

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

UGO BROGGI

## Su di una proprietà dei numeri binomiali

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie  
1, Vol. 12 (1933), n.4, p. 241–242.*

Unione Matematica Italiana

<[http:  
//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1933\\_1\\_12\\_4\\_241\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_4_241_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione  
Matematica Italiana, 1933.

### Su di una proprietà dei numeri binomiali.

Nota di U. BROGGI (a Milano).

**Sunto.** - Si dimostra, con un procedimento analitico, la nota formula

$$\binom{n}{1}1^h - \binom{n}{2}2^h + \dots + (-1)^{n-1}\binom{n}{n}n^h = 0,$$

in cui  $h$  è un intero positivo minore di  $n$ .

Sia  $h = 1, 2, \dots, n - 1$ . È noto che si dimostra la formula

$$(1) \quad \sigma_h = \binom{n}{1}1^h - \binom{n}{2}2^h + \dots + (-1)^{n-1}\binom{n}{n}n^h = 0$$

ricordando che, per la formula d'interpolazione di GREGORY-NEWTON, è

$$x^h = \binom{x}{1}\Delta 0^h + \binom{x}{2}\Delta^2 0^h + \dots + \binom{x}{h}\Delta^h 0^h$$

ed osservando che

$$S_h = n(n-1)\dots(n-h+1)(1-1)^{n-h} = \binom{n}{h}1 \cdot 2 \dots h - \\ - \binom{n}{h+1}2 \cdot 3 \dots (h+1) + \dots + (-1)^{n-h}\binom{n}{n}(n-h+1)(n-h+2)\dots n = 0.$$

È dunque anche

$$\sigma_h = \binom{n}{1} - \binom{n}{2} \left[ \binom{2}{1}\Delta 0^h + \binom{2}{2}\Delta^2 0^h \right] + \binom{n}{3} \left[ \binom{3}{1}\Delta 0^h + \binom{3}{2}\Delta^2 0^h + \binom{3}{3}\Delta^3 0^h \right] + \dots \\ + (-1)^{h-1} \binom{n}{h} \left[ \binom{h}{1}\Delta 0^h + \binom{h}{2}\Delta^2 0^h + \dots + \binom{h}{h}\Delta^h 0^h \right] = \\ = \frac{\Delta 0^h}{1!} s_1 - \frac{\Delta^2 0^h}{2!} s_2 + \dots + (-1)^{h-1} \frac{\Delta^h 0^h}{h!} s_h = 0.$$

Si perviene alla (1) in modo forse più immediato, ma non ele

mentare, quando ci si proponga di sviluppare

$$\frac{n!}{x(x+1)\dots(x+n)} = \int_0^{\infty} e^{-tx}(e^{-t}-1)^n dt \quad (Rx > 0)$$

in serie di potenze decrescenti di  $x$  <sup>(1)</sup>, o, meno immediatamente, quando si effettui sui due membri di

$$\frac{d}{dx}(1-(1-x)^n) = \binom{n}{1} - \binom{n}{2}2x + \dots + (-1)^{n-1} \binom{n}{n} nx^{n-1}$$

0, 1, ...,  $n-1$  volte l'operazione  $x \frac{d}{dx}$ , e si ponga  $x=1$ .

(<sup>1</sup>) Cfr. U. BROGGI, *Su di qualche applicazione dei numeri di Stirling.* « Rend. Ist. Lombardo », vol. LXVI, pagg. 196-201, 1933.