

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

BEPPPO LEVI

## Intorno alle vedute di G. Peano circa la Logica matematica

\* A proposito del precedente articolo del prof. Ugo Cassina

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie  
1, Vol. 12 (1933), n.2, p. 65–68.*

Unione Matematica Italiana

<[http:  
//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1933\\_1\\_12\\_2\\_65\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1933_1_12_2_65_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione  
Matematica Italiana, 1933.

**Intorno alle vedute di G. Peano circa la Logica matematica.**

(A proposito del precedente articolo del prof. UGO CASSINA).

Nota di BEPPO LEVI (a Bologna).

**Sunto.** - *Si cerca di documentare una veduta sintetica delle concezioni di G. PEANO circa la Logica matematica.*

Mi compiaccio vivamente che il prof. U. CASSINA, uno degli ultimi discepoli di G. PEANO, abbia voluto trattenere i lettori del « Bollettino » sopra qualcuna delle ricerche logico-matematiche di Lui, un po' più diffusamente di quanto mi era concesso dalla ristrettezza dello spazio nella esposizione complessiva dell' *Opera matematica* di G. PEANO da me fatta nel numero precedente del nostro « Bollettino ». Se si pensa alla posizione di capo-scuola che il PEANO ebbe fra i logici matematici italiani ed anzi alla influenza preponderante che la ideografia logica del PEANO ebbe in tutto lo svolgimento delle ricerche logico-matematiche a partire dall'ultimo decennio del secolo scorso, è giusto ritenere che le poche parole in cui io dovetti riassumere un giudizio intorno a questa attività del PEANO siano del tutto insufficienti a darne una idea adeguata, e che un completo studio di essa sarebbe vivamente desiderabile. Anche le notizie fornite dal CASSINA nello studio precedente, per quanto interessanti, non rispondono, a mio modo di vedere, a questo desiderio, perchè prendono in considerazione un periodo molto limitato nella evoluzione del pensiero del PEANO; ed è invece nella considerazione quanto possibile sin-

tetica di tale evoluzione ch'io, ritengo possa la mia presentazione corrispondere a verità e nulla affatto diminuire (come forse può averne avuta impressioue qualche fervente discepolo) l'importanza del pensiero del PEANO e l'ammirazione per esso.

Come accennai nel mio studio precedente, quando il PEANO si affacciò dapprima alla ribalta scientifica, l'interesse per la Logica matematica (che si chiamava allora « calcolo logico », « algebra della logica ») poggiava principalmente sopra le analogie operative, sopra quel medesimo gruppo di idee matematiche che esaltò l'importanza delle « leggi di dualità », delle « coordinate generali », del calcolo combinatorio, della « concezione gruppale » delle teorie matematiche. I primi saggi di Logica matematica del PEANO seguono tale indirizzo, come si può vedere nella prefazione e nel primo capitolo del *Calcolo geometrico* (1888). Ma, mentre qui leggiamo (p. VII) « Il calcolo geometrico è preceduto da un'introduzione che tratta delle operazioni della logica deduttiva; esse presentano grande analogia con quelle dell'algebra e del calcolo geometrico »; mentre la constatazione di tale analogia pare esservi il fatto più interessante e il testo matematico che segue può poi essere letto ignorando quasi del tutto il primo capitolo (sulla logica); subito dopo (nel 1889) negli *Arithmetices principia* e nei *Principii di geometria* l'interesse dell'A. per la logica diviene totalmente strumentale « ideografico »: d'altronde già nel « calcolo geometrico » si trova l'introduzione, del tutto ideografica, del segno operatorio per trasformare una condizione in classe, segno qui rappresentato con «  $x$ : » (divenuto in seguito «  $x\varepsilon$  » e poi «  $x\varepsilon$  »). Anche nella memoria sopra l'integrabilità delle equazioni differenziali (1890) il simbolismo logico è usato come ideografia e non come algebra. Cosicchè, se pure è vero che qui e là il PEANO si è occupato della « dimostrazione » delle proposizioni logiche (e ciò avvenne principalmente nei primi anni, mentre, come osserva il CASSINA medesimo, tali dimostrazioni sono scomparse dalle edizioni più recenti del formulario), ciò avvenne quasi diremmo in forma di esercizio (quelle dimostrazioni non presentano d'altronde mai difficoltà analitiche). La testimonianza ci viene dal PEANO medesimo: in un articolo della Rivista « Scientia » del 1915 intitolato *Importanza dei simboli in matematica* leggiamo infatti (p. 172) « La Logica matematica, utile nei ragionamenti matematici (ed in questo solo senso io ne feci uso), interessa pure la filosofia... » (p. 173) « Se giuste sono le critiche di EUGENIO RIGNANO contro coloro che considerano la logica matematica quale scienza a sè, i cui lavori, è verissimo, sono spesso poco proficui; invece più non

lo sarebbero all'indirizzo di coloro, quali quelli da me citati, che considerano la Logica matematica come uno strumento utile per risolvere questioni matematiche resistenti ai metodi comuni ». È appena da osservare che la citazione intende indicare in modo genuino il pensiero del PEANO, non intende invece sottoscrivere incondizionatamente all'ultima frase: io non credo che la logica si possa considerare mai come *strumento di ricerca matematica*, ma al più come *mezzo di esposizione esatta* (ideografia); nè credo alla condanna della logica *quale scienza a sè*, per l'importanza filosofica di talune analisi che essa consente; forse il medesimo era il pensiero del PEANO il quale, nel parlare della *scienza a sè*, intendeva probabilmente proprio soltanto quella certa « algebra della logica ». Di fatto, nello stesso anno 1897 che data il fascicolo del *Formulario matematico* a cui principalmente il CASSINA si riferisce, in una Nota presentata alla R. Accademia delle Scienze di Torino, *Studi di Logica matematica*, il PEANO scrive: « fui fortunato di arrivare all'analisi completa delle idee di logica riducendole ad un numero assai limitato che espressi coi simboli  $\epsilon$ ,  $\supset$ ,  $=$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\equiv$ ,  $\Lambda$  ». Qui desidero rilevare che fra le « idee » che il PEANO nomina non si trovano (come pare dirci il CASSINA) « ente, classe, proposizione », nè « lettera dell'alfabeto (per rappresentare oggetti costanti e variabili) », nè « sostituzione »; ed anche, forse non a caso, si dice « idee della logica » e non già « idee primitive »: fin dal 1889, nei lavori sui principii dell'aritmetica e della geometria, il PEANO attribuiva al termine « idea primitiva » il significato preciso di *simbolo non definito del quale può esser comodo, sia per fissare le idee, sia per le applicazioni, di suggerire una lettura e un significato intuitivo, ma pel quale tale significato non è necessario ai fini della struttura logica della teoria, poichè in essa detto simbolo entra soltanto per i legami logici enunciati mediante esso* (definizioni, proposizioni primitive), e non per le sue possibili *interpretazioni intuitive*: tali, nei *Principii di geometria* le idee primitive di « punto » e di « segmento » simbolizzate rispettivamente con 1 e con 2; nei *Principii di aritmetica* quelle di « uno » (1) e di « numero intero » (N). Si può assumere come programma dell'analisi logica di una teoria matematica (quale ad es. i principii dell'aritmetica o della geometria) quello di esprimerne tutte le proposizioni mediante un conveniente sistema di *idee primitive* (e di altre *definite* mediante esse) e i simboli della logica: ma non è possibile estendere completamente simile programma alla logica medesima, considerata come teoria matematica. Ricorrono necessariamente, nella esposizione della lo-

gica, parole (o segni, perchè va da sè che la forma grafica o verbale non ha alcuna importanza) il cui significato deve riferirsi alla diretta intuizione e deve quindi essere espresso nei termini della lingua: se un nome dovessimo dar loro, per stabilire l'opposizione alle idee primitive, proporrei quello di « termini »: tali sono ad es. le nozioni di « sostituzione », di « variabile », di « proposizione ». Il PEANO vi fece cenno esplicito nella introduzione di quasi tutte le sue esposizioni di logica matematica onde non potrei ritenere che si rappresenti esattamente il pensiero di Lui estendendo ad essi la denominazione di « idee primitive ».

Il discriminare quale sia il minimo contenuto in *termini* (nel significato che ho sopra dichiarato) mediante il quale si può esporre la logica, lo stabilire un gruppo di *idee primitive* (pure nel senso sopra dichiarato) e un gruppo di *proposizioni primitive* — riducendo le une e le altre al numero minimo — che insieme ai suddetti termini permettano di costruire una teoria matematica della logica; il risolvere per queste idee e per queste proposizioni i problemi della indipendenza, compatibilità, completezza — o segnare i limiti oltre i quali tali problemi perdono significato; sono argomenti spettanti alla teoria matematica (o alla filosofia) della logica, risolti in parte da altri che non il PEANO, e in parte che attendono l'ultima parola. Il Nostro vi si riferì per es. nelle parole citate dal CASSINA: « Questa ricerca porterebbe ad uno studio, sulla Logica, analogo a quello... » fatto dal PEANO per la geometria e per l'aritmetica; ma non perciò ne eseguì il programma, perchè il suo interesse per la logica fu, come accennai, più ampiamente ideografico che matematico (1).

(1) Mi sia permesso di richiamare ciò che dissi incominciando questa breve difesa del giudizio sintetico con cui avevo cercato precedentemente di indicare la posizione del PEANO come logico-matematico, e cioè che nè esso, nè ancora quanto qui ho aggiunto, vogliono pretendere ad una compiuta analisi del progressivo svolgimento del pensiero logico del Nostro quale si manifesta principalmente alla lettura dei volumi della « Rivista di Matematica » e del « Formulario », analisi che potrebbe essere istruttiva. Mi sia anche permesso di esprimere qualche riserva circa il contenuto della chiusa dell'articolo del prof. CASSINA, in cui egli esprime vedute sue personali che nulla negli scritti del PEANO lascia pensare riflettano, anche indirettamente, il pensiero di Lui, e che perciò non ritengo opportuno discutere qui.