UMI

Recensioni

* H. Bouasse: Tourbillons (forces acoustiques, circulation diverses)
* A. Fraenkel: Einleitung in die Mengenlehre. Dritte Auflage
* J. Tropfke: Geschichte der Elementare Mathematik
* O. Hoelper: Die Arithmetik in strenger Begründung
* K. Knopp : Funktionentheorie
* Courant-Hilbert: Methoden der Mathematischen Physik
* G. A. Maggi: Teoria fenomenologica del campo elettromagnetico

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **10** (1931), n.1, p. 35–42.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1931_1_10_1_35_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1931.

RECENSIONI

H. BOUASSE: *Tourbillons* (forces acoustiques, circulation diverses). T. I., avec la collaboration expérimentale de MM. FOUCHÉ et MARTY. Paris, De Lagrave, 1931.

Il prof. BOUASSE ha ragione: « En soi la théorie des tourbillons est inattaquable comme développement d'une hypotèse qui n'est pas logiquement contradictoire. Toute la question est de savoir si cette théorie, vraie en soi, représente les phénomènes dans les fluides réels, c'est-à-dire visqueux, pour lesquelles elle n'a pas été faite ». Ebbene, tutta la teoria dei vortici non è « qu'un ramas d'absurdités physiques; les vitesses se communiquent de proche en proche, non pas de soi-disant actions à distance ».

Nondimeno noi siamo d'avviso che cotesta teoria sia stata, e sia ancora oggi, non del tutto inutile, e che il prof. BOUASSE abbia fatto bene (quantunque a malincuore, come Egli dice) ad esporla nelle prime sessanta pagine del libro con quell'abilità che gli è propria.

Anzitutto non c'è da meravigliarsi che i matematici davanti alla grande complessità dei problemi concernenti la dinamica dei fluidi abbiano tentato d'introdurre delle ipotesi semplificatrici per avanzare di qualche passo e saggiare, per così dire, il terreno. Senza di ciò si potrebbe ancora oggi ritenere che una teoria dei fluidi perfetti potesse in molti casi approssimarsi sufficientemente alla realtà. E poi, per attaccare con successo questioni analitiche tanto difficili è necessario affinare lo strumento matematico; il che si fa anche cominciando a trattare casi ideali, ben diversi dai veri fenomeni fisici.

I lavori moderni del prof. OSEEN e dei suoi scolari sui fluidi viscosi sono nell'ordine di idee del BOUASSE e danno bene a sperare per l'avvenire; ma noi dubitiamo che il prof. OSEEN ci sarebbe giunto ugualmente, se dapprima non avesse studiato a fondo, come veramente ha fatto, la teoria classica dei fluidi ideali. Forse oggi s'insiste un po' troppo su di essa; il che può dare a credere che abbia veramente importanza nella fisica. In breve tempo ne sono usciti parecchi volumi, scritti anche da matematici eminenti; ma non crediamo che sia tutto inchiostro sciupato, perchè se il fisico non vi troverà gran cosa per la sua scienza, il matematico al contrario ci troverà metodi e sviluppi che lo addestreranno a nuove e più feconde ricerche.

Riguardo alle altre parti del libro diremo che sono particolarmente interessanti per il fisico-matematico il Cap. II, ove sono analizzati i vortici rettilinei quali appariscono realmente allo sperimentatore, e il Cap. VI che contiene una esposizione chiara e suggestiva delle numerose esperienze fatte dall'A. e da altri fisici intorno ai « tourbillons des fumeurs ». Qui il matematico può trovare ispirazioni per la ricerca di soluzioni dell'equazioni dei fluidi viscosi che traducano con soddisfacente approssimazione la realtà delle cose. È per questo che abbiamo voluto segnalare l'interessante libro del prof. BOUASSE ai lettori del « Bollettino ».

p. b.

A. FRAENKEL: *Einleitung in die Mengenlehre.* Dritte Auflage, vol. IX della raccolta: « Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften ». (J. Springer, Berlin, 1928).

Esaurite, nel volger di pochi anni, le due prime edizioni, l'A. si è accinto a questa terza col proposito di mantener fede ai principî che informarono le due prime. Questa ha, in più, una raccolta di questioni posta al termine di ogni paragrafo nella prima parte, e presenta una completa rielaborazione della seconda parte.

La prima parte, meglio che la teoria degli aggregati, espone quella dei numeri transfiniti, secondo il CANTOR; la seconda tratta dei fondamenti logici della scienza secondo le vedute moderne.

L'A. distingue le varie tendenze in due grandi correnti, che fanno capo, da una parte ad indirizzi che rispondono ai nomi di WEIERSTRASS e di CANTOR, dall'altra a quello di KRONEKER, indirizzi che egli distingue coi nomi di « classicismo » ed « intuizionismo »; dei quali egli riconosce i più cospicui rappresentanti odierni in HILBERT ed in BROUWER. E, poichè questo vivace movimento di idee fu per gran parte promosso dal bisogno di rimuovere il novello scandalo della matematica, proveniente dalle antinomie e dai paradossi che si sono presentati nello sviluppo dei concetti generali di aggregato e di transfinito, l'A. incomincia in un primo paragrafo a trattare appunto di quelle antinomie; cui fa seguito la esposizione, secondo le idee del BROUWER, delle vedute intuizionistiche; specialmente in quanto riguardano il concetto di insieme e la natura del continuo.

Il paragrafo seguente è dedicato alla esposizione della formazione non predicativa dei concetti ed al metodo logico, secondo il RUSSEL.

L'ultimo Capitolo (130 pagine) è interamente assegnato alla trattazione del metodo assiomatico ed alla costituzione assiomatica della teoria degli aggregati.

Le diverse idee, i metodi diversi, le varie trattazioni, sono dall'A. trattate nel modo più obbiettivo, con ampio, perspicuo svolgimento; ma non sono trascurati gli opportuni raffronti, e, per non incorrere nella pecca di « *iurare in verba magistri* », l'A., in questa ultima edizione, aggiunge poche pagine (pp. 382-387) in cui espone il suo soggettivo, personale punto di vista.

Nella prefazione alla prima edizione, l'A. diceva di aver composto questo suo libro nelle conversazioni con camerati — « non matematici » —, fatte in tempo di guerra, nelle veglie al campo; ed afferma che la lettura della sua opera non richiede alcuna speciale preparazione nè matematica, nè filosofica. Nel fatto peraltro, non oserei consigliare tale lettura a chi non avesse almeno la consuetudine al ragionamento matematico ed alle discussioni filosofiche; ma uno dei maggiori meriti dell'Opera è senza dubbio la chiarezza delle idee, la semplicità e la originalità della forma espositiva, che la rende accessibile anche a chi non sia specializzato in materia, e che riesce ad avvincere il lettore, anche nei punti più delicati e nelle più astruse teorie.

E questo contraddice ai propositi da lui esposti di non voler fare eleganze, e di voler lasciare le eleganze formali « ai sarti ed ai calzolai! »; l'eleganza consiste appunto nel saper render facile e grata la lettura, con la semplicità, non già con la ricercatezza dello stile.

ETTORE BORTOLOTTI

J. TROPFKE: *Geschichte der Elementare Mathematik*, Erster Band. *Rechnen*. (3ª edizione, Walter de Gruyter, Berlin, 1930).

L'opera del TROPFKE occupa un posto speciale nella letteratura storica, poichè non presenta un ordinamento cronologico dello sviluppo della Matematica, nè di particolari rami di questa scienza; non si preoccupa di porre tale sviluppo in relazione con determinate forme di civilizzazione, nè di mettere in vista il contributo delle varie nazionalità, nè infine, di narrare la vita dei più eminenti scienziati, e di elencare le opere da essi pubblicate. Il TROPFKE considera ad uno ad uno, successivamente e partitamente, ogni particolare argomento, direi quasi ogni singola proposizione, ogni concetto, ogni peculiare metodo di indagine, e tratta individualmente ciascun soggetto, considerato nel suo sviluppo storico, dalle origini fino ai nostri giorni. Anche le notazioni tecniche, la terminologia matematica, sono separatamente considerate, con speciale trattazione.

Pregio principale dell'opera è la richezza, la oggettività, la attendibilità delle notizie e delle citazioni. L'A. non solo ha usufruito delle più reputate opere antiche e moderne su la storia della matematica, ma, nei limiti del possibile, ha attinto a fonti di prima mano, e, nella deficenza di queste, ha sempre francamente ed esplicitamente citato gli autori dalla cui autorità ha ricavato le narrazioni ed i giudizii. Il presente volume, di poco più che 200 pagine, contiene non meno di 1343 citazioni, che possono essere accolte con piena e giustificata fiducia.

L'Opera del TROPFKE è specialmente raccomadanbile agli insegnanti che bramino di arricchire, illustrare, completare le nozioni di scienza pura, con le notizie storiche relative alla loro introduzione nella scienza ed ai successivi loro sviluppi; ma è ricercata anche dai cultori di Storia della Scienza, come utile manuale di consultazione.

ETTORE BORTOLOTTI

O. HOELDER: *Die Arithmetik in strenger Begründung.* II Auflage, Berlin, 1929.

La materia trattata in questo opuscolo (73 pagine) non può dirsi esposizione sistematica dei fondamenti dell'Aritmetica, svolta con unità di metodo logico, ma piuttosto indicazione di alcuni fra i principali modi che si possono tenere nell'insegnamento, per la introduzione dei concetti primitivi e la dimostrazione delle proprietà formali.

Dopo una breve introduzione, nella quale, dal punto di vista empirico, si mostra come le proprietà degli interi e delle frazioni si possano far derivare dalla equivalenza di pesi posti sui piatti di una bilancia, l'A. introduce il concetto di numero intero da un punto di vista prettamente ordinale, come *segna-posto* (Stellenzeichen) nella serie naturale dei numeri; e questa considera poi come generata dalla successiva addizione di una unità.

Ammesso tacitamente il principio di induzione completa, definisce l'addizione con la formula $a+(b+1)=(a+b)+1$, e la moltiplicazione con le formule $a\cdot(b+1)=a\cdot b+a$, $a\cdot 1=a$, dalle quali, allo stesso modo che vien seguito nella trattazione che da noi prende nome dal PEANO, dimostra le proprietà formali di quelle operazioni.

A questo punto trova necessario, non pure alla pratica, ma anche alla pura aritmetica, una integrazione della teoria, fatta mediante la introduzione del concetto « *del numerare* » cioè della corrispondenza biunivoca ed ordinata degli elementi di un presupposto aggregato con quelli della serie numerica. Infine fa derivare la numerazione degli aggregati dal concetto di « *aggregati equivalenti* », e, seguendo una veduta cardinale, rifà la teoria delle due prime operazioni.

Nella introduzione dei numeri razionali, ed in quella dei numeri negativi, segue il cosidetto *metodo delle coppie*, ed in quella degli irrazionali segue il DEDEKIND, con la considerazione delle *sezioni* da farsi nel campo dei razionali.

L'Opera termina con l'esposizione della trattazione sintetica che fa dipendere il concetto di numero da quello di *misura*, e le proprietà delle operazioni sui numeri da quelle delle corrispondenti operazioni sulle grandezze da essi misurati.

ETTORE BORTOLOTTI

K. KNOPP: *Funktionentheorie.* Sammlung Goeschen, Leipzig, 1930, pagg. 140.

Anche questo volumetto appartiene a quella raccolta « Sammlung Goeschen », in cui vengono pubblicati, in forma assai concisa ma completa per quanto possibile, varî argomenti fondamentali nelle diverse parti delle scienze esatte, sempre per opera di competentissimi scrittori. Il presente manualetto costituisce la prima parte di una teoria delle funzioni, prima parte il cui sottotitolo è: *Fondamenti della teoria generale delle funzioni analitiche;* e, nonostante la breve mole, non si può dire che questo titolo sia troppo presuntuoso, poichè in quelle poche pagine si trovano esposti, in forma chiara e rigorosa, quei concetti e quelle proposizioni che costituiscono la parte più essenziale degli elementi della teoria delle funzioni analitiche. Premesse alcune nozioni sugli aggregati di punti sulla retta e nel piano, sulle linee ed i campi nel piano-sfera, l'A. definisce la funzione di variabile complessa in senso generale, la continuità (dando di questa tre diverse forme di enunciato, cosa forse non necessaria): infine, definendo la derivabilità, cioè la monogeneità secondo CAUCHY, introduce il concetto di funzione analitica (ad un valore). Una seconda parte tratta dell'integrazione lungo una linea del piano, dapprima per qualunque funzione continua, venendo poi alle funzioni analitiche e dando il teorema fondamentale di CAUCHY, quello di MORERA, e la formula integrale di CAUCHY colle sue conseguenze. La parte seguente tratta delle serie di funzioni, della convergenza uniforme, delle serie di

›tenze — delle [illegible] per quale motivo, ad ulteriore capitolo il principio di identità — dello sviluppo di una funzione in serie di potenze, infine della continuazione analitica e del concetto weierstrassiano della funzione analitica nella sua integrità, cioè come insieme dei suoi elementi. Chiude questa parte un cenno, piuttosto succinto, sulle funzioni intere. L'ultima parte infine tratta dello sviluppo di LAURENT e della classificazione e proprietà dei punti singolari, quasi esclusivamente per le funzioni ad un valore.

Le quattro parti del libriccino sono distribuite in undici Capitoli, ognuno dei quali è quasi sempre corredato dall'enunciato di alcuni esercizî, scelti con buon criterio, ed opportunamente posti ad immediata applicazione della materia trattata nel Capitolo stesso.

In conclusione, il breve manuale del prof. KNOPP è raccomandabile, sia a chi voglia acquistare una prima cognizione della importante teoria, sia a chi, conoscendola, desideri richiamarne rapidamente i principî fondamentali. (v

COURANT–HILBERT: *Methoden der Mathematischen Physik.* Vol I, 2ª ed., Berlin, Springer ed., pagg. XIV+470.

Questa seconda edizione del primo volume del libro di COURANT–HILBERT ripete nelle sue linee generali il piano dell'opera originale; come nella prima edizione il volume è diviso in sette Capitoli che trattano dell'algebra delle trasformazioni lineari e delle forme quadratiche, dello sviluppo in serie di funzioni, delle equazioni integrali lineari e del calcolo delle variazioni. Alcune applicazioni dei metodi esposti sono date a partire dal quinto Capitolo; sono così indicati i procedimenti per lo studio delle oscillazioni e di altri problemi dipendenti dalla determinazione di autovalori e sono sviluppate le proprietà delle più importanti funzioni definite da problemi particolari. (Funzioni di BESSEL e NEUMANN, funzioni sferiche di LEGENDRE e di LAPLACE).

L'opera si presenta molto omogenea e ben inquadrata; sotto questo punto di vista essa è superiore alle altre opere del genere; ma ciò naturalmente dà luogo a qualche minore facilità di lettura quando si voglia consultare un argomento particolare senza conoscere i Capitoli che precedono.

Ricordati così i caratteri generali dell'opera accennerò alle più notevoli modificazioni ed aggiunte di questa edizione: il primo Capitolo è stato notevolmente cambiato; e nello studio delle matrici si tiene conto anche dell'esposizione recente del WINTER; modificazioni si hanno anche nel calcolo delle variazioni dove alcuni degli esempi esposti sono stati sostituiti con applicazioni alla tecnica (principio di CASTIGLIANO, problema del carico di punta) (v. Cap. IV) mentre in altri punti (Cap. VI) si tiene conto di recenti risultati del COURANT. Trascuro di segnalare quei cambiamenti che riguardano soltanto l'ordine dell'esposizione e che pure sono indice di un felice miglioramento nella redazione di questa seconda edizione. La quale, confermando i pregi della precedente, rende più vivo il desiderio di vedere completata l'opera con la stampa del secondo volume. *g. s.*

G. A. MAGGI: *Teoria fenomenologica del campo elettromagnetico.* « Lezioni di Fisica-matematica ». U. Hoepli, Milano, 1931, pagine IX+319.

Questo interessante libro, che riproduce sostanzialmente uno dei corsi di Fisica-matematica, che vengono svolti dal prof. MAGGI nella R. Università di Milano, mira allo scopo principale (come risulta dal suo titolo) di esporre in forma rigorosa i fondamenti della teoria matematica dei fenomeni elettromagnetici. La teoria fenomenologica di HERTZ del campo elettromagnetico fisso « informata, come quella di MAXWELL, al concetto di una spiegazione dei fenomeni con una modificazione delle condizioni dinamiche del mezzo » è perciò sviluppata nelle sue basi al Cap. IV, iniziando dalle equazioni di HEAVISIDE-HERTZ, che l'Autore chiama senz'altro di HERTZ, poichè questi, liberandole dalla loro forma originale datagli dallo scopritore vero, MAXWELL, seppe metterle nella loro vera luce, così feconda di conseguenze.

Di qui appare come l'argomento fisico trattato sia di per sè stesso del massimo interesse e tale da destare, specialmente nei giovani, il desiderio di leggerne l'esposizione che l'A. presenta in quella forma, elegante, concisa, rigorosa che gli è propria. Non minore interesse ha questo volume dal lato matematico, giacchè oggetto dei primi tre Capitoli sono le teorie analitiche che si convengono all'argomento in questione. Così vi troviamo una succinta analisi vettoriale, una teoria del potenziale (di corpo, di superficie, di doppio strato) e delle funzioni armoniche. Queste ultime teorie, come è ben noto, sono della massima importanza per le applicazioni che trovano anche in altri campi della Fisica. Da ciò lo sviluppo esauriente e rigoroso dato loro dall'A., compito resogli facile anche dai contributi personali che ebbe occasione di pubblicare in diverse Memorie. Diverse interpretazioni fisiche, intercalate opportunamente, rendono la loro esposizione assai avvincente. Per dire di qualche dettaglio, è da rilevare la introduzione, diversa dalla usuale, dei concetti di divergenza (corporea) e rotazione (corporea) di un vettore funzione di un punto P in un certo campo: il lettore già iniziato a questi studi, si accorgerà che l'inspirazione risale manifestamente, alle ordinarie forme vettoriali dei teoremi di GAUSS e di STOKES. Così facendo l'A. si risparmia un'esposizione più estesa di analisi vettoriale. Per lo studio dei campi vettoriali solenoidali o irrotazionali, in presenza di superficie di discontinuità, come, sempre in presenza di queste, per la determinazione univoca di speciali campi vettoriali ed infine per lo studio del campo elettromagnetico fisso come conseguenza delle equazioni di HERTZ, l'A. riesce ad ottenere una notevole semplicità ed uniformità di scrittura, e concisione di linguaggio, mediante speciali concetti e simboli di *divergenza* e di *rotazione superficiali* (non intese però nel senso di altri Autori italiani), concernenti discontinuità normale (scalare) e discontinuità tangenziale (vettoriale).

I classici problemi di DIRICHLET e di NEUMANN sulle funzioni armoniche li troviamo con la dimostrazione della esistenza della soluzione, mediante l'uso delle equazioni integrali, applicando la suaccennata teoria dei potenziali. A proposito di questi ultimi, l'A. con grande perizia e rigore di calcolo, ne determina le proprietà comuni, stabilisce i loro caratteri differenziali, concernenti il comportamento asintotico, la continuità e discontinuità di essi e delle loro derivate prime e seconde, attraverso il contorno del campo potenziante. Nell'ultimo Capitolo sonvi gli elementi della teoria della relatività e si accenna al concetto *meccanistico*, causa dei fenomeni elettromagnetici, oggi in pieno sviluppo, che risale al LORENTZ introduttore degli elettroni mobili. In chiara luce sono posti i caratteri differenziali fra il *campo elettromagnetico fisso* e il *campo elettromagnetico mobile*: « mentre il campo fisso può sempre mantenersi nel mondo Newtoniano, apparisce appropriato al campo mobile il mondo Einsteiniano ». Di qui la necessità di studiare il campo elettromagnetico mobile partendo da concezioni nuove e con metodi più appropriati.

Ed a quest'opera è da augurarsi che l'Autore stesso voglia dedicare un secondo volume. *m. m.*