Bollettino Unione Matematica Italiana

Enrico Ducci

Sui lati dei poligoni regolari

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **13** (1934), n.1, p. 17–18.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1934_1_13_1_17_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1934.

Sui lati dei poligoni regolari.

Nota di ENRICO DUCCI (a Napoli).

Sunto. - *Si dà una relazione fra i lati dei poligoni regolari convessi e stellati di* n *lati, inscritti nello stesso circolo, quando* n *è primo.*

Sappiamo che in un circolo sono inscrivibili tanti poligoni regolari di n lati quanti sono i numeri primi con n e minori della metà di n. Quando n è primo e maggiore di 2 i numeri primi con n e minori della sua metà sono $\frac{1}{2}(n-1)$; perciò in tal caso in un circolo sono inscrivibili $\frac{1}{2}(n-1)$ poligoni regolari di n lati, uno convesso e gli altri $\frac{1}{2}(n-3)$ stellati. Indicando al solito con l_n il lato del convesso e con $L_n^{(1)} L_n^{(2)} \ldots L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}$ i lati di quelli a stella, in ordine crescente di lunghezza, inscritti nel circolo di raggio uno, sappiamo che

$$\frac{1}{2} l_n = \operatorname{sen} \frac{180^\circ}{n},$$

$$\frac{1}{2} L_n^{(1)} = \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 2}{n} \quad \frac{1}{2} L_n^{(2)} = \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot 3}{n} \ldots \frac{1}{2} L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = \operatorname{sen} \frac{180^\circ \cdot \frac{n-1}{2}}{n}.$$

Ora il prof. F. SIBIRANI nel n. 1, a. VIII, 1929, del « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », considerando il determinante di VANDERMONDE formato con le successive potenze delle radici n^{me} dell'unità, dimostra l'interessante identità

$$\prod_{1}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} \operatorname{sen} \frac{180^\circ k}{n} = \sqrt{\frac{n}{2^{n-1}}};$$

perciò, moltiplicando membro a membro le formule precedenti risulta

$$\frac{1}{2^{\frac{n-1}{2}}} l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \ldots L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = \sqrt{\frac{n}{2^{n-1}}},$$

ossia l'elegante relazione

$$l_n L_n^{(1)} L_n^{(2)} \ldots L_n^{\left(\frac{n-3}{2}\right)} = \sqrt{n}.$$