
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni

- * Vladimir Bernstein: Leçons sur les progrès récents de la théorie des séries de Dirichlet (Giuseppe Belardinelli)
- * Karl Vogtherr: Das Problem der Gleichzeitigkeit (B. Levi)
- * Jahnke - Emde: Funktionentafeln
- * H. Dörrte: Triumph der Mathematik
- * J. Plassmann: Tafel der Viertel-Quadrate
- * Mathematical Tables: Voi. IIP. Minimum Decomposition into Fifth Powers (Ettore Bortolotti)
- * Abhandlungen aus dem Seminar für Vektor-und Tensor Analysis samt Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und Physik (M. Manarini)
- * G. Julia: Exercices d'Analyse. Tome III: Équations différentielles (A. Mambriani)
- * Kowalewski G.: Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. **13** (1934), n.1, p. 60–70.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_1_60_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_1_60_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_1_60_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

VLADIMIR BERNSTEIN: *Leçons sur les progrès récents de la théorie des séries de Dirichlet*, con prefazione di J. HADAMARD nella « Collection Borel », Gauthier-Villars, Paris, 1933, pagg. XVI-320.

Le serie di Dirichlet sono le serie della forma

$$(1) \quad \sum_0^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

ove $s = \sigma + it$ è la variabile complessa, i numeri a_n sono i coefficienti ed i numeri λ_n gli esponenti: gli a_n sono numeri qualunque, i λ_n sono reali e positivi soddisfacenti alla condizione $\lambda_n \uparrow \infty$ per $n \uparrow \infty$. Le serie del tipo $\lambda_n = n$ sono le serie di potenze della variabile $e^{-s} = x$, quelle del tipo $\lambda_n = \log n$ si chiamano *serie di Dirichlet ordinarie*, e le serie (1) sono chiamate *serie di Dirichlet generali*.

Lo studio delle serie di Dirichlet, come dice l'A. nella prefazione, può concepirsi da tre punti di vista: 1°) un indirizzo aritmetico, cioè lo studio delle serie di Dirichlet ordinarie in relazione alla teoria analitica dei numeri (alle serie di questo tipo appartiene la classica funzione $\zeta(s)$ di Riemann) questo indirizzo fa capo alle ricerche di Dirichlet; 2°) un indirizzo connesso alla teoria delle funzioni di variabile complessa, che fa capo alle ricerche di Hadamard, di Landau e di Pincherle; 3°) un terzo indirizzo più recente che si ricollega alla teoria delle funzioni quasi-periodiche del Bohr.

Il libro del Bernstein tratta le serie di Dirichlet al secondo punto di vista. L'A. ha in particolar modo rivolto la sua attenzione allo studio delle singolarità e della ultraconvergenza delle serie di Dirichlet, spingendo a fondo la ricerca della distribuzione di queste singolarità in base soprattutto ad ipotesi sulla successione degli esponenti.

Il libro è diviso in nove Capitoli, seguiti da tre note complementari; li passeremo brevemente in rassegna.

Nel Cap. I: *Préliminaires*, l'A. espone le nozioni fondamentali sulle serie di Dirichlet ed in particolar modo richiama i teoremi

sui campi di convergenza semplice, assoluta, uniforme, indi precisa lo scopo del libro, che è quello di studiare la distribuzione dei punti singolari delle serie di Dirichlet generali, particolarizzando i coefficienti e gli esponenti. Tratta poi del criterio dell'Ostrowski che generalizza quello di Hadamard-Fabry per le serie di potenze.

Nel Cap. : *Influence de la suite des exposants* richiama la nozione di Pólya di *successione misurabile di densità D* , come pure quella di *densità massima*, nozioni delle quali il Pólya si è servito per lo studio delle singolarità delle serie di potenze e delle rette di Julia. L'A. introduce la nozione di *indice di condensazione* di una successione e richiama, con un esempio classico, la differenza che intercede, nella distribuzione dei punti singolari, tra una serie di potenze ed una serie di Dirichlet. Mostra poi la differenza tra queste due serie a riguardo della ultraconvergenza e ne dà un esempio costruendo serie di Dirichlet ultraconvergenti, seguendo un procedimento del Bohr. Seguono vari teoremi di Ostrowski che mostrano la influenza della successione degli esponenti sulla ultraconvergenza delle serie di Dirichlet.

Nel Cap. III: *Le théorème de Cramer et ses généralisation* tratta di un teorema di Cramer, della dimostrazione datane dallo Ostrowski basata sulla trasformazione di Laplace, dei complementi dati dal Pólya in connessione con certi studi del Pincherle e di varie generalizzazioni date dal Soula e dall'A. Il teorema di Cramer nella forma più precisa datagli dal Pólya è posto dall'A. alla base di gran parte delle dimostrazioni nei Capitoli seguenti.

Nel Cap. IV: *Influence des coefficients sur les singularités* espone un teorema di Landau che generalizza un teorema di Vivanti sulle serie di potenze, e dei teoremi di Ostrowski e Pólya sulla influenza dei coefficienti sulle singolarità, i quali permettono di ottenere risultati sulla distribuzione dei punti singolari per serie ad esponenti qualunque, introducendo restrizioni relative ai coefficienti.

Nel Cap. V: *Séries à suite d'exposant mesurable* viene particolareggiata la parte che spetta all'A. di aver precisato, col mostrare come lo studio della distribuzione delle singolarità per serie di Dirichlet si può spingere assai avanti senza introdurre alcuna restrizione relativa ai coefficienti. Studia le serie di Dirichlet i cui esponenti formano una successione misurabile secondo Pólya e mediante la nozione di indice di condensazione, dà un teorema fondamentale che è l'analogo del teorema di Lindelöf per le serie di potenze. I metodi, mediante i quali si ottengono i teoremi di questo Capitolo sono basati essenzialmente sulla possibilità di « interpolare » i coefficienti delle serie del tipo considerato con

l'ausilio della funzione

$$(2) \quad C(z) = \prod \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_n^2} \right)$$

i cui zeri sono dati dalla successione degli esponenti, funzione di cui il Soula si era servito nello studio delle singolarità delle serie di potenze.

Nel Cap. V: *Séries dont les exposants forment une suite à densité maximum finie* tratta della distribuzione dei punti singolari delle serie di Dirichlet del tipo di cui al titolo del Capitolo e per le quali l'A. ha trovato vari interessanti risultati in rapporto all'indice di condensazione; teoremi che danno un limite superiore per la larghezza della striscia verticale adiacente al semi-piano di convergenza della serie all'interno della quale si può prolungare analiticamente la somma della serie, senza incontrare punti singolari. Poi studia il comportamento sulla retta di olomorfia e ritrova alcuni risultati di Pólya. oltre un teorema che generalizza quello di Hadamard e di Fabry per le serie di potenze. Citiamo il seguente teorema: « Se la serie di Dirichlet (1) i cui esponenti formano una successione di densità massima finita D ha un'ascissa di olomorfia finita H , ciascun segmento della retta di olomorfia di lunghezza superiore a $2\pi D$ contiene almeno un punto singolare della somma della serie ».

Nel Cap. VII: *Séries dont les exposants forment une suite à densité maximum infinie* espone alcuni teoremi (di Aronszajn, dell'A. e di Pólya) che indicano le difficoltà che si incontrano nello studio di questi tipi di serie; tratta poi di un procedimento di M. Riesz per la ricerca dei punti singolari e di un teorema di Bohr sulla ultraconvergenza.

Nel Cap. VIII: *Théorèmes sur la compositions des singularités* tratta della estensione del classico teorema di Hadamard sulla moltiplicazione delle singolarità della serie di potenze, ed espone le ricerche di Mandelbrojt che mostrano come il teorema di Hadamard debba essere modificato per le serie di Dirichlet.

Nel Cap. IX: *Applications à la théorie des fonctions analytiques* l'A. mostra che l'applicazione dei risultati precedenti alla teoria generale delle funzioni analitiche conduce ad alcune disequaglianze riguardanti il modulo di funzioni analitiche in determinati angoli. Si ottengono così alcuni risultati che non furono ancora dimostrati per altre vie.

Il libro si chiude con tre Note. Nota I: *Propriétés des suites à densité maximum finie*. - Nota II: *Etude des propriétés de la fonction $C(z)$* . - Nota III: *Transformation de Laplace. Diagrammes*

conjugues des fonctions de type exponentiel, alle quali fa seguito una estesa bibliografia.

Concludendo, possiamo dire che il libro di Bernstein ordina in modo utile recenti lavori sulle serie di Dirichlet e mostra che, se gli esponenti formano una successione misurabile o di densità massima finita, si può studiare a prescindere dalla successione dei coefficienti, la distribuzione delle singolarità e l'ultraconvergenza di queste serie. Oltre a ciò, risulta che le nozioni di successione misurabile e altre che furono introdotte per lo studio delle serie di potenze (che sono una classe particolare di serie di Dirichlet) possono servire per lo studio di serie di Dirichlet ed in special modo per la classe studiata dall'A. in cui i coefficienti possono essere qualunque.

La ricchezza dei risultati raccolti mostrano l'interesse che i matematici hanno dato all'argomento, e lo sviluppo che si è avuto a partire dalle classiche ricerche di Landau, che posero in evidenza il legame tra le serie di Dirichlet e le serie di fattoriali.

Il libro è da raccomandarsi a tutti quelli che desiderano conoscere i risultati ottenuti nello studio di queste interessanti serie non solo, ma di varie questioni riguardanti le serie di potenze e la teoria generale delle funzioni analitiche.

L'esposizione chiara ed attraente permetterà, a chi voglia dedicarsi a questi studi, una facile lettura.

GIUSEPPE BELARDINELLI

KARL VOGTHERR: *Das Problem der Gleichzeitigkeit*. München, Reinhardt, 1933, p. 194 (brosch. RM. 5,50; Leinen RM. 7,50).

L'A. è decisamente antirelativista; e il volume porta, in ultima pagina, un elenco di altre 10 sue precedenti pubblicazioni sullo stesso argomento (principalmente articoli in riviste scientifiche e filosofiche) estendentesi fra il 1921 e 1931: nel presente volume l'A. intende evidentemente riassumere organicamente le sue vedute. Il tempo, in quanto variabile secondo la quale si ordinano gli avvenimenti, presenta poco argomento a divergenze di opinioni finchè essi avvenimenti si succedono in uno stesso determinato punto dello spazio: l'A. enuncia i due *assiomi* che egli chiama *topologico* e *dell'ordine*: « il tempo è un continuo unidimensionale illimitato nei due sensi » e « istanti limitano *segmenti temporali* » — diremo, con maggior brevità e precisione, *durate* — « aventi carattere di *grandezza* in senso matematico »; egli ritiene di poter affermare che tali assiomi fissino senza ambiguità la nozione di *tempo* e della *sua misura in senso locale*. Se la cosa deve intendersi nel significato

assoluto delle parole, non ci parrebbe di poter pienamente consentire, perchè, fissata una determinazione del tempo, i detti assiomi restano soddisfatti anche se alla variabile *tempo* prescelta si sostituisce una sua funzione continua crescente arbitraria: la nozione locale di *tempo in quanto grandezza misurabile* resta quindi ancora soggetta a qualche convenzione, da determinarsi mediante considerazioni di opportunità. Ma non è questo il problema interessante, sia fisico che filosofico; il problema è invece quello della assegnazione della *simultaneità in luoghi differenti*. L'A. combatte la tesi einsteiniana che anche la determinazione di tale simultaneità sia essenzialmente convenzionale, osservando che la simultaneità è stabilita, almeno concettivamente, dall'arrivo di un segnale di velocità infinita. L'A. si trattiene a suggerire, per la relizzazione di un tale segnale, modelli meccanici idealmente (non praticamente) eseguibili, fondati essenzialmente sulla ipotetica esistenza di corpi inestensibili. Se si riflette che, a parte la non realizzabilità pratica della rigidità assoluta, anche la inestensibilità teorica è un'ipotesi allo stesso piano di quella della relatività, come mostra l'opposta ipotesi della contrazione lorenziana, ci pare che si tratti, in tale realizzazione, di un particolare del tutto secondario, tale da diminuire, nell'apparenza, piuttosto che rafforzare, la solidità della tesi dell'A.; ripetiamo però, particolare a parer nostro secondario, riducendosi la parte essenziale di detta tesi alle osservazioni seguenti, indubbiamente vere: che il legame di simultaneità fra due punti *A*, *B* non è *completamente* convenzionale, perchè vincolato dalla condizione che l'istante in *B*, in cui arriva in *B* un segnale qualsiasi partito da *A* deve essere intermedio fra i due istanti in *A* in cui il segnale parte e vi ritorna riflesso; e che quindi approssimazioni sempre più precise della simultaneità si possano raggiungere mediante la trasmissione di segnali il cui ritorno in *A*, per riflessione, comunque ottenuta, avvenga in una durata, misurata in *A*, sempre più breve e tendente possibilmente a zero. Nell'osservazione ci pare di dover concordare pienamente; ma non vorremmo consentire che essa contenga, riguardo al problema, *tutta la verità*, perchè l'ipotesi del ritorno del segnale (pure essendo comune con qualche particolare della tesi einsteiniana) è elemento estraneo e perturbante: basti ricordare che nella prima e fondamentale determinazione di simultaneità, consistente nella scoperta di ROEMER riguardo alla velocità della luce, il suddetto principio non poté funzionare, mentre funzionò, insieme col principio che l'istante dell'effetto segue quello della causa, una genialissima intuizione per sostituire a un « osservato » irregolare un « reale » regolare.

Il *tempo* dell'A. e il *tempo* dell'EINSTEIN sono a nostro giudizio

due *diverse* grandezze e la discussione può avvenire soltanto a causa di un difetto di chiarezza e per uno di quegli equivoci che purtroppo avvengono frequentemente quando il filosofo si informa, anche coscienziosamente e con discreta competenza, di cose matematiche; equivoco consistente nella supposizione che quando il matematico fissa e diremmo *stilizza* un ente o una grandezza di determinato nome, intenda (e ciò non è) di definire *precisamente la vera essenza* di ciò che nell'intuizione porta quel determinato nome. Non già che il VOGTHERR ignori veramente il punto di vista matematico di *pura costruzione logica* (come bene dimostrano parecchi commenti contenuti nei *Zusätze und Erläuterungen* (p. 160 e seg.)); ma egli lo considera come assurdo, perchè lo preoccupa che il *nome* corrisponda alla *intuizione* (*Anschauung*). Ed è in questo che differiscono le variabili *tempo* del nostro A. e dell'EINSTEIN: più vicino a quella intuizione, ma perciò meno determinato ed anche forse più malleabile alle possibili esigenze future dell'esperienza, il *tempo* del VOGTHERR; estrapolazione dalla esperienza terrestre a una *possibile* legge fisica universale, quella dell'EINSTEIN: estrapolazione in buona parte anche da riguardarsi soltanto come simbolo rappresentativo di una realtà che non si indaga e da considerarsi come vera soltanto fin quando il simbolo, nella sua maggiore rigidità resta interpretabile nella esperienza.

Alla discussione propria del problema della simultaneità il VOGTHERR fa precedere una analisi della nozione di *spazio*: anti-relativista come fisico, egli è anti-noneuclideo come geometra: « L'indimostrabilità del postulato di EUCLIDE è dogma pei matematici di professione... essi credono di poter provare la compatibilità delle geometrie non-euclidee... »; ma per mostrare che la *vera geometria* è soltanto quella di EUCLIDE, l'A. afferma, traendoli dalla « intuizione », almeno quattro nuovi « assiomi » forse non pienamente rispondenti, per rigore di forma, alle consuetudini matematiche. Si ritrova qui un esempio di quella diversa forma mentale cui abbiamo accennato nell'alinea precedente, la quale impedisce all'A. di rilevare che non è la mancanza di *assiomi* (o *postulati*, che pei matematici sono termini equivalenti) bene adattati alla intuizione ciò che conduce il matematico ad affermare la indimostrabilità, ma la esclusione della suddetta intuizione come elemento di scelta.

Se però si libera il oampo dagli accennati malintesi, se si esclude come non esistente una opposizione di tesi che non sono che diverse interpretazioni del mondo fisico (e, diciamo pure, anche del mondo dell'intuizione) il libro del VOGTHERR contiene idee ed osservazioni

che, a fronte del relativismo ormai assunto frequentemente quasi a verità assoluta o a dogma, fanno da contrappeso e inducono a pensare. Esaminando le esperienze fisiche che hanno fornito il massimo appoggio alla relatività (ristretta), ne fornisce interpretazioni nel suo sistema, se non del tutto nuove, degne ugualmente di considerazione; e, pur avendo carattere più filosofico che matematico, presenta, anche per il matematico, in più punti una lettura interessante. Una osservazione ci occorre ancora fare nell'esame di questa parte costruttiva: ed è relativa alla proposta di una ipotesi di *inerzia* della propagazione luminosa (p. 115) che l'A. ritiene necessaria per giustificare, nel suo sistema, l'aberrazione stellare: non necessaria invece a questo scopo, essa ricondurrebbe, sostanzialmente, all'ipotesi balistica e alle difficoltà che questa presenta ad accordarsi coll'osservazione stellare.

B. LEVI

JAHNKE - EMDE: *Funktionentafeln* (Tables of Functions) Teubner, Leipzig, 1933, Zweite Neubearbeitete Auflage mit 171 Textfiguren, R. 60.

È questa la seconda edizione di un libro già molto apprezzato (la 1^a edizione è del 1909) e che ha reso grandi servizi ai fisici e agl'ingegneri. È stato ora arricchito di altre tavole numeriche e di altri accuratissimi grafici relativi alle funzioni trascendenti che più spesso s'incontrano nei problemi della fisica e della tecnica. Di più c'è una novità importante che interessa anche il puro matematico: la rappresentazione grafica in diagrammi prospettici del carattere generale delle funzioni nel campo complesso. Questi *rilievi*, che compariscono qui per la prima volta, sono veramente belli. Agli Autori che hanno saputo calcolarli e disegnarli con tanta precisione e nitidezza va data somma lode.

Fra le più notevoli aggiunte vanno anche segnalate le seguenti: una tavola delle potenze; una tavola ausiliaria per il calcolo con numeri complessi; le tavole dell'equazione cubica; quelle relative alla funzione di radiazione di PLANK e alla funzione zeta di RIEMANN. La parte riguardante le funzioni di BESSEL è stata grandemente estesa.

Alla fine di ogni Capitolo è data un'ampia bibliografia inerente all'argomento. Inoltre il libro è scritto in due lingue, la tedesca e l'inglese, allo scopo di renderne l'uso più generale; uso che presto s'impara in base alle molteplici e preziose indicazioni date dagli Autori. Non è esagerato il dire che questo libro è un capolavoro nel suo genere e che renderà sempre utilissimi servizi alla scienza applicata.

p. b.

H. DÖRRIE: *Triumph der Mathematik*. Hundert berühmte Probleme aus zwei Jahrtausend mathematischer Kultur. (Ferdinand Hirt in Breslau, Rm. 7.).

È un bel volume di 385 pagine, che anche tipograficamente si presenta bene. Raccoglie problemi interessanti e curiosi: In particolare tutti i problemi che a noi sono pervenuti dalla antichità classica. Insieme con la storia di ciascun problema espone le più importanti risoluzioni date nelle varie epoche dai vari autori, le generalizzazioni che di essi furono fatte, ed un breve accenno alle proposizioni cui tali problemi si appoggiano.

Non suppone nel lettore speciale preparazione matematica, ma richiede un certo grado di cultura: quella che si suol impartire nelle scuole medie classiche. Può servire di complemento agli studi colà fatti, di iniziazione a studi superiori, e di svago alle persone dotte.

J. PLASSMANN: *Tafel der Viertel-Quadrate*, aller Zahlen von I bis 20009, zur Erleichterung des Multiplizierens vierstelliger Zahlen. (Max Jänecke, Leipzig, 1933).

La costruzione di questa tavola è fondata su la formula:

$$1/4 \cdot (a + b)^2 - 1/4 \cdot (a - b)^2 = ab.$$

Dovendo fare il prodotto dei numeri a , b , basterà conoscere le espressioni

$$1/4 \cdot (a + b)^2, \quad 1/4 \cdot (a - b)^2,$$

che si trovano calcolate nelle tavole, ed occorre poi fare la differenza di queste per avere il prodotto richiesto.

Lascio ai tecnici il giudicar della pratica opportunità di questo processo.

Mathematical Tables: Vol. III°. *Minimum Decomposition into Fifth Powers*. Prepared by L. E. DICKSON, and published under the supervision of the British Association Committee for Mathematical Tables. (London, Office of the British Association, Burlington House W. I., 1933).

Queste tavole contengono la decomposizione, nel minimo numero di potenze quinte, dei numeri fino al 300 000. Per economia di spazio si sono ommesse le decomposizioni dei numeri che fanno seguito ad uno dato e si ottengono da questo con la aggiunta di

1, 2, ... unità, computando queste come potenze quinte di 1. Così per esempio troviamo

1024	0 0 1	12
1036	2 4	18
1049	10 3	19

Ciò si legge al modo seguente: $1024 = 4^5$: A questo numero seguono $12 - 1 = 11$ numeri consecutivi che si decompongono con successiva aggiunta di unità, Così:

$$1025 = 4^5 + 1^5, \quad 1026 = 4^5 + 1^5 + 1^5, \dots \quad 1035 = 4^5 + 11 \cdot 1^5$$

indi si ha

$$1036 = 2 \cdot 2^5 + 4 \cdot 3^5,$$

ed a questo seguono $18 - 6 = 12$ numeri (fino al 1048) che si ottengono aggiungendo successivamente una unità; indi si ha:

$$1049 = 10 \cdot 2^5 + 3 \cdot 3^5.$$

La composizione non è tipografica, ma fotografica, e si è ottenuta fotografando le pagine dattilografate: come uscirono dagli uffici dei calcolatori, ciò per evitare errori di stampa.

ETTORE BORTOLOTTI

Abhandlungen aus dem Seminar für Vektor-und Tensor Analysis samt Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und Physik, pubblicate a cura del prof. B. KAGAN, Staatlicher technisch-theoretischer Verlag, Moskau-Leningrad, 1933, Lieferung 1, pp. 303.

Il prof. B. KAGAN pubblica in bella veste tipografica questo primo volume di Memorie che si vennero discutendo dal 1° dicembre 1930 nel « Seminario per il calcolo vettoriale e tensoriale con applicazioni alla geometria, alla meccanica ed alla fisica » presso l'Università Statale di Mosca e da lui diretto.

Un secondo volume che conterrà altre 12 Memorie apparirà in questi primi mesi dell'anno in corso, come ha avuto occasione di comunicarmi lo stesso prof. KAGAN.

Questo Seminario, così specializzato, ha iniziata la sua attività il 18 aprile 1927 e da quest'epoca fino al 1° giugno 1930 ha tenuto ben 85 Riunioni nelle quali vennero lette 41 Memorie di Autori diversi, i titoli delle quali sono elencati nel volume che ora riceve la pubblicazione.

Dal 1° dicembre 1928 questo Seminario è stato ammesso al *Wissenschaftliches Forschungsinstitut für Mathematik und Mechanik* della Università suddetta.

In questo primo volume vediamo raccolte sei interessanti Memorie riguardanti le applicazioni geometriche del calcolo vettoriale e tensoriale, alcune delle quali in stretto legame fra di loro ed in modo particolare alla prima del prof. KAGAN.

Qui ci limitiamo a riportarne i titoli:

B. KAGAN: *Ueber eine Erweiterung des Begriffes vom projektiven Raume und dem zugehörigen Absolut*. — H. SCHAPIRO: *Ueber die Metrik der subprojektiven Räume*. — P. RACHEVSKY: *Caractères tensoriels de l'espace sousprojectif*. — G. GUREWITSH: *Ueber einige Integrallaufgaben der Tensoranalysis*. — J. DUBNOW: *Ueber Tensoren mit nichtskalaren Komponenten*. — J. DUBNOW: *Die Differentialgeometrie der Strahlenkongruenzen in tensorieller Darstellung*.

Gli Autori di queste Memorie, per ciascuna delle quali figura anche un sunto in russo, sono anche conosciuti attraverso le riviste italiane.

M. MANARINI

G. JULIA: *Exercices d'Analyse*. Tome III: *Équations différentielles*. (Rédigés par J. LERAY, R. MEYNIEUX, R. HARMEGNIES). Paris, Gauthier-Villars, 1933 (pp. IV+287, prix 60 fr.).

Questo terzo volume di esercizi d'Analisi — del valente prof. G. JULIA — è dedicato ad esercitazioni sulla teoria delle equazioni differenziali. Gli esercizi risolti sono quarantacinque, e sono tutti accuratamente scelti, ben graduati e sviluppati con molta estensione e profondità. Si danno spesso di uno stesso esercizio diversi metodi di risoluzione, si paragonano tali metodi traendone utilissime osservazioni e si chiariscono quei punti nei quali gli studenti trovano solitamente maggiori difficoltà. Così, si insiste sul posto dei punti singolari delle equazioni differenziali — in particolare delle equazioni lineari —, sullo studio degli integrali attorno a punti singolari, sull'equazione di LAPLACE, sugli integrali singolari.

I pregi nominati e l'organicità della compilazione rendono il libro, più che una raccolta di esercizi, una esposizione interessantissima e veramente originale di risultati sulle equazioni differenziali.

A. MAMBRIANI

KOWALEWSKI G.: *Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen*, 3 Volumi. Walter de Gruyter & C., Berlin und Leipzig, 1933.

È, nelle sue linee essenziali, un trattato di geometria analitica e di analisi infinitesimale.

L'esposizione chiara e precisa, l'accurata scelta degli argomenti svolti, le numerose figure che corredano il testo, servono a ren-

dere agevole ed interessante la lettura dell'opera ed a conferire alla medesima un cospicuo valore didattico.

Il primo volume comincia con il calcolo vettoriale combinato con le teorie dei determinanti e dei sistemi di equazioni lineari. Fanno seguito alcune nozioni di trigonometria sferica e lo studio della geometria analitica nel piano.

Il secondo volume è diviso in due sezioni: la prima di esse è dedicata alla geometria analitica a tre dimensioni e, particolarmente alle superficie del secondo ordine delle quali si fa una trattazione completa ed accuratissima (forse, un po' troppo estesa in relazione alla mole del libro ed alla varietà degli argomenti esaminati). La seconda sezione, e la prima del terzo volume costituiscono la parte dell'opera riservata al calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una e più variabili.

Completano il volume brevi nozioni riguardanti le equazioni differenziali, la geometria differenziale, il calcolo delle variazioni con alcuni accenni alle funzioni analitiche ed alla formola integrale di CAUCHY. Di questa formola, l'A. fa conoscere varie applicazioni classiche fra le quali una elegante dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra. (l. o.)
