
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ENRICO DUCCI

Una relazione fra i lati di poligoni regolari

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 13 (1934), n.3, p. 159–160.*

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_3_159_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1934.

Una relazione fra i lati di poligoni regolari.

Nota di ENRICO DUCCI (a Napoli).

Sunto. - *Si dà una seconda relazione fra i lati dei poligoni regolari convesso e stellati di n lati, inscritti nello stesso circolo, quando n è primo.*

Nel n. 1, anno XIII, febbraio 1934 di questo « Bollettino », ho dedotto da una formula del prof. F. SIBIRANI la relazione

$$l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \dots L_n^{\binom{n-3}{2}} = \sqrt{n}$$

fra i lati $l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \dots L_n^{\binom{n-3}{2}}$ dei poligoni regolari di n lati, convesso e stellati, inscritti nel circolo di raggio *uno*, quando n è primo. Ora dimostro che fra gli stessi lati sussiste anche questa relazione

$$l_n + L_n^{(1)} + L_n^{(2)} + \dots + L_n^{\binom{n-3}{2}} = \cot \frac{90^\circ}{n}.$$

All'uopo basta addizionare membro a membro le formule

$$\begin{aligned} l_n &= 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 1}{n} \\ L_n^{(1)} &= 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 2}{n} \\ L_n^{(2)} &= 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 3}{n} \\ &\dots \dots \dots \\ L_n^{\binom{n-3}{2}} &= 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \frac{n-1}{2}}{n} \end{aligned}$$

e tener presente che

$$\begin{aligned} & \operatorname{sen} a + \operatorname{sen}(a + d) + \operatorname{sen}(a + 2d) + \dots + \operatorname{sen}[a + (m - 1)d] = \\ & = \frac{\operatorname{sen} \frac{md}{2} \cdot \operatorname{sen}\left(a + \frac{m-1}{2}d\right)}{\operatorname{sen} \frac{d}{2}}. \end{aligned}$$

In questo caso abbiamo

$$a = d = \frac{180^\circ}{n}, \quad m = \frac{n-1}{2},$$

per la qual cosa risulta

$$\begin{aligned} L_n + L_n^{(1)} + L_n^{(2)} + \dots + L_n^{(\frac{n-3}{2})} &= 2 \frac{\operatorname{sen}(n-1) \frac{45^\circ}{n} \cdot \operatorname{sen}(n+1) \frac{45^\circ}{n}}{\operatorname{sen} \frac{90^\circ}{n}} = \\ &= 2 \frac{\operatorname{sen}(n-1) \frac{45^\circ}{n} \cdot \cos(n-1) \frac{45^\circ}{n}}{\operatorname{sen} \frac{90^\circ}{n}} = \frac{\operatorname{sen}(n-1) \frac{90^\circ}{n}}{\operatorname{sen} \frac{90^\circ}{n}} = \frac{\cos \frac{90^\circ}{n}}{\operatorname{sen} \frac{90^\circ}{n}} = \cot \frac{90^\circ}{n} \end{aligned}$$