenuta precisamente, in prima edizione, nel 1924). Si può dire infatti che il trattato dell'OSGOOD concluda il primo periodo delle ricerche sulle funzioni analitiche di più variabili, nel quale questa attrasse solo saltuariamente e isolatamente l'attenzione dei matematici, interessati maggiormente dalla costruzione di quel magnifico edificio che è la teoria delle funzioni di una variabile. Appartengono tuttavia a questo periodo alcune proposizizioni fondamentali come quelle di HARTOGS e di EUGENIO ELIA LEVI sulla natura delle varietà singolari e del contorno del dominio di esistenza che, ponendo in evidenza differenze essenziali e insospettate fra il comportamento delle funzioni di una e di più variabili, possono considerarsi come il fondamento da cui hanno preso le mosse le ricerche più recenti.

La presente esposizione richiama alla mente i resoconti parziali già pubblicati dal BEHNKE medesimo in alcuni articoli delle « Abhandlungen aus d. math. Seminar d. Hamburgischen Universität » e nel « Jahresbericht d. deutschen Math. Vereinigung » e quella magistrale dataci nel 1931 da F. SEVERI nei « Rendiconti del Seminario Matematico di Roma » : dai primi essa si distingue per la completezza e l'unità della trattazione: da quella del SEVERI per qualche differenza essenziale di temperamento per cui i due lavori, concepiti con intenti affini, non sminuiscono vicendevolmente il loro proprio interesse.

I primi due capitoli precisano i fondamenti geometrici della teoria: completato lo spazio delle variabili complesse $z_1, z_2, \ldots z_n$, seguendo il SEVERI, mediante l'introduzione dei punti all'infinito come equivalenti ai punti proprii per trasformazioni omografiche complesse, si introduce fin da principio la nozione di *campi* (*Bereiche*) come analoga per lo R_{2n} delle superficie di RIEMANN: si fissano poi le nozioni relative alle varietà (in particolare alle varietà analitiche) nello spazio e in un campo. Il cap. 3° è destinato alle nozioni relative alla rappresentazione per serie di potenze: particolarmente importante quella *di corpo invariante di convergenza* definita la prima volta dal BEHNKE medesimo per rendere la nozione della convergenza della serie indipendente dall'ordine e dal raggruppamento dei termini della serie. I cap. 4° e 5° riguardano le varietà singolari: del primo sono linea conduttrice i teoremi ricordati di HARTOGS e di E. E. LEVI; il secondo, relativo alle singolarità non essenziali, ha per fondamento il *Vorbereitungssatz* di WEIERSTRASS. Infine i cap. 6° e 7° trattano dei più recenti sviluppi: la nozione di *inviluppo di regolarità* (*Regularitätshülle*) di un campo che domina il primo fu introdotta nel 1932 da THULLEN e CARTAN e si riallaccia immediatamente alle proposizioni del cap. 4°; nel cap. 7° si espongono le teorie relative alla trasformazione dei campi mediante sostituzioni (analitiche) sulle coordinate complesse dei loro punti (*Abbildungen*): problema che potrebbe chiamarsi l'analogo di quello della rappresentazione conforme delle aree piane, ma da questo totalmente discorde per le analisi e le conclusioni cui esso conduce.

La redazione, come gli Autori stessi rilevano, è intermedia fra quella del trattato e quella dell'articolo d'enciclopedia: le dimostrazioni mancano spesso o sono appena accennate — cosa necessaria dato l'esiguo spazio disponibile — cosicchè la completa informazione che il libro fornisce non dispensa dalla lettura dei lavori originali, alla quale esso guida mediante un'ampia bibliografia con cui il volume si chiude. B. LEVI

Smithsonian Physical Tables. (Washington, 1933).

È questa l'ottava edizione curata dal fisico F. E. FOWLE, e forma l'88° volume della *Smithsonian Miscellaneous Collections.* La settima edizione comparve nel 1919. Se si pensa ai grandi progressi fatti dalla fisica e chimica-fisica negli ultimi dodici anni, ben si comprende come già fosse divenuta insufficiente per gli studiosi cotesta edizione. La nuova infatti è stata arricchita di ben 270 nuove tavole riguardanti l'astrofisica, la geofisica, la meteorologia, la fisica atomica e molecolare ecc. Anche le vecchie tavole sono state aggiornate, e parecchi miglioramenti sono stati introdotti in varî capitoli.

Scorrendo queste 650 pagine passa davanti agli occhi ed alla mente in bell'ordine tutta l'immensa opera compiuta dall'uomo nelle scienze fisiche, e si prova un senso d'ammirazione. A parte ciò, l'utilità di questo libro è così manifesta, che nessun Istituto scientifico vorrà privarsene. *p. b.*

J. SER: *Les Calculs formels des séries de Factorielles.* (Paris, Gauthier-Villars, 1933). Pagg. VII+98.

Questo volumetto ha un carattere assai particolare. Esso è dedicato alle serie di fattoriali, ma, a differenza delle opere che trattano dell'argomento, e fra le quali piace ricordare le eccellenti *Leçons sur les séries d'interpolation* di N. E. NÖRLUND, il presente libro si propone lo studio della successione dei calcoli cui bisogna attendere quando in una funzione ad un valore si intende di limitarsi a dare valori interi alla variabile. L'A. si fonda su di un postulato che egli pone, e cioè che una classe notevole di funzioni venga in tal modo a potersi determinare ammettendo che le funzioni periodiche che il calcolo viene ad introdurre possano essere eliminate a scopo di semplificazione. Elementi costitutivi dell'opera sono i fattoriali, le differenze dette dall'A. ordinate e le loro inverse o somme ordinate; mediante queste vengono costruite numerosissime formule, in parte anche nuove, non poche ottenute non senza una certa complicazione. L'A. stesso dichiara, nella sua prefazione, che il suo libro non ha nulla di didattico, e la forma dell'esposizione e le notazioni, in gran parte differenti delle usuali, ne rendono la lettura alquanto difficile, mentre si può dubitare dell'efficacia dei procedimenti indicati per l'effettiva esecuzione di calcoli pratici. Vi si trovano alcune osservazioni degne di nota, come ad esempio il concetto di reciprocità, il frequente impiego dei coefficienti i_p dello sviluppo in serie di $x : \log(1-x)$, coefficienti legati dalla relazione di ricorrenza $\frac{i_0}{p} + \frac{i_1}{p-1} + \dots i_{p-1} = 0$, le relazioni di carattere trigonometrico, il passaggio dalle serie di fattoriali a quelle di facoltà, ecc. Dalle condizioni di convergenza, pure fondamentali in simili argomenti, non viene tenuto conto che in modo assai succinto: ciò del resto era da attendersi, dato il carattere formale accentuato nello stesso titolo dell'opera.

(*u*)