UMI

Recensioni

* E. P. Lane: Projective Differential Geometry of Curves and surfaces (Enea Bortolotti)
* R. Risser: Applications de la statistique à la Démographie et à la Biologie (B. Tedeschi)
* Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna. Editi da Federigo Enriques. Libro X (Ettore Bortolotti)
* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **12** (1933), n.2, p. 97–107.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_2_97_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1933.

RECENSIONI

E. P. LANE: *Projective Differential Geometry of Curves and surfaces.* The University of Chicago Press, 1932, pagg. XI+321.

L'A. si è proposto, in quest'opera, di organizzare un'esposizione delle ricerche che sono state finora svolte, con indirizzi svariati, nei varî campi della Geometria proiettiva differenziale; esposizione limitata, come la vastità della materia rendeva indispensabile, a qualche elemento fondamentale delle varie teorie, con accenni ai varî modi di trattazione per esse adottati dai precedenti Autori.

Senza dubbio dare unità e organicità allo sviluppo di un materiale così vasto e spesso eterogeneo non era cosa facile, e non fa meraviglia se accade di notare qualche ineguaglianza nella trattazione. Non sempre persuade la scelta e l'ordinamento della materia: particolarmente per le nozioni, sparse qua e là, di geometria proiettiva differenziale iperspaziale, che non sembrano rispondere a un piano organico.

Pure il lavoro ha caratteristiche proprie, e pregi che vanno riconosciuti: gli sviluppi sono condotti in genere con scioltezza e in modo concettualmente semplice ed elementare; forse anche troppo elementare, come quando l'A. spiega perfino che cosa sono le coniche, le cubiche piane e gobbe, i sistemi nulli, le forme dello spazio rigato, ecc.. Nulla di male in questo: ma invece in varî punti ove s'incontrerebbero difficoltà, almeno formali ben più elevate, l'A. spesso elimina gli sviluppi, richiamandosi a trattati più vasti.

L'esposizione è in genere accurata e precisa (¹); riescono oppor-

(¹) Si notano veramente alcune inesattezze (ad es. a p. 75, a proposito del contatto fra una superficie algebrica e una superficie analitica) e qualche ingenuità (come a p. 121, ove si dice che è « more fruitful », in un iperspazio, definire un doppio sistema coniugato con la condizione che le tangenti alle linee di ciascun sistema lungo una linea dell'altro sistema formino una rigata sviluppabile, anzichè con l'altra, che le sue linee separino armonituni in complesso, per quanto qualche volta un pò vaghi e generici, i cenni che all'inizio di ciascun capitolo e di ciascuna sezione l'A. costantemente premette sul contenuto. Egli ha anche cercato di aggiornare la sua trattazione, tenendo conto di ricerche recenti: sostanzialmente quelle contenute nell'Indice Bibliografico, che, come l'A. stesso avverte, non è completo.

L'opera può riuscire utile come preparazione alla lettura di trattati più completi e profondi. Sul suo contenuto diamo ora indicazioni più precise.

Il Cap. I è dedicato alle *curve*; dopo alcune generalità sulle curve di S_n, svolte secondo il metodo di WILCZYNSKI, l'A. si sofferma sullo studio delle curve di S_2 ed S_3, condotto al modo di HALPHEN, indicando i principali elementi geometrici invarianti e gli sviluppi canonici che vi si collegano.

Nel Cap. II l'A. premette alcuni primi elementi sulle *superficie* di S_n, passa a un cenno sulle *rigate sviluppabili* e si ferma più a lungo sulle *rigate* di S_n in generale: introducendo la nozione di spazio $S(k, r)$ osculatore secondo il BOMPIANI, dando gli elementi della teoria analitica di WILCZYNSKI, studiando poi abbastanza ampiamente gli enti geometrici fondamentali: asintotiche, quadriche osculatrici, curve e trasformazioni flecnodali, complesso lineare osculatore, linee quasi-asintotiche.

Di ampiezza maggiore è, come l'argomento richiedeva — e francamente ritengo che lo si sarebbe preferito ancora più ampio — il Cap. III, relativo alle *superficie nello spazio ordinario*. Allo sviluppo di questo argomento è premesso un cenno comparativo sui metodi di WILCZYNSKI e di FUBINI; non appare però posta nella sua vera luce l'essenza del metodo di FUBINI, basato soprattutto sull'introduzione di *forme differenziali* invarianti (che l'A. qui appena accenna, e più esplicitamente ricorda, ma come cosa secondaria, molto più innanzi, nel Cap. VIII [1]). L'A. anzitutto studia le *equazioni fondamentali*, giungendo per esse alla forma canonica

camente le tangenti asintotiche; mentre si sa, *e l'A. stesso rammenta*, che, esclusi casi particolarissimi, in uno spazio a più di tre dimensioni se una superficie ha asintotiche ne ha un solo sistema, e non ha sistemi coniugati).

[1] Ved. pp. 289-292. Oltre tutto, di questi enti (e dell'elemento lineare proiettivo) l'A. si serve effettivamente nel Cap. III, per introdurre le geodetiche proiettive (p. 102) e le pangeodetiche (p. 106). È strana l'incertezza dell'A. circa la data e il contenuto del lavoro di FUBINI ove del suo metodo si rintraccia l'origine. (Ved. p. 65. Il lavoro è: *Definizione proiettivo-differenziale di una superficie.* « Atti Accad. Torino », vol. 49, 1913-14, pp. 786-802).

del FUBINI, e introduce il riferimento locale del FUBINI. Indi svolge con una certa ampiezza e precisione di sviluppi lo studio degli elementi geometrici fondamentali, dalle curve e quadriche di DARBOUX alle principali rette dei due fasci canonici, al cono di SEGRE, al tetraedro di DEMOULIN. L'A. si sofferma in modo particolare sulle *congruenze reciproche* secondo GREEN, sulle congruenze *coniugate* e *armoniche* alla superficie secondo FUBINI, che ne sono un caso particolare, sui *sistemi assiali* del BOMPIANI (che egli chiama « union curves » secondo P. SPERRY) e su altri sistemi che inesattamente chiama *sistemi planari* del BOMPIANI (i quali effettivamente divengono sistemi planari nell'interpretazione iperspaziale sulla Q_4^2 delle rette in S_5).

Non completamente aggiornata è, nel Cap. IV, l'esposizione sui *sistemi coniugati*; ove accanto ai risultati classici e ad altri di BOMPIANI, TZITZÉICA e WILCZYNSKI si sarebbe veduto volontieri qualche cosa sugli sviluppi recenti di quella che il BOMPIANI chiama *geometria dell'equazione di* LAPLACE.

Già nel Cap. IV aveva trovato luogo, naturalmente, lo studio delle trasformazioni di LAPLACE e di LEVY; più in generale alle *trasformazioni delle superficie* è dedicato il Cap. V. Non è ben chiaro quale criterio abbia consigliato all'A. di far precedere dallo studio della « trasformazione fondamentale » (F) di JONAS ed EISENHART, e di un caso particolare (la trasformazione di KOENIGS) la *teoria generale delle trasformazioni fra superficie*, che comprende noti risultati di BOMPIANI e di CECH di carattere affatto diverso da quello dei precedenti sviluppi: i quali poi riprendono, con lo studio di un'altra trasformazione F, quella di RIBAUCOUR. Segue la rappresentazione iperspaziale delle superficie di S_3 considerate nello spazio rigato, con interessanti applicazioni alla geometria proiettiva differenziale di quelle superficie, e si espongono risultati di FUBINI ed altri più recenti di TERRACINI sulle congruenze W.

Il Cap. VI, *Applicazioni metriche ed affini*, mantiene meno di quanto il titolo sembrerebbe promettere: si tratta in sostanza di note relazioni, già esposte nel libro di TZITZÉICA (1), fra le reti coniugate e le linee di curvatura, cui si aggiungono alcune interpretazioni metriche di enti della geometria proiettiva differenziale delle superficie ed altri risultati di portata secondaria, riguardanti superficie particolari pure studiate da TZITZÉICA con l'ausilio della rappresentazione differenziale nello spazio affine E_3.

(1) *Géométrie différentielle projective des réseaux*. Bucarest-Paris, 1924, pp. 213 e seg..

Gli ultimi Capitoli sono, nell'intendimento dell'A., di carattere complementare: il VII (*Superficie e Varietà*) contiene alcuni elementi dello studio differenziale proiettivo delle superficie di S_n e delle varietà luogo di spazi lineari; insieme a risultati noti di DEL PEZZO e di SEGRE — che pel loro carattere assai più opportunamente avrebbero potuto figurare *all'inizio* di uno studio proiettivo differenziale degli iperspazi che non quali « ulteriori sviluppi » — vi trovano posto altri, di più lieve portata, di Autori americani e in particolare dello stesso A.. Nel Cap. VIII si ha una *miscellanea* di argomenti svariati che non erano stati compresi nei Capitoli precedenti: in particolare, un cenno sul metodo di FUBINI per le superficie e su quello di WILCZYNSKI per le congruenze di S_3.

Gli *Esercizi* numerosi che seguono ciascun Capitolo sono anche essi pressochè tutti di carattere complementare: di interessanti risultati anche assai recenti, non compresi nel testo, vi si trova l'enunciato, accompagnato da un opportuno riferimento bibliografico.

ENEA BORTOLOTTI

R. RISSER: *Applications de la statistique à la Démographie et à la Biologie.* Paris, Gauthier-Villars, 1932, pagg. X+255.

L'argomento trattato in questo fascicolo, terzo del Tomo terzo della raccolta « E. Borel », *Traité du Calcul des probabilités et de ses applications*, è la continuazione di quello svolto nel fascicolo quarto del Tomo primo dal titolo: *Les principes de la statistique mathématique* di RISSER e TRAYNARD.

Le applicazioni alla scienza demografica sono trattate nella prima e nella seconda parte; la terza parte è dedicata ai problemi biologici e l'ultima parte costituisce quasi un'appendice nella quale si considerano da un punto di vista rigoroso i metodi di perequazione.

La prima parte si suddivide in due grandi Capitoli: quello sulla morbidità e quello sulla invalidità. Il primo comincia con una elencazione delle più importanti tavole di morbidità (fra le quali sono messe in rilievo quella inglese basata sull'esperienza delle Friendly Societies e quelle austriache delle Casse obbligatorie per ammalati) e seguita con la citazione dei tentativi fatti, in base ai dati delle statistiche, per calcolare, nei riguardi della morbidità, le funzioni analoghe a quelle biometriche con il noto metodo di M. QUIQUET [1]. Fra gli « attuariani » calcolati, l'A. sceglie quelli

[1] Vedi ad esempio BROGGI, *Matematica attuariale*, Hoepli 1906, pagina 121 e seg..

che meglio si adattano a rappresentare il decorso della morbidità giungendo a formule analoghe a quelle di GOMPERTZ e MAKEHAM e fra queste si sofferma sulla $f(x) = k \cdot s^x \cdot g^{\overline{c+x}^{\,1}}$ calcolando in base ad essa il « fattore di riduzione » di KINKELIN con l'ausilio delle funzioni di « Bessel ». Tratta quindi del metodo generale esposto dal MOSER al Congresso di Stoccolma per rappresentare analiticamente, in funzione del tempo, il numero degli appartenenti ad un dato gruppo che hanno una determinata caratteristica, conseguenza di un fenomeno di cui si conosce la frequenza. Chiude il Capitolo con una dissertazione sulle difficoltà che si incontrano nello studio della morbidità.

Il secondo Capitolo è introdotto, analogamente al primo, con la citazione delle più importanti Tavole di invalidità anche in combinazione con la morbidità e con la sopravvivenza: fra le più recenti ha il posto d'onore quella di LÉON MARIE che considera oltre all'entrata in invalidità, anche la mortalità degli invalidi in funzione dell'età e della durata dell'invalidità. Segue una breve esposizione dei metodi usati per formare le Tavole. Speciale rilievo è dato al problema della ricerca analitica della probabilità di ritorno all'attività e alla ricerca del tasso di mortalità tenendo conto dell'età degli invalidi e del tempo trascorso dall'inizio dell'invalidità. Questi problemi, già ricondotti dall'A. alla risoluzione di equazioni integro-differenziali, sono esposti nella forma generale più recente dovuta a E. SCHOENBAUM. Si fa uso delle equazioni di VOLTERRA risolte col moltiplicatore indeterminato introdotto da PICARD e dell'equazione di RICCATI. Sotto ipotesi ancor più restrittive basta una semplice integrazione per trovare la probabilità di divenire invalido all'età x. Anche in questa ipotesi però si è ben lungi dal conoscere l'andamento delle funzioni postulate. Segue, ed a parer mio è uno dei punti più salienti del libro, una interessante generalizzazione dei problemi fin qui trattati; si vogliono cioè esprimere nella forma più generale le probabilità per un individuo di appartenere ad un gruppo caratterizzato dai fenomeni $i = (1, 2, 3, \dots n)$, noti che siano i tassi istantanei relativi all'uscita dal gruppo per il subentrare di un fenomeno o al reingresso nel gruppo per la cessazione del fenomeno. Anche questo problema è ricondotto alla risoluzione di un'equazione integrale del tipo di VOLTERRA di seconda specie. Nella seconda sezione del Capitolo sono trattati i metodi usuali per il calcolo pratico delle probabilità di morte e di sopravvivenza per invalidi e per sani e quelle per un sano di morire invalido e per un invalido di ritornare attivo. Vengono quindi esposti i metodi per la costruzione delle « Tavole di invalidità » in base alle probabilità calcolate.

La seconda parte del libro consta di tre Capitoli. Nel primo si calcola coi metodi classici il tasso istantaneo di mortalità direttamente dai dati forniti dall'esperienza e ciò: *a)* in base alle statistiche dei decessi; *b)* in base alle statistiche delle nascite combinate con quelle dei decessi, dando una esposizione molto sintetica e ben fatta della teoria formale della popolazione. Nel Capitolo successivo si passa a trattare un terzo metodo ponendo a base di esso le statistiche delle nascite, quelle dei decessi ed il controllo con i censimenti. Il metodo viene illustrato con il trattamento particolareggiato dei dati statistici del censimento francese del 1901 elaborato in parte dall'A.. La trattazione, molto diffusa, è perfetta; si desidererebbe forse talora la discussione teorica dei problemi riguardanti le statistiche della popolazione come si trovano nel classico trattato dello KNIBBS e si preferirebbe piuttosto un confronto sintetico fra i risultati di statistiche analoghe successive fino ai tempi più recenti, argomento che viene relegato in un brevissimo paragrafo.

Il terzo Capitolo, molto interessante, studia la possibilità di rappresentare il numero dei viventi della popolazione francese calcolato con il metodo suesposto con la legge di MAKEHAM. Ricercate le costanti coi metodi di KING e di HARDY e trovate con formule analitiche le « precisioni » di esse, si deduce che la formula di MAKEHAM si adatta soltanto per gli individui che hanno più di 23 anni di età. Sono ancora esposte e discusse due formule più recenti: quella dovuta a THIELE per il logaritmo del numero dei viventi e quella dovuta a OLTREMARE per il logaritmo della probabilità di vita. Il calcolo delle costanti che figurano in queste funzioni è dovuto in parte all'A. ed è più semplice di quello delle costanti della formula di MAKEHAM. I tassi derivati dalle formule corrispondono sufficientemente a quelli brutti.

La terza parte è una trattazione sintetica, magistralmente condotta, della teoria delle associazioni biologiche formate di categorie di individui in lotta fra loro per l'esistenza. La parte analitica è svolta nella forma ormai classica datale dal VOLTERRA, leggermente sintetizzata in modo da metterne in evidenza con grande chiarezza le idee fondamentali ed il metodo. Segue un breve cenno sulla teoria più generale delle associazioni biologiche conservative e dissipative, sull'influenza degli stadi passati dalle razze nei riguardi dell'evoluzione presente e futura e sulla legge delle fluttuazioni. I risultati delle considerazioni fatte vennero verificati, con buon esito, sui dati della pesca nell'Adriatico.

La teoria matematica di VOLTERRA, con le dovute modificazioni, viene quindi applicata dall' A. allo studio dei parassiti entomofaghi secondo il metodo di V. R. THOMSON (pur ricordando i nomi di ROSS e LOTKA).

La quarta parte consta di due Capitoli dei quali il primo, che è il più importante, tratta della perequazione dei dati statistici. Il noto sviluppo in serie a coefficienti indeterminati attribuito a CAUCHY, in prima approssimazione si riduce alla ricerca di un baricentro ed in seconda approssimazione viene svolto con l'aiuto degli operatori Δ di CAUCHY e si dà anche la formula per l'errore quadratico medio per osservazioni di precisione costante. L'A. ne fa un'importante applicazione allo studio della mortalità nel periodo 0 ⊢ 1 anno di età con la formula $l(n) = 1000 - A\sqrt[3]{n} + nB$ (n essendo il numero dei mesi). I prossimi paragrafi sono dedicati ad una esposizione dettagliata della generalizzazione del metodo di CAUCHY esposta la prima volta da E. CARVALLO trattando la legge della doppia rifrazione e completata più tardi dall' A. Il vantaggio di questa sta nella fusione del metodo di CAUCHY coi metodi dei minimi quadrati. Si discute quindi in terza approssimazione il caso in cui le singole osservazioni non abbiano più la stessa precisione introducendo nei singoli termini i moltiplicatori $\sqrt{h_i}$ e dimostrando due teoremi fondamentali della teoria. Si calcolano col metodo di LEGENDRE gli errori quadratici medi di una funzione generale dati gli erreri quadratici medi della variabile indipendente determinati col metodo di CAUCHY e si svolge un esempio numerico trattato con i varî metodi esposti e con il metodo dei minimi quadrati. L'A. continua esponendo in succinto il metodo di TCHEBYCEFF consistente nell'applicazione del metodo dei minimi quadrati alla formula di CAUCHY calcolando successivamente le varie approssimazioni ed il metodo di GRAM, variante originale del metodo di TCHEBYCEFF applicata alle esperienze di CHAUVEAU sull'energetica muscolare. L'argomento viene chiuso con la rappresentazione dei coefficienti di TCHEBYCEFF a mezzo di uno sviluppo in frazione continua dovuta a POINCARÉ e con l'estensione del metodo a problemi riguardanti osservazioni di peso diverso e con l'applicazione a gruppi di dati statistici: degno di nota la determinazione del tasso di mortalità fra 0 e 25 anni di età a mezzo di un polinomio di terzo grado secondo il metodo di TCHEBYCEFF.

Nel secondo Capitolo, eccettuato l'ultimo paragrafo dedicato alla perequazione grafica, è trattato il problema della perequazione meccanica, citando la formula di WITTSTEIN, i metodi di WOOLHOUSE e di KARUP con la generalizzazione di HIGHAM. Quest'ultima è seguita da interessanti osservazioni. Si espongono quindi formule analoghe a quelle di WOOLHOUSE, però di tipo più generale, dovute ad ACHARD e poste in forma originale dall'A. e segue una critica molto interessante sulla scelta dei varî metodi illustrando il tutto con l'esempio della perequazione delle Tavole della popolazione francese 1901 eseguita in modo particolare da MARCH col metodo di SPRAGUE leggermente modificato e criticato dall'A.

B. TEDESCHI

Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna. Editi da FEDERIGO ENRIQUES. Libro X. Traduzione di MARIA TERESA ZAPELLONI, Note di RUTH STRUIK. (Volume 10° della Collezione per la Storia e la filosofia delle Matematiche, promossa dall'Istituto Nazionale per la storia delle scienze, Roma 1933).

La pubblicazione integrale degli *Elementi di Euclide* era vivamente desiderata, perchè le edizioni che si hanno alle mani presentano tutte la grave lacuna proveniente dalla soppressione dei libri aritmetici, ed anche per i rimanenti, sono ben lungi dal rispondere ai requisiti che si richiedono nella pubblicazione di una opera classica di tale importanza.

La presente edizione è in tutto degna delle nostre migliori tradizioni umanistiche. Il testo è stato ricondotto alla più sicura lezione con la traduzione diretta dal greco nella edizione critica dell'HEIBERG; nella interpretazione si è tenuto conto dei classici commenti di matematici italiani medioevali e del rinascimento, di quelli più recenti, e delle discussioni che la critica moderna ha sollevato sui principî e sui metodi; ma la costruzione dell'opera è fatta sopra disegno originale, tracciato allo scopo di « *far valere* « *una veduta del progresso geometrico in connessione cogli sviluppi* « *più elevati della Scienza, per una più vasta comprensione della* « *continuità del pensiero scientifico* ».

Con la scorta di tale guida lo studio dell'opera del grande alessandrino potrà essere fatta direttamente su la fonte, e ad essi, meglio che a manuali frettolosamente compilati, potranno i docenti attingere le nozioni storiche, che l'indirizzo moderno dei nostri ordinamenti scolastici richiede per l'insegnamento della scienza.

L'Aritmetica dei numeri razionali ha nei libri 7°, 8°, 9°, una sistemazione logica, che, liberata dalle forma arcaiche e dalla veste geometrica, non appare sostanzialmente diversa da quella che si riscontra in moderni trattati. Il Libro X°, che tratta degli irrazionali quadratici, è sempre stato considerato come il più difficile fra quelli degli Elementi; ma, fino a tempi a noi non lontani, è stato studiato con particolare attenzione, e, tradotto in linguaggio aritmetico, ha fornito ai matematici del medioevo e del rinascimento i fondamenti del calcolo dei radicali. Mentre poi, dal punto di vista qualitativo, collo svelare la struttura aritmetica del corpo risultante dalla aggiunta di radicali quadratici al campo assoluto di razionalità, mostrava l'intimo fondamento della risolubilità delle equazioni quadratiche.

La materia contenuta nel Libro X, lo spirito onde esso è animato, fornivano a LEONARDO PISANO i mezzi per dimostrare la impossibilità della risoluzione, nel campo euclideo di razionalità, delle equazioni cubiche, ed agli algebristi bolognesi, dopo la estensione di quel campo per la introduzione di irrazionalità cubiche, la espressione delle radici delle equazioni del 3° e del 4° grado; mentre PAOLO RUFFINI, tornando, con geniale intuizione, su le piste di LEONARDO PISANO, dimostrava la irresolubilità algebrica delle equazioni di grado superiore al quarto. Serva ciò a dare idea della importanza del X° Libro di EUCLIDE, nella storia dell' algebra.

La veste geometrica onde EUCLIDE ha rivestito le proposizioni dei suoi Elementi, rende la lettura di quel libro faticosa e difficile, perciò fin dall'inizio del secolo XIII i nostri matematici ne davano perspicua interpretazione aritmetica. Notevole per integrale esposizione del testo euclideo, e fedele aderenza ad ogni singola proposizione, quella che si legge nel *General Trattato di Numeri e misure* del TARTAGLIA, al Libro Undecimo della seconda Parte (Carte 155 a 185); interessante per la estensione del campo di razionalità, con la aggiunta di irrazionalità cubiche e la introduzione dei numeri complessi, quella data dal BOMBELLI nella sua « Algebra »; dove, seguendo procedimento opposto a quello tenuto dagli antichi, si tratta anzitutto il problema aritmetico, poi (nel Cap. II del Libro 4° recentemente tratto dall'inedito) si dà la rappresentazione geometrica degli irrazionali numerici considerati. Anche nel Libro del COSSALI su l'*Origine dell'Algebra* » il Paragrafo 4° del Capo 4° espone il *Libro X° di Euclide in algebraico quadro*; ed, ai nostri giorni, il PEANO ne traduceva l'essenziale contenuto nei simboli della logica matematica (« Rivista di Matematica », T. 2°, pp. (7-10). Nella presente edizione, ogni proposizione euclidea è seguita dalla traduzione in simboli algebrici, e da chiaro, dotto commento storico-critico. Una interessante introduzione storica, ed una nota sulla risoluzione delle equazioni cubiche sono degno compimento dell'opera.

Questa pubblicazione si raccomanda per la corretta aderenza al testo greco, per la perspicua interpretazione letterale ed algebrica, per la copia delle notizie storiche e la sicurezza del commento.

Ho rapidamente scorso tutto il libro (che che merita studio più profondo) e non ho trovato cosa di rilievo da osservare. Nella nomenclatura, sarebbe stato forse utile complemento il ricordare anche certe denominazioni usate correntemente dai nostri matematici medioevali. Per esempio quella di *reciso* introdotta da LEONARDO PISANO che è usata anche dal COSSALI, in luogo di *apotome*; e, poichè vedo ricordata la traduzione in formule algebriche dello STIFEL, avrei trovato naturale il ricordare anche quella che fu data da LEONARDO PISANO nel *Liber Abbaci* (Pars secunda, quartidecimi capituli, p. 356 e seguenti) che ha servito di modello e di guida a tutti i matematici a lui posteriori, medioevali e del rinascimento, e quella più completa del TARTAGLIA.

Infine parmi riscontrare un errore di stampa a p. 63, dove si legge: *le radici negative sono state introdotte solo nel secolo 17°*, perchè sarebbe stato più conforme al fatto storico dire *secolo 16°*: le radici negative essendo state introdotte e considerate, con piena consapevolezza, per tacer d'altri, dal CARDANO.

ETTORE BORTOLOTTI

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.

Di questa importantissima rivista bibliografica, nota a tutti gli studiosi, sono usciti nel 1932 ben 7 nuovi fascicoli, ciascuno dei quali è un nutrito volume di qualche centinaio di pagine, dove, con l'usata diligenza, da cultori specializzati nelle varie materie, si dà notizia delle pubblicazioni matematiche uscite negli anni dal 1925 al 1930.

Si sono completati i volumi 51, 54, 55, relativi alle annate 1925, 1928, 1929 coi fascicoli: 4° *Geometria*, 5° *Matematica applicata*, per il Volume 51, col Fascicolo 5° *Matematica applicata*, per il Volume 54, col Fascicolo 5° *Matematica applicata* per il Volume 55_1, e sono usciti i primi 3 Fascicoli: *Storia, Filosofia, Pedagogin, Aritmetica, Algebra*, per l'anno 1930, (Vol. 56_1).

Mancano ancora gli indici; ciò reca noia a chi cerca un determinato autore, od una speciale pubblicazione; ma la lettura dei singoli fascicoli offre un quadro d'insieme dello sviluppo delle teorie nelle varie annate ad un tempo piacevole ed istruttivo; poichè per ogni pubblicazione di qualche importanza, la indicazione bibliografica è seguita da un chiaro riassunto del contenuto.

ETTORE BORTOLOTTI

U. Cisotti: *Le prime lezioni di introduzione del Calcolo Vettoriale in Geometria.* Milano, Libreria editrice politecnica, 1933-XI, p. 53.

Questo volumetto, destinato agli allievi del primo biennio delle Scuole di ingegneria, contiene, in forma elementare e messa alla portata di chi possiede le nozioni di matematica insegnate nelle scuole medie, i principi del calcolo *vettoriale* e le applicazioni alla Geometria. In una prima parte, dopo le definizioni fondamentali, sui vettori e sul loro calcolo, se ne fa l'applicazione allo studio della retta, del piano, delle distanze, aree e volumi di figure limitate da rette e piani; una seconda parte tratta dei luoghi geometrici più semplici ed importanti.

L'opuscolo, in stile piano ed espressivo, risponde allo scopo pel quale è stato scritto. (*u.*)