Bollettino
Unione Matematica
Italiana

Enrico Ducci

Una relazione fra i lati di poligoni regolari

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.3, p. 159–160.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_3_159_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1934.

Una relazione fra i lati di poligoni regolari.

Nota di ENRICO DUCCI (a Napoli).

Sunto. - *Si dà una seconda relazione fra i lati dei poligoni regolari convesso e stellati di* n *lati, inscritti nello stesso circolo, quando* n *è primo.*

Nel n. 1, anno XIII, febbraio 1934 di questo « Bollettino », ho dedotto da una formula del prof. F. SIBIRANI la relazione

$$l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \ldots L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = \sqrt{n}$$

fra i lati $l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \ldots L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}$ dei poligoni regolari di n lati, convesso e stellati, inscritti nel circolo di raggio *uno*, quando n è primo. Ora dimostro che fra gli stessi lati sussiste anche questa relazione

$$l_n + L_n^{(1)} + L_n^{(2)} + \ldots + L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = \cot \frac{90^\circ}{n}.$$

All'uopo basta addizionare membro a membro le formule

$$l_n = 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 1}{n}$$

$$L_n^{(1)} = 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 2}{n}$$

$$L_n^{(2)} = 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 3}{n}$$

. . . .

$$L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = 2 \operatorname{sen} \frac{180^\circ \frac{n-1}{2}}{n}$$

e tener presente che

$$\operatorname{sen} a + \operatorname{sen}(a+d) + \operatorname{sen}(a+2d) + \dots + \operatorname{sen}[a+(m-1)d] =$$
$$= \frac{\operatorname{sen}\frac{md}{2}\cdot\operatorname{sen}\left(a+\frac{m-1}{2}d\right)}{\operatorname{sen}\frac{d}{2}}.$$

In questo caso abbiamo

$$a = d = \frac{180^\circ}{n}, \qquad m = \frac{n-1}{2},$$

per la qual cosa risulta

$$l_n + L_n^{(1)} + L_n^{(2)} + \dots + L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = 2\,\frac{\operatorname{sen}(n-1)\frac{45^\circ}{n}\cdot\operatorname{sen}(n+1)\frac{45^\circ}{n}}{\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{n}} =$$

$$= 2\,\frac{\operatorname{sen}(n-1)\frac{45^\circ}{n}\cdot\cos(n-1)\frac{45^\circ}{n}}{\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{n}} = \frac{\operatorname{sen}(n-1)\frac{90^\circ}{n}}{\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{n}} = \frac{\cos\frac{90^\circ}{n}}{\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{n}} = \cot\frac{90^\circ}{n}$$