Bollettino
Unione Matematica
Italiana

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: Basilio Manià, Luigi Sobrero, L. Onofri

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.2, p. 105–109.
Unione Matematica Italiana
<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_2_105_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica) SIMAI & UMI
http://www.bdim.eu/

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1934.

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

BASILIO MANIÀ: *Sopra una classe particolare di integrali doppi del Calcolo delle Variazioni* (in corso di pubblicazione negli « Annali di Matematica »).

In una sua recente Memoria [1] il TONELLI ha dato vari teoremi di esistenza dell'estremo assoluto degli integrali doppi del Calcolo delle Variazioni della forma

$$\iint_D F(x, y, z, p, q) dx dy.$$

In questi teoremi si ammette sempre che la funzione $F(x, y, z, p, q)$ soddisfi alla seguente condizione:

esistono tre numeri $\alpha > 0$, $\mu > 0$ e N tali che, in ogni punto (x, y) del campo D, e per tutti i valori finiti di z, p, q, risulti

$$F(x, y, z, p, q) \geq \mu \left\{ |p|^{2+\alpha} + |q|^{2+\alpha} \right\} + N.$$

Un caso nel quale questa condizione non è soddisfatta si presenta quando la funzione $F(x, y, z, p, q)$ è indipendente da p o da q, e si vede che, effettivamente, in questo caso non si possono dare dei teoremi di esistenza per condizioni al contorno così generali come quelle considerate dal TONELLI.

Nel mio lavoro in corso di pubblicazione negli « Annali di Matematica » studio il caso ora indicato e dopo avere dimostrato un teorema relativo alla continuità e derivabilità « in grande » rispetto alle coordinate dei punti terminali e a un parametro μ, delle soluzioni di un'equazione differenziale della forma

$$y'' = f(x, y, y', \mu),$$

dò delle condizioni sufficienti affinchè una superficie estremante

(1) L. TONELLI, *L'estremo assoluto degli integrali doppi.* « Annali della Scuola Normale », Serie II, Vol. 2, 1933, pagg. 89-130.

per l'integrale doppio

$$\iint_D F(x, y, z, p)dxdy$$

possa essere costruita mediante una famiglia di curve estremanti per l'integrale semplice

$$\int F\left(x, y, z, \frac{dz}{dx}\right)dx$$

nel quale y ha un valore costante.

BASILIO MANIÀ: *Sulla curva di massima velocità finale* (in corso di pubblicazione negli « Annali della Scuola Normale di Pisa »).

In una precedente Memoria (1) ho dimostrato l'esistenza di una curva di massima velocità finale nella classe delle curve continue e rettificabili congiungenti due punti fissi di uno spazio occupato da un mezzo resistente e percorribili, con una data velocità iniziale, da un punto materiale sotto l'azione della gravità e della resistenza del mezzo (supposto che tale classe contenga almeno una curva).

Ho distinto ivi due casi (entrambi possibili), nel primo dei quali la soluzione è dala da una spezzata di tre lati di cui il primo e il terzo lato sono verticali e il secondo è orizzontale e lungo di esso la velocità del punto è nulla (soluzione non accettabile dal punto di vista meccanico), mentre nel secondo caso la soluzione è data da una curva sulla quale la velocità del punto mobile è sempre positiva.

Nella Memoria in corso di pubblicazione sopra indicata dimostro che quando si verifica il secondo caso esiste una curva di massima velocità finale rappresentabile nella forma

$$y = y(x)$$

con $y(x)$ finita e continua con le sue derivate dei primi due ordini, e soddisfacente, insieme con la funzione $u(x)$ che dà il quadrato della velocità v del punto mobile lungo la curva al sistema differenziale

$$\begin{cases} u' = 2gy' - 2R(\sqrt{u})\sqrt{1 + y'^2} \\ y'' = \dfrac{2R(\sqrt{u})(1 + y'^2)}{\sqrt{u}R(\sqrt{u})} \end{cases}$$

(1) *Esistenza dell'estremo assoluto in un classico problema di Mayer*, « Annali della R. Scuola Normale Sup. di Pisa », Serie II, Vol 2, 1933, pagg. 343-354.

essendo $R(v)$ la funzione che rapprenta la resistenza del mezzo. Per ottenere questo risultato, seguo, con opportune modificazioni, un metodo usato da H. LEWY [1] per i problemi regolari ordinari del Calcolo delle Variazioni.

BASILIO MANIÀ: *Sui problemi di Lagrange e di Mayer* (in corso di pubblicazione nei « Rend. del Circolo Matematico di Palermo »).

Ben poco è stato fatto sino ad ora relativamente alle condizioni sufficienti per l'esistenza dell'estremo assoluto nei problemi di LAGRANGE del calcolo delle variazioni e per i problemi di MAYER con più di un'equazione differenziale. Però per una classe notevole di tali problemi le condizioni indicate si possono dare ricorrendo al concetto di semicontinuità degli integrali ed estendendolo alle soluzioni di un'equazione differenziale o di un sistema di equazioni differenziali dipendenti da una curva variabile in una classe assegnata.

In questo lavoro dimostro delle condizioni sufficienti per la semicontinuità e per l'esistenza del minimo nei problemi di MAYER e di LAGRANGE con un numero finito qualunque di equazioni differenziali, e, come caso particolare, dimostro l'esistenza di una curva brachistocrona nella classe di tutte le curve continue e rettificabili congiungenti due punti fissi di uno spazio occupato da un mezzo resistente.

Nella prima parte della Memoria studio i problemi di MAYER e di LAGRANGE nella forma parametrica, e nella seconda indico come il metodo si estenda facilmente anche ai problemi in forma ordinaria. Noto pure che il metodo stesso è applicabile anche a problemi più generali, come per esempio il problema di BOLZA.

I risultati di questo lavoro come quelli dei miei lavori precedenti sul problema di MAYER si presentano come una naturale estensione di quelli dati dal TONELLI nei suoi *Fondamenti di calcolo delle variazioni* per il caso dell'estremo libero.

LUIGI SOBRERO: *Nuovo teorema dei* 2n *momenti e sua espressione sintetica* (di prossima pubblicazione negli « Annali di Matematica »).

La determinazione degli sforzi, in una travatura reticolare iperstatica (con aste mutuamente incastrate agli estremi) viene

[1] H. LEWY: *Ueber die Methode der Differenzengleichungen zur Lösung von Variations-und Randwertproblemen,* « Math. Ann. », Bd. 98, 1928, pagine 107-124.

affrontata, di solito, ricorrendo al teorema dei 4 momenti: il quale, com'è ben noto, collega fra loro i momenti di estremità di due aste consecutive e gli spostamenti dei nodi di quelle aste.

Associando alle equazioni (iperstatiche) che provengono dall'applicazione di tale teorema, quelle (statiche) esprimenti l'equilibrio dei nodi e delle aste, si ottiene un gruppo di equazioni sufficenti a determinare tanto i momenti di estremità quanto gli spostamenti dei nodi.

Momenti e spostamenti non interessano però in egual misura: i primi essendo essenziali, i secondi generalmente inutili per la verifica di stabilità della travatura. Poichè, dunque, gli spostamenti figurano nel problema come incognite ausiliarie, si chiede se non sia il caso di eliminarli addirittura, « a priori » sostituendo al teorema dei 4 momenti qualche nuova relazione interessante i soli momenti di estremità. Si dimostra che una siffatta relazione non solamente esiste, ma è suscettibile di una interpretazione meccanica semplice che ne facilita l'uso.

L. Onofri: *Su una speciale classe di serie di funzioni analitiche.* Memoria 2ª (di prossima pubblicazione negli « Annali di Matematica ».

In una Memoria, recentemente pubblicata negli « Annali di Matematica », [1] l'A. ha esposto un metodo generale per determinare i campi di convergenza uniforme delle serie del tipo

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n f_n[\varphi^{p_n}(z)], \tag{1}$$

essendo i coefficienti a_n delle costanti, gli esponenti p_n dei numeri interi positivi tendenti all'infinito e le funzioni $f_n(u)$, $\varphi(z)$ analitiche intere.

In questo lavoro, l'A. prosegue le sue ricerche occupandosi dei problemi relativi alla rappresentazione, mediante serie della forma (1), di una funzione assegnata $F(z)$, regolare in un intorno della origine.

Indicati con $M_n(r^{p_n})$ il massimo di $|f_n(u)|$ sulla circonferenza $(0, r^{p_n})$, con r' il limite superiore dei valori di r pei quali la successione $M_n(r^{p_n})$ $(n = 0, 1, ...)$ è limitata superiormente e con $(0, \rho')$ la circonferenza su cui il massimo di $|\varphi(z)|$ è eguale a r'; l'A. dimostra che, se $f_n(0) = 1$, $\varphi(0) = 0$, è sempre possibile deter-

[1] L. Onofri, *Su una speciale classe di serie di funzioni analitiche.* « Annali di Matematica », Tomo XII, fasc. 1-2, 1933-34.

minare i coefficienti a_n in maniera che la corrispondente serie (1) rappresenti la $F(z)$ almeno nella regione comune a $(0, \rho')$ ed al cerchio di convergenza $(0, \delta)$ della serie di TAYLOR relativa alla $F(z)$.

Se risulta $\rho' \geq \delta$, il campo C di convergenza uniforme della (1) contiene tutto il cerchio $(0, \delta)$. E, talvolta, anche punti esterni a questo cerchio. Beneinteso, se ciò accade, il contorno di C deve passare pei punti singolari della $F(z)$ che appartengono alla circonferenza $(0, \delta)$.

Al fine di determinare tali punti, l'A. enuncia speciali criteri di facile e frequente applicazione. Si ha, ad esempio.

Se:

$$\rho' = \delta + \frac{1}{\overline{\lim} \sqrt[n]{|a_n|}}$$

e se la $\varphi(z)$ *non è della forma* kz^m (k *costante,* m *intero positivo*), *i punti singolari di* $F(z)$ *aventi modulo* δ *sono in numero finito e soddisfano l'equazione* $|\varphi(z)| = r'$.