

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

GINO FANO

## Necrologio di Eugenio Bertini

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie  
1, Vol. 12 (1933), n.3, p. 148–156.*

Unione Matematica Italiana

<[http:  
//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1933\\_1\\_12\\_3\\_148\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_3_148_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

## EUGENIO BERTINI

Alle perdite numerose che negli ultimi anni funestarono gli studi matematici in Italia, un'altra assai grave se n'è aggiunta di recente con la morte del prof. EUGENIO BERTINI, avvenuta in Pisa, dopo breve malattia, il 24 dello scorso febbraio. Perdita particolarmente dolorosa a quanti del BERTINI erano stati discepoli o comunque avevano avuto con Lui qualche consuetudine, poichè, se per il valore della Sua produzione scientifica il Suo nome era salito a bella rinomanza così in Italia come fuori, Egli raccoglieva generali sentimenti di affetto e di stima per l'indole Sua modesta, schietta, generosa, e per lo spirito giovanile che sempre Lo animava a sostegno del vero e del giusto.

Era nato a Forlì l'8 novembre 1846, ed aveva frequentato per due anni l'Università di Bologna, seguendovi le lezioni del CREMONA; ma, scoppiata la guerra del 1866, abbandonò la scuola e corse ad arruolarsi con Garibaldi come volontario. Ripresi gli studi, s'iscrisse nell'Ateneo pisano, dove gli furono maestri il BETTI e il DINI, e là conseguì nel 1867 con lode la laurea in matematica, e nel 1868, in qualità di alunno « aggregato » (cioè esterno) di quella R. Scuola Normale Superiore, l'abilitazione all'insegnamento, con una pregevole tesi sui poliedri euleriani, che venne pubblicata nel 1° volume degli « Annali » della Scuola stessa.

Dal 1869 al 1872 insegnò nel Liceo Parini di Milano, poi nel Liceo Ennio Quirino Visconti di Roma; nel 1873 fu nominato straordinario di Geometria descrittiva nell'Università di Roma, dalla quale due anni dopo passò, per concorso, alla cattedra di Geometria superiore nell'Università di Pisa, ottenendovi la promozione ad ordinario nel 1878. Nel 1880, per scambio col DE PAOLIS, si trasferì al medesimo insegnamento nell'Università di Pavia, dove ebbe a colleghi, tra altri, il BELTRAMI e il CASORATI. Morto il CASORATI nel 1890 <sup>(1)</sup> e passato l'anno appresso il BELTRAMI a

(1) Del CASORATI e del CREMONA il BERTINI scrisse belle commemorazioni, pubblicate l'una nei « Rendiconti del R. Istituto Lombardo » del 1892, l'altra nei « Proceedings » della London Math. Society (1904), riprodotta

Roma, il BERTINI nel 1892, cedendo alle sollecitazioni del BIANCHI e del DINI, fece ritorno a Pisa, dove la cattedra di Geometria superiore erasi resa vacante per l'immatura morte del DE PAOLIS; e a Pisa rimase sino al termine dei Suoi giorni.

Educato alla scuola del CREMONA, nel lungo periodo della Sua attività non si scostò dalle vie fondamentali tracciate dal Maestro, ma con grande larghezza di vedute sempre favorì i nuovi indirizzi sorti via via nelle ricerche algebrico-geometriche, recandovi importanti contributi e informandone costantemente il proprio insegnamento.

Preparava con molta cura le lezioni di Geometria superiore, e buona parte dei lavori da Lui dati alle stampe trasse l'occasione da quegli studi preliminari, che Lo inducevano ad allargare il campo delle proprie indagini e ad approfondire le varie teorie che dovevano formare l'oggetto dei Suoi corsi.

Ebbero tale origine alcune brevi Note sulla Geometria della retta; la estesa ed elaborata Memoria (1884) sulla configurazione delle 27 rette e dei 45 piani tritangenti di una superficie cubica; la bella proprietà (1896) che la Cayleyana di una quartica piana generale non possiede altre tangenti multiple che 21 tangenti quaduple (1); le osservazioni (1892) alla *Theorie der Abel'schen Integralen* di C. NEUMANN; il generale procedimento di costruzione del tipo di superficie riemanniana indicato dal LÜROTH (1894); le ingegnose dimostrazioni geometriche della possibilità di ridurre ogni curva piana algebrica (priva di componenti multiple) ad un'altra dotata soltanto di punti multipli ordinari per mezzo di una trasformazione cremoniana (1888), o birazionalmente ad una con soli nodi (1891).

Notissima è la semplice dimostrazione, data dal BERTINI nel 1869 e riportata in vari trattati, del teorema di RIEMANN sull'eguaglianza dei generi di due curve in corrispondenza birazionale.

Poco appresso (1872), partendo da un lavoro del CREMONA, studiò la curva gobba del 4° ordine e 2ª specie, e, riconosciuta l'esistenza di tre « corde principali », ne dedusse una assai semplice rappresentazione parametrica della curva, mediante la quale potè stabi-

con variazioni e aggiunte nel vol. 42 del « Giornale di Matematiche » e di nuovo al principio del 3° volume delle *Opere matematiche* del CREMONA (Milano 1917).

(1) Essa rientra in un'altra trovata vari anni prima dal LAGUERRE, Paris « C. R. », vol. 78 (1874), p. 744; riprodotta nel 2° volume delle *Oeuvres*, Paris 1905, p. 372.

lire nuove proprietà della curva stessa, in particolare che quelle corde concorrono in un punto (4).

A questo lavoro è da avvicinarsi quello del 1881, dedicato alle curve gobbe razionali del 5° ordine, di cui il BERTINI con metodo geometrico assegnò belle proprietà, relative soprattutto alle coniche incontranti la curva in cinque punti.

Ma il campo che per molti anni formò l'oggetto principale delle ricerche del BERTINI, e nel quale Egli segnò l'orma più durevole, fu quello delle trasformazioni cremoniane del piano, specie delle involutorie. Egli per il primo pose il problema della riduzione delle trasformazioni involutorie a tipi mediante trasformazioni cremoniane, e lo risolse (1878-1880), almeno nel caso di involuzioni a punti fondamentali distinti, mostrando che tutte possono ridursi a quattro tipi irriducibili ben determinati. Più tardi (1889) dimostrò con semplici considerazioni geometriche che ciascuno dei quattro tipi dà origine ad una trasformazione doppia, vale a dire ad una involuzione razionale: proprietà sostanzialmente già rilevata dal NOETHER (1878) e stabilita dal LÜROTH in una trattazione algebrica di poco anteriore al lavoro del Nostro.

Nuove proprietà delle involuzioni piane aveva dato il BERTINI alcun tempo prima (1883), e accogliendo il concetto di *classe* proposto dal CAPORALI (numero delle coppie di punti corrispondenti nell'involuzione e posti sopra una retta generica), aveva assegnato la configurazione dei punti fondamentali e una costruzione delle involuzioni di DE JONQUIÈRES e di tutte le involuzioni di prima e di seconda classe.

Altri lavori del BERTINI stanno in una certa connessione con quelli di cui ora si è discorso. In un breve scritto del 1877, mediante una trasformazione involutoria di DE JONQUIÈRES è data una notevole proprietà, con la quale i vincoli esistenti tra i punti di contatto delle tangenti condotte ad una curva d'ordine  $n$  da un suo punto  $(n-2)$ -plo risultano definiti in modo più semplice di quello fornito dalla considerazione della prima polare.

Alla teoria dei sistemi lineari si riferiscono tre Note, rispettivamente del 1882, del 1888 e del 1901. Nella più antica compaiono, per la prima volta in tutta generalità, due teoremi, ora classici, e di uso continuo nelle recenti ricerche di Geometria algebrica: l'uno caratterizza i sistemi lineari riducibili, l'altro afferma che

(4) Contemporaneamente, il LAGUERRE giungeva allo stesso teorema, nella forma duale, con la teoria degl'invarianti: «Nouv. Ann. de Math.», (2) 11 (1872), pp. 319, 337, 418; (2) 12 (1873), p. 55; *Oeuvres*, vol. 2°, p. 281.

la forma generica di un sistema lineare privo di parti fisse non ha punti multipli variabili.

La seconda Nota generalizza per via elementare alcune proprietà delle reti omaloidiche; la terza tratta dei sistemi lineari di grado zero, e contiene, tra altro, una notevole interpretazione geometrica dell'identico annullarsi del jacobiano di  $n$  forme di  $n$  variabili.

Alcuni degli scritti ora ricordati hanno qualche riferimento alla Geometria proiettiva degli iperspazi. A codesti studi il BERTINI si volse più di proposito verso il 1885, in seguito ai magistrali lavori che veniva producendo il SEGRE, con il quale Egli si strinse ben presto di affettuosa amicizia. Espose ripetutamente nelle lezioni le parti fondamentali della teoria, e in parecchie pubblicazioni recò utili complementi alle ricerche del SEGRE sulle omografie, sulle quadriche e sui loro fasci. Inoltre in due Note del 1898 estese agli spazi di  $n$  dimensioni uno studio da Lui compiuto l'anno precedente per  $n=1$  ed  $n=2$ , assegnando tutti i sistemi di ipersuperficie di  $S_n$  aventi le medesime prime polari.

Le lezioni sugli iperspazi svolte dal BERTINI nell'Ateneo pisano furono nel 1899 pubblicate in litografia per cura del Suo discepolo G. SCORZA; e il disegno di quelle lezioni, convenientemente ampliato, diede origine ad un poderoso trattato <sup>(1)</sup>, che contiene, sapientemente elaborati e raccolti in un'esposizione sistematica, tutti i risultati più importanti di cui la Geometria proiettiva iperspaziale si è arricchita negli ultimi decenni.

Ancora per l'impulso del SEGRE il BERTINI verso il 1888 prese ad occuparsi della teoria delle serie lineari sopra una curva algebrica: teoria sulla quale si avevano allora tra noi soltanto alcuni lavori dello stesso SEGRE e del CASTELNUOVO. L'indirizzo intorno a cui meditò più a lungo, facendone sovente oggetto delle proprie lezioni, fu quello inaugurato dalla classica Memoria di BRILL e NOETHER, dove si pone a fondamento la curva piana, e le serie lineari sono segnate su essa dalle sue curve aggiunte. Una Nota del 1890 ha appunto per fine principale di giungere per tale via ad una formola importante che il CASTELNUOVO aveva poco prima stabilita con metodo iperspaziale, e che esprime il limite superiore del genere della curva, quando siano noti l'ordine e la dimensione di una serie lineare appartenente alla curva stessa.

Prescindendo da un breve scritto, nel quale si applicano teo-

(<sup>1</sup>) *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, Pisa 1907, (pp. VI+426); 2<sup>a</sup> ed., Messina 1923, (pp. VIII+517); traduzione tedesca di A. DUSCHKE, Wien 1924.

remi della Geometria sopra una curva alla deduzione di un noto teorema del GEISER sulle curve piane del 4° ordine, i lavori del BERTINI sull'argomento si riferiscono sia al teorema del NOETHER — fondamentale nell'anzidetto indirizzo — che esprime condizioni necessarie e sufficienti per la rappresentazione di una forma ternaria come combinazione lineare di altre due date, sia a questioni strettamente collegate con esso o con le sue estensioni agli iperspazi, particolarmente nell'intento di trasportare alle curve iperspaziali il « teorema del resto ».

Il BERTINI, che in una breve Nota dei « Math. Annalen » (1889) aveva completato in un punto essenziale la determinazione algebrica delle condizioni per la validità del teorema del NOETHER, diede poi (1891) dell'argomento stesso una trattazione semplice e metodica, condotta per via puramente algebrica e arricchita di nuove importanti proprietà.

Come continuazione e applicazione di essa può considerarsi la monografia del 1894, nella quale la Geometria delle serie lineari è sistematicamente esposta secondo l'indirizzo di BRILL e NOETHER, ma con vari complementi e perfezionamenti, in parte desunti da una corrispondenza col NOETHER e col SEGRE.

È grande merito del BERTINI avere apprezzato, col SEGRE, tutta l'importanza dell'opera dei due Autori tedeschi e averne diffuso la conoscenza tra noi.

Nel 1926 Egli dovette abbandonare la cattedra per aver raggiunto i limiti di età, ma continuò sino al 1931, come corso libero, le lezioni complementari di Geometria proiettiva che già da vari anni impartiva nell'Università di Pisa. Frutto di siffatta attività, sorprendente in una persona di età così avanzata, fu la pubblicazione di un libro <sup>(1)</sup> inteso, scrisse Egli stesso, « a risolvere il problema di stabilire un opportuno anello di congiunzione fra gli studi geometrici del primo biennio e il corso di « Geometria superiore ». È un'opera oltremodo suggestiva per la varietà degli argomenti che contiene, trattati con metodo ora algebrico ed ora puramente geometrico e in quella forma lucida e stringata che distingue tutte le scritture del BERTINI. Per la sua solida struttura e il savio eclettismo ond'è concepita, essa rispecchia fedelmente le belle qualità che rendevano preziose le lezioni del compianto Maestro, e pone altresì nella luce più viva quanto in Lui fossero forti l'attaccamento alla scuola e l'aspirazione ad imprimere all'insegnamento matematico un indirizzo elevato.

(1) *Complementi di geometria proiettiva*, Bologna 1928. (pp. VIII+361).

Con questa pubblicazione il BERTINI chiuse nobilmente la Sua lunga operosa giornata. Nella storia della scienza il Suo nome resterà come quello di un geometra di singolare finezza, che in campi svariati seppe recare contributi importanti e duraturi. Il ricordo di Lui e delle Sue elette virtù sarà perennemente scolpito nel cuore degli amici, dei colleghi, dei discepoli, ai quali Egli fu esempio costante di alto sentire e di serena dedizione ad ogni dovere.

LUIGI BERZOLARI

---

## ENRICO D'OIDIO

Il 21 Marzo u. s. mancava ai vivi in Torino ENRICO D'OIDIO. Da molti anni era il decano dei matematici italiani; benchè alla vigilia di compiere i 90 anni, si era sempre conservato in condizioni fisiche e intellettuali ottime, e a Torino interveniva quasi sempre alle sedute dell'Accademia delle Scienze e alle pubbliche cerimonie.

Era nato a Campobasso l'11 agosto 1843, da famiglia di noti sentimenti liberali; e in quella città aveva percorsi gli studi classici, nel Collegio Sannitico. Trasferitosi poi colla famiglia a Napoli, trovò in ACHILLE SANNIA un maestro amoroso, che lo accolse nel suo studio privato, e lo preparò al concorso di ammissione alla Scuola di Ponti e Strade. Frequentò questa per qualche tempo; poi, trascinato dalle brillanti lezioni universitarie di BATTAGLINI, FERGOLA, DEL GROSSO, PADULA, si dedicò alla carriera scientifica. Già i primi volumi del « Giornale di Matematiche » contengono brevi sue Note sui determinanti, sulle coniche, sulla sviluppabile del 5° ordine costituita dalle tangenti di una quartica di prima specie con cuspidi. Insegnò in quegli anni al R. Liceo Principe Umberto, e algebra alla R. Scuola di Marina. Il 7 aprile 1868 la Facoltà di Scienze di Napoli, dietro sua domanda, gli concedeva la laurea in Matematica *ad honorem*, cioè con dispensa da ogni ulteriore prova d'esame, giudicando ampiamente sufficienti le prove già sostenute e i titoli didattici e scientifici presentati. Nel 1869, dopo che fu prescritto nelle nostre Scuole classiche l'uso degli « Elementi » di EUCLIDE, il D'OIDIO pubblicava, col nome anche del SANNIA, che volle con lui dividerne la responsabilità, gli « Elementi di geometria », che ebbero posto cospicuo fra i nostri libri di testo, e 14 successive edizioni.

Nel 1872 ENRICO D'OIDIO vinceva il concorso per la Cattedra di Algebra e Geometria analitica nell'Università di Torino: si

iniziava così il periodo della Sua vita torinese (46 anni di insegnamento universitario, e 15 come professore emerito) durante la quale Egli fu costantemente (e da principio era certamente utile e opportuno!) fattore di coesione fra mezzogiorno e settentrione, contributo efficace, nella sua cerchia, all'unità nazionale. Nel pieno vigore dell'ingegno e dell'attività, emerse subito fra i colleghi matematici, che pur comprendevano illustrazioni della scienza, fra altri ANGELO GENOCCHI e FRANCESCO SIACCI; si legò con valenti colleghi di altre Facoltà; e anche nel cenacolo artistico, in cui primeggiavano allora EDMONDO DE AMICIS e GIUSEPPE GIACOSA, trovò ambiente conforme alla sua molteplice e ovunque profonda cultura.

A Torino ENRICO D'OVIDIO ebbe anche il periodo (circa 20 anni) della sua più intensa e importante operosità scientifica. Nel giro di pochi anni, dal 1868 al 1872, erano divenuti patrimonio generale dei geometri i lavori di LOBACEVSKI, BOLYAI, RIEMANN sulla geometria non euclidea, rimasti sino allora pressochè sconosciuti (quello di RIEMANN anzi inedito); la Memoria di CAYLEY sulla metrica proiettiva, che F. KLEIN sviluppò ulteriormente, perfezionò, e coordinò coi lavori sopracitati; infine l'idea geniale di PLÜCHER, di considerare nello spazio anche la retta come elemento fondamentale, generatore di figure (complessi di rette, congruenze...). Un gruppo importante di lavori del D'OVIDIO è dedicato appunto alla metrica proiettiva euclidea e non euclidea, con particolare riguardo ai complessi e congruenze di rette e ai sistemi lineari di complessi; argomenti trattati con tutta l'abilità e l'eleganza di formule che il suo vivace ingegno meridionale e il suo senso artistico potevano e dovevano ispirargli. Acquisito alla scienza con CLEBSCH e JORDAN (1875), in modo più preciso che dianzi, il concetto di spazio a più dimensioni, il gruppo dei lavori anzidetti culminò, tenendo conto anche di quest'ultima generalizzazione, nella Memoria: *Le funzioni metriche fondamentali negli spazi di quante si vogliano dimensioni e di curvatura costante* (« Acc. Lincei », 1877), di cui un sunto fu anche pubblicato nei « Mathem. Annalen ». Questa Memoria estende agli iperspazi molte nozioni di geometria proiettiva, l'uso del principio di dualità, nonché la metrica proiettiva di CAYLEY-KLEIN e varie precedenti ricerche del D'OVIDIO; con essa la geometria proiettiva degli iperspazi prese in Italia la sua sede principale, preparandovi gli sviluppi ulteriori di G. VERONESE e di C. SEGRE.

Un altro gruppo notevole di lavori è dedicato alle forme binarie, la cui teoria, colla relativa notazione simbolica, aveva trovato nel decennio 1850-60 stabile assetto, ad opera principalmente dei mate-

matici inglesi SYLVESTER, CAYLEY, SALMON, ed era stata ulteriormente sviluppata da CLEBSCH e GORDAN. Restavano tuttavia da approfondire le relazioni che intercedono tra le diverse formazioni invariative di una o più forme di dati gradi, e da studiare questioni singole che presentavano interesse: il D'OIDIO si occupò ad es. di particolari sistemi di due forme binarie; delle forme di 5° grado, determinando le formazioni invariative che si annullano, o si annullano identicamente quando la corrispondente equazione di 5° grado ha una radice almeno tripla, oppure due distinte radici multiple; e di quelle di 6° grado, per quanto concerne il covariante Steineriano, e le mutue spinte tra le forme costituenti il sistema completo. Notevole è pure la dimostrazione (1877) che le funzioni intere omogenee dei coefficienti e delle variabili di una o più forme, il cui annullarsi è indipendente da sostituzioni lineari sulle variabili, devono riprodursi in ogni sostituzione a meno di una potenza del modulo di questa.

La notazione simbolica delle forme binarie fu da Lui anche applicata allo studio geometrico della cubica sghemba e di figure proiettivamente legate a questa curva; per es. rigate quadriche passanti per 3 tangenti o per 3 corde della cubica, e i complessi delle rette che si appoggiano a 4 tangenti della cubica i cui punti di contatto formano gruppo armonico o equiarmonico.

Del suo insegnamento universitario di geometria analitica e dell'elegante maneggio di formole cui esso era in molte parti informato, rimane testimonio eloquente e duraturo il trattato di tale disciplina, che, pubblicato gradualmente in tre parti (coniche, 1876; quadriche, 1883; teoria analitica delle forme geometriche fondamentali, 1885), ebbe nuove edizioni e rifacimenti nel 1896, 1903, e 1912.

A Torino il D'OIDIO — che tenne pure l'incarico della Geometria Superiore dal 1876 al 1888, e dell'Analisi Superiore dal 1888 al 1906 — seppe avviare la graduale costituzione di una Scuola Matematica che, continuata e sviluppata ulteriormente da CORRADO SEGRE, egli stesso allievo del D'OIDIO, portò questa Facoltà, in breve volger d'anni, a uno dei primi posti in Italia. Riconosceva il D'OIDIO di essere stato fortunato negli allievi; ma il primo merito spetta indubbiamente al Maestro, che seppe discernere gli allievi migliori, indirizzarli, col consiglio, innamorarli delle ricerche originali in modo da farne dei futuri scienziati. Tra i primi fu GIACINTO MORERA (1878-79), che già aveva conseguito il diploma di ingegnere, e restò nella carriera scientifica. E dopo che a Torino fu istituito un posto di assistente per gli esercizi di algebra e geometria analitica, il D'OIDIO volle

sempre conferirlo, possibilmente, al migliore laureato, facendone così un ufficio particolarmente ambito. Lo tenne nel 1879-80 FRANCESCO GERBALDI; poi dal 1880 al 1883 GIUSEPPE PEANO, e nel 1883-84 CORRADO SEGRE, divenuti entrambi, al pari del MORERA, colleghi di Facoltà del D'OVIDIO, e prima di Lui scomparsi; dal 1884 al 1886 GINO LORIA; dal 1887 al 1891 GUIDO CASTELNUOVO, laureato a Padova, la cui produzione scientifica prese in questo periodo, col D'OVIDIO e col SEGRE, l'indirizzo decisivo; nel 1892-93, lo scrivente; più tardi, dal 1900 al 1902, S. E. FRANCESCO SEVERI; dal 1902 al 1913 il nipote GUSTAVO SANNIA (laureato a Napoli), egli pure già scomparso.

Fu Preside della Facoltà di Scienze nel 1879-80; Rettore dal 1880 al 1885, e di nuovo Preside della Facoltà dal 1893 al 1907. Lasciò quest'ultimo ufficio perchè nominato R. Commissario del Politecnico di Torino, del quale fu poi Direttore fino al 1922, insegnandovi altresì geometria analitica e proiettiva, per incarico, dal 1908 al 1918. Appartenne a tutte le principali Accademie Italiane; al Consiglio Superiore della P. I. per due quadrienni; al Senato dal 1905.

Dinanzi alla memoria del Maestro, dello Scienziato, del Cittadino, ci inchiniamo riverenti. Nella mente e nel cuore dei numerosi discepoli, dovunque essi si trovino, sarà sempre viva e parlante la Sua immagine buona e paterna.

*Torino, 30 Aprile 1933-XI.*

GINO FANO

