
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: G. Belardinelli, L. Onofri

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 11 (1932), n.3, p. 170–172.*

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1932_1_11_3_170_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

G. BELARDINELLI: *Funzioni associate ad una equazione analitica.* (« Rendiconti Istituto Lombardo », in corso di pubblicazione).

In questa Nota, a complemento di altre due, pubblicate negli stessi « Rendiconti », l'A. studia i coefficienti delle serie radici di equazioni analitiche. Mostra che a questi coefficienti si associano due funzioni: una funzione intera, il cui sviluppo risulta formato da particolari serie di funzioni, ed una funzione, che chiama *funzione di Legendre* associata ad una equazione analitica, che generalizza i polinomi di LEGENDRE associati ad una equazione algebrica di secondo grado.

G. BELARDINELLI: *Risoluzione di equazioni trascendenti.* (« Rendiconti Istituto Lombardo », in corso di pubblicazione).

In questa Nota l'A. fa una applicazione della Nota precedente, trattando la risoluzione di qualche equazione trascendente. Mostra che i coefficienti delle serie, radici delle equazioni considerate, risultano formati mediante particolari serie ipergeometriche.

L. ONOFRI: *Su una speciale classe di serie di funzioni analitiche* (di prossima pubblicazione negli « Annali di Matematica »).

In questo lavoro l'A. si propone di determinare i campi di convergenza per le serie del tipo:

$$(1) \quad \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n f_n[\varphi^{p_n}(z)],$$

dove le funzioni $f_n(u)$, $\varphi(z)$ sono analitiche, intere; gli esponenti p_n dei numeri interi, positivi tendenti all'infinito ed i coefficienti a_n delle costanti.

Questo argomento, che già fu trattato, per serie più generali della (1), da vari Autori ed in ispecial modo, con ricchezza e co-

spicuità di risultati, dai proff. S. PINCHERLE ⁽¹⁾ e L. TONELLI ⁽²⁾, presenta, anche nel caso qui considerato, diversi aspetti interessanti ed offre la possibilità di effettuare numerose e notevoli ricerche. A tale proposito, è da ricordare la recente e bella Memoria di G. JULIA ⁽³⁾ sulle serie della forma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n f(z^n)$$

le quali si deducono dalla (1) facendo $p_n = n$, $\varphi(z) = z$ e supponendo le $f_n(u)$ tutte eguali ad una medesima funzione intera $f(u)$.

Nella prima parte del presente lavoro, l'A. espone un procedimento pratico atto alla costruzione di un certo campo C , a due dimensioni, avente le proprietà seguenti:

In ogni campo limitato e completamente interno a C la serie (1) converge uniformemente.

In ogni campo contenente dei punti esterni a C la (1) non converge uniformemente.

Il campo C viene chiamato *campo di convergenza uniforme*.

Se poi si suppone $f_n(0) = 1$ e la successione delle $f_n(u)$ egualmente limitata in un intorno dell'origine, allora si dimostra che il campo C è contenuto nel cerchio $(0, R)$ di convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$$

e che il campo D , costituito dai punti z pei quali è $|z| < R$, $|\varphi(z)| < 1$, è contenuto in C .

La seconda parte della Memoria è dedicata allo studio di alcuni casi particolari ed alla ricerca di speciali criteri che permettano una rapida determinazione del campo di convergenza uniforme. Vale, ad esempio, il teorema:

Se la successione $\sqrt[n]{|a_n|}$ ha il limite minimo positivo; i rap-

⁽¹⁾ S. PINCHERLE, *Sopra alcuni sviluppi in serie per funzioni analitiche*. (« R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna », 1881); *Sui sistemi di funzioni analitiche e le serie formate coi medesimi*. (« Annali di Matematica », serie II, tomo XII, 1883-84); *Sur le développement d'une fonction analytique en série de polynômes*. (« Comptes Rendus », tomo 107, 1888).

⁽²⁾ L. TONELLI, *Sulle serie di funzioni analitiche della forma $\sum a_n(x)x^n$* . (« Annali di Matematica », serie III, tomo XVIII, 1911).

⁽³⁾ G. JULIA, *Sur un développement des fonctions holomorphes*. (« Acta Mathematica », vol. 54, 1930).

porti $\frac{n}{p_n}$ sono limitati superiormente; il campo C è più ampio di D ; allora: la successione $f_n(u)$ è egualmente limitata in ogni regione finita del piano ed ogni successione estratta da essa e convergente uniformemente ha per limite un polinomio il cui grado non può superare un numero determinato m .

Nell'ultima parte vengono esaminate le curve continue γ , esterne al cerchio $(0, R)$, sulle quali la (1) è convergente uniformemente. Questo studio, che è principalmente rivolto all'andamento della funzione $\varphi(z)$ lungo le suddette curve, porta ai risultati seguenti:

Su una curva γ il modulo di $\varphi(z)$ non può essere costante.

Se su γ l'argomento di $\varphi(z)$ è una funzione monotona, anche il modulo di $\varphi(z)$ è una funzione monotona.

Se esiste una semiretta uscente dall'origine sulla quale tutte le funzioni $|f_n(u)|$ siano superiori ad un numero positivo M , allora lungo la curva γ l'argomento di $\varphi(z)$ è costante.
