Corradino Mineo

Sul modo di variare dell'energia d'accelerazione in certi moti maggiormente impediti

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **10** (1931), n.2, p. 68–70.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1931_1_10_2_68_0>

Sul modo di variare dell'energia d'accelerazione in certi moti maggiormente impediti.

Nota di CORRADINO MINEO (a Palermo).

Sunto. - *Si insiste sulla piena validità di un teorema e sulla legittimità dei procedimenti adoperati in una Nota precedente.*

1. In una Nota precedente [1], ho mostrato che, sotto certe ipotesi, l'energia d'accelerazione decresce, a ogni nuovo impedimento, *per tutti quei moti nei quali i punti del sistema hanno tutti accelerazioni costanti* (cfr. il n.° 3 della Nota stessa). Era sottinteso, naturalmente, che i nuovi impedimenti non debbono far perdere al sistema la sua proprietà caratteristica *(punti con accelerazioni costanti)*, sulla quale proprietà è essenzialmente fondata tutta la dimostrazione. Il dubbio espresso dal GUGINO, in una recente Nota [2], origina soltanto dal non tener conto che i nuovi vincoli non possono essere qualunque, ma tali che consentano a ogni punto un'altra accelerazione pur essa costante nel moto successivo. Nei sistemi in parola, l'energia d'accelerazione è costante nel tempo: per nuovi opportuni impedimenti, essa assume un altro valore costante, più piccolo del precedente.

Per la mia tesi, non occorreva indagare la più generale classe di siffatti moti, bastando che questa classe non fosse vuota. E per escludere che si tratti di moti non esistenti, basta pensare al caso di sistemi soggetti a forze costanti e a equazioni di condizioni lineari rispetto all'insieme delle coordinate. In questa classe rientrano i *molti classici esempi* cui alludevo in fine del n.° 4 della mia Nota citata (macchina di ATWOOD, asse nella ruota, sistemi di pulegge che si possono fissare eccetto una, ecc. ecc.).

2. Nella mia Nota citata, ho affermato che la funzione da me chiamata F, nell'ipotesi di accelerazioni costanti, di forze non dipendenti dalle velocità e di legami non dipendenti dal tempo, è

(1) Cfr. MINEO, *Sul modo di variare dell'energia d'accelerazione nel moto maggiormente impedito.* « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », anno IX (1930), pp. 148-151.

(2) Vedi E. GUGINO, *Sopra una ulteriore semplificazione, in un caso particolare, dell'espressione analitica dell'effetto cineto-dinamico.* « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », anno IX (1930), pp. 261-267.

indipendente dalle accelerazioni. L'affermazione è incontestabile e non ammette riserve. Come lo stesso GUGINO trova, si ha

$$(1) \qquad F = \Sigma(X\dot{x} + Y\dot{y} + Z\dot{z});$$

e questa prova, che, per forze indipendenti dalle velocità, F è *sostanzialmente e senza possibilità di equivoci*, indipendente dalle accelerazioni. Senza dubbio, alla F, introducendo la generica forza vincolare (X^*, Y^*, Z^*), si può dare anche l'espressione

$$(2) \qquad F = \Sigma(X^*\ddot{x} + Y^*\ddot{y} + Z^*\ddot{z});$$

ma da ciò non si può dedurre (come pare creda il GUGINO) che F contenga effettivamente le accelerazioni: se ne deduce, anzi, per transitività dell'eguaglianza, che il secondo membro della (2), *nelle ipotesi anzidette*, contiene *soltanto apparentemente* le accelerazioni.

Il GUGINO afferma infine che le (1) e (2) sussistono anche nel caso di accelerazioni costanti e vincoli indipendenti dal tempo. Verissimo; ma non si può allora affermare che F non dipenda dalle accelerazioni: questo si può affermare senz'altro quando inoltre le forze attive sono indipendenti dalle velocità.

3. Il GUGINO, nella sua Nota citata, si occupa del caso in cui i vincoli del sistema sono esclusivamente costituiti da piani fissi. In questo caso, è subito visto che l'energia d'accelerazione del sistema diminuisce a ogni nuovo impedimento (s'intende, del genere anzidetto ed effettuato con raccordo). La proprietà è vera, anzi, più generalmente, per equazioni di condizioni lineari rispetto all'insieme delle coordinate e del tempo.

Voglio notare, che, *per forze indipendenti dalle velocità* ed equazioni di condizione lineari nelle coordinate ma non contenenti il tempo, decresce anche il così detto effetto cineto-dinamico *(1ª definizione)*, a ogni nuovo impedimento del genere. Basta osservare che nelle nostre ipotesi si possono sostituire, nell'equazione generale della Dinamica, le derivate di qualsivoglia ordine delle coordinate al posto del generico spostamento virtuale compatibile coi vincoli $(\delta x, \delta y, \delta z)$. Si trova allora facilmente

$$\Sigma\, m(\ddot{x}\dddot{x} + \ddot{y}\dddot{y} + \ddot{z}\dddot{z}) = \Sigma\, X\dot{x} + Y\dot{y} + Z\dot{z}$$

e la parte variabile dell'effetto cineto-dinamico nel tempuscolo τ si riduce a

$$\frac{\tau^4}{4}\, \Sigma m(\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2).$$

In altri termini. interpretiamo le coordinate $x_1, \ldots, z_n$ dei punti del sistema come le coordinate (non omogenee) d' un punto M d' uno spazio lineare S_{3n}. Il punto M si muova in un S_h subordinato a S_{3n} ($h \leqq 3n$). Sia r la retta di S_{3n} tangente in M alla traiettoria di M, nell' istante t, e si supponga che in questo istante il punto M sia assoggettato a muoversi in un S_k subordinato a S_h e passante per r (conservando la velocità), essendo $k < h$.

Per siffatto impedimento, l' effetto cineto-dinamico decresce, se le forze attive non dipendono dalle velocità. Per forze attive qualunque (e allora ci si può riferire a uno spazio-tempo lineare S_{3n+1}), *diminuisce soltanto l' energia d' accelerazione.*