# Bollettino Unione Matematica Italiana


UMI

## Corrispondenza


*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1*, Vol. **11** (1932), n.1, p. 57–60.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1932_1_11_1_57_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1932.

# CORRISPONDENZA

## RISPOSTE

47. – **1.** Il problema di « costruire un quadrato, i cui lati passino rispettivamente per quattro punti dati $A$, $B$, $C$, $D$, senza ordine assegnato » si può risolvere anche nel modo seguente.

Si descrivano i cerchi su due segmenti opposti, ad es. $AB$, $CD$, presi come diametri; si segnino i punti di mezzo delle quattro

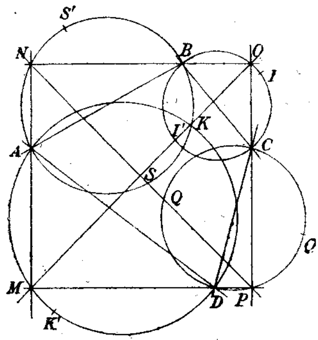


Fig. 1

semicirconferenze che ne risultano: $S$, $S'$ sul primo cerchio; $Q$, $Q'$ sul secondo (fig. 1).

La congiungente di uno dei due punti $S$ ad uno dei due punti $Q$, ad es. $SQ$, tagli ulteriormente i due cerchi in $N$ e $P$. Le coppie di rette ortogonali $NA$, $NB$: $PC$, $PD$ formano angoli di 45° con $NP$ ed il quadrato $NOPM$ cha esse determinano risolve il problema.

**2.** La $NB$ può essere perpendicolare oppure parallela a $PC$.

Nel primo caso i vertici $M$, $O$ del quadrato sono rispettivamente sui due cerchi opposti insistenti sui diametri $BC$, $DA$; e la diagonale $MO$ deve passare per due punti $R$, $I'$ che dividono a mezzo una semicirconferenza insistente su $BC$ ed una su $DA$. Ciò torna a dire che lo stesso quadrato $MNOP$ si può ottenere dai due cerchi sui segmenti opposti $BC$, $DA$, nel modo analogo col quale prima era stato ottenuto dai due cerchi su $AB$ e $CD$.

Nel 2° caso, ove cioè $NB$ sia parallelo a $PC$, i cerchi che insistono sui diametri $AC$, $BD$ devono passare per i vertici $M$ ed $O$; sicchè la costruzione del quadrato, ottenuta coi primi due cerchi opposti, si può ricavare ora in modo analogo dalla coppia dei cerchi su $AC$ e $BD$.

**3.** Per determinare il numero di tutte le soluzioni possibili del problema, si indichino rispettivamente con $a_i$, $b_i$, $c_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ le diagonali dei quadrati ottenuti dalle tre coppie di cerchi insistenti sulle coppie opposte $AB$, $CD$; $BC$, $DA$: $AC$, $BD$.

La costruzione precedente mostra che ogni quadrato, il quale risolva il problema proposto, deve associare una diagonale di un gruppo ad una e ad una sola altra diagonale di altro gruppo; e se unico è il modo di associazione di qualsiasi diagonale con un'altra, e se le due diagonali associate devono appartenere a due gruppi diversi, sarà pure unico il modo di formazione di tutte le coppie di diagonali. Questo unico modo può essere rappresentato dallo schema

$$a_1b_1 \quad a_2b_2 \quad a_3c_3 \quad a_4c_4 \quad c_1b_3 \quad c_2b_4$$

nel quale gli indici non si riferiscono ad alcun ordine tra le diagonali di un medesimo gruppo, ma servono soltanto a distinguere le diagonali l'una dall'altra.

Lo schema rende evidente che le *soluzioni del problema, in generale, sono sei distinte; due per ognuno dei tre quadrangoli semplici che si formano col quadrangolo completo dei quattro punti dati; o a meglio dire, due per ognuno dei modi coi quali i quattro punti possono dividersi in due coppie distinte.*

La costruzione indicata vale anche se $A$, $B$, $C$, $D$ sono in linea retta.

Come i sei quadrati si distinguono tra loro in coppie, secondo i quadrangoli semplici a cui si riferiscono, così i due quadrati ottenuti da uno stesso quadrangolo semplice si distinguono l'uno dall'altro per i versi opposti dei loro contorni. Il che si verifica seguendo le trasformazioni successive che subisce il rettangolo $NOPM$ mentre uno dei suoi vertici descrive il cerchio a cui appartiene.

**4.** Si hanno infinite soluzioni se due semicerchi opposti si tagliano vicendevolmente per metà. Ad es. si taglino in $K \equiv I$ i due cerchi costruiti su $BC$ ed $AD$ (fig. 2).

Una retta generica $MO$ condotta per $K$ è diagonale di un quadrato $MNOP$ relativo al quadrangolo semplice $ABCD$ (perchè $NA$ è parallelo a $PC$), l'altra diagonale $NP$ deve passare per un punto $Q$ e un punto $S$, della seconda coppia di cerchi del medesimo qua-

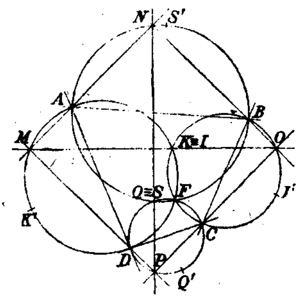


Fig. 2

drangolo; ma poichè essa deve variare altresì col ruotare di $MO$ intorno a $K$, così è necessario che $Q$ ed $S$ coincidano; cioè che anche due semicirconferenze insistenti su $AB$ e $CD$ si taglino a metà.

Sia $F$ l'ulteriore intersezione dei primi due cerchi opposti considerati, cioè quelli su $BC$ e $AD$. Si dimostra facilmente: 1° che per $F$ passano anche gli altri due cerchi opposti e le diagonali $AC$, $BD$ del quadrangolo semplice; 2° che queste diagonali sono tra loro ortogonali; 3° che $QF$ passa per $K'$ ed $I'$ ed $FK$ per $Q'$ ed $S'$.

La costruzione ora indicata sarebbe stata riferita al quadrangolo semplice $ABDC$ ove $NA$ fosse stata parallela a $PD$.

G. Bordiga

# DOMANDE

49. Se $f(x)$ e $\varphi(x)$ sono due funzioni analitiche di $x$, e $D$ è il simbolo della derivazione,

$$f(D)\varphi(x) = \left\{ f(0) + \frac{f'(0)}{1\,!} D + \frac{f''(0)}{2\,!} D^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n\,!} D^n + \dots \right\} \varphi(x) =$$

$$= f(0)\varphi(x) + \frac{f'(0)}{1\,!} \varphi'(x) + \dots$$

rappresenti una funzione analitica di $x$, sia $\psi(x)$. È possibile dimostrare che l'errore che si commette sostituendo $\psi(x)$ con

$$f(0)\varphi(x) + \frac{f'(0)}{1\,!} \varphi'(x) + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n\,!} \varphi^{(n)}(x)$$

si può esprimere con

$$\frac{f^{(n+1)}(0)}{n+1\,!}\,\varphi^{(n+1)}(\xi),$$

essendo $\xi$ compreso fra $0$ e $x$?

P. JOHANSEN (Copenaghen)

50. Si desidererebbe conoscere quanto più è stato fatto in ordine ai poligoni stellati.

Prof. Ing. M. DE HORATIIS (Firenze)

51. Comunque si diano le costanti reali $c_1$, $c_2$, $\lambda$, dimostrare che per ogni $y$ interno all'intervallo $(-\pi, \pi)$, sussiste l'eguaglianza:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\operatorname{sen} y\,(c_1\cos\lambda x + c_2\operatorname{sen}\lambda x)}{\cosh(s-x)+\cos y}\,dx = \frac{\operatorname{senh}(\lambda y)}{\operatorname{senh}(\lambda\pi)}(c_1\cos\lambda s + c_2\operatorname{sen}\lambda s),$$

sottintendendo, per $\lambda = 0$, di sostituire al secondo membro il suo limite per $\lambda \to 0$.

$\pi$