
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MARGHERITA PIAZZOLLA-BELOCH

Sulla “circolazione,, di una curva sghemba di indice massimo, avente il massimo numero di circuiti

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 12 (1933), n.3, p. 146–147.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_3_146_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_3_146_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Sulla "circolazione", di una curva sghemba di indice massimo, avente il massimo numero di circuiti.

Nota di MARGHERITA PIAZZOLLA-BELOCH (a Ferrara).

Sunto. - *L'A. dimostra che ogni curva sghemba di ordine n , e di indice massimo, (ossia $= n - 2$), avente il massimo numero di circuiti, ha la « circolazione » uguale all'indice.*

1. Estendendo il concetto di « circolazione » ⁽¹⁾ alle curve sghembe d'ordine n (anche *non* algebriche), dirò *circolazione* il minimo numero di punti reali che una data curva C ha in comune con una superficie d'ordine dispari.

2. Ricordiamo che, data una curva C , si dice *ordine* (reale) della curva il massimo numero di punti reali comuni alla curva C e ad un piano generico; si dice *indice* della curva il minimo numero di punti reali comuni alla curva C e ad un piano generico ⁽²⁾.

Dicendo n l'ordine della curva, i l'indice e c la circolazione, si avrà evidentemente

$$(1) \quad 0 \leq c \leq i \leq n - 2.$$

3. Ricordiamo inoltre la distinzione dei circuiti ⁽³⁾ in *pari* e *dispari* secondo che essi segano un piano generico in un numero pari o dispari di punti ⁽⁴⁾, e la distinzione delle superficie in *pari* e *dispari* secondo che esse segano una retta generica in un numero pari, o dispari di punti. Un circuito dispari sega una superficie dispari in un numero dispari di punti, un circuito pari sega qualunque superficie pari o dispari in un numero pari di punti.

4. Nella presente Nota dimostro che *ogni curva sghemba di ordine n e indice massimo, ossia $= n - 2$, avente il massimo numero di circuito, ha la « circolazione », uguale all'indice.*

⁽¹⁾ Introdotto da CHARLOTTE ANGAS SCOTT, *On the circuits of plane curves*, (« Trans. Amer. Math. Soc. », 3, 1902, pp. 388-398) e recentemente investigato dal BRUSOTTI per ciò che riguarda i poligoni del piano proiettivo (v. LUIGI BRUSOTTI, *Sui poligoni del piano proiettivo aventi circolazione massima*, (« Rend. R. Ist. Lombardo », vol. LXVI, 1933).

⁽²⁾ V. CH. A. SCOTT, loc. cit.

⁽³⁾ Intesi nel senso proiettivo.

⁽⁴⁾ Cfr. G. C. von STAUDT, *Geometrie der Lage*, § 12.

5. Possiamo intanto osservare che una curva sghemba C di indice massimo non potendo avere piani bitangenti ⁽¹⁾ non possiede alcun circuito (pari) situato tutto a distanza finita. Tutti i circuiti della curva dovranno quindi segare il piano all'infinito in punti reali, e precisamente ogni circuito dispari in almeno un punto reale, e ogni circuito pari in almeno due punti reali. Il numero dei circuiti sarà quindi massimo se la curva si compone di $n - 2$ circuiti dispari ⁽²⁾.

Ora una superficie d'ordine dispari sega ogni circuito dispari in almeno un punto reale; segnerà quindi la curva data C , che si compone, come abbiamo visto, di $n - 2$ circuiti dispari, in almeno $n - 2$ punti reali, e ciò prova che la « circolazione » è certamente maggiore od uguale a $n - 2$

$$c \geq n - 2$$

Confrontando con la disuguaglianza (I) si ha esattamente

$$c = n - 2$$

e con ciò resta provato il teorema.

⁽¹⁾ Cfr. C. JUEL, *Die gewundenen Kurven vom Maximalindex auf einer Regelflaeche zweiter Ordnung*. (« D. K. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter », serie 8^a, vol. II).

⁽²⁾ Per l'esistenza effettiva di tali curve cfr. HANS MOHRMANN, *Ueber algebraische und nichtalgebraische gewundene Kurven n^{ter} Ordnung vom Maximalindex*. (« Math. Ann. », Bd. LXXVIII).

Il prof. GUIDO VOGHERA di Trieste fa notare che la formula (III) data dal dott. T. SALVEMINI (questo « Bollettino », T. XII, fasc. 1, p. 26) non è nuova. Essa si trova, p. es., nel noto *Lehrbuch der Kombinatorik* di NETTO, pag. 249 dell'edizione del 1901.